

UNIVERSAL
LIBRARY

OU_224575

UNIVERSAL
LIBRARY

ب
۲
حسبم رعنیز الرحمن
سیر برشت
مساحت قدم دوم

OSMANIA UNIVERSITY LIBRARY

۵۱۱۵۸

Accession No.

۵۷۷۹

پ (عزیز الرحمن صاحب) پاپوانڈ
مستطاب حیدرم دسم

book should be returned on or before the date last marked below.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

مَاحِث

حصہ دوم و سوم

پیر پلانٹ کی کتاب میں سورشین حصہ دوم و سوم کا ترجمہ

انجینئرنگ اور میٹریکولیشن کے لیے

مترجمہ

مولوی محمد عزیز الرحمن صاحب بی۔ اے (اعتنائید) ایم۔ ایس سی (ڈھاکہ)

لکچرار سائنس انٹریٹڈ میٹ کالج (اورنگ آباد - دکن)

۱۳۳۸ھ م ۱۳۳۸ھ ق ۱۹۲۹ء

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

یہ کتاب مسرر لاٹک منس گرین اینڈ کمپنی کی اجازت سے
جنہیں حق اشاعت حاصل ہے اردو میں ترجمہ
کر کے بیع و شائع کی گئی ہے

فہرست مضامین

مساحت حصہ دوم و سوم

حصہ دوم - حجم

| صفحہ | مضمون |
|------------|--|
| ۳ تا ۱ | باب نوزدہم - تہید - اکائیوں کی جدول |
| ۲۲ تا ۵ | باب بستم - مستطیل مجسم - |
| ۲۴ تا ۲۳ | باب بست ویکم - آشنا اعشاریہ اگدشتہ پیوستہ - |
| ۶۰ تا ۲۸ | باب بست و دوم - منشور - اسطوانے - حلقے - |
| ۸۱ تا ۶۱ | باب بست و سوم - مخروط مضلع یاہرم اور مخروط |
| ۹۲ تا ۸۲ | باب بست و چہارم - فائز اور مثلثی منشور کا ترجیعاقطوع |
| ۱۰۲ تا ۹۵ | باب بست و پنجم - قائم منظم منشور کے ترجیعاقطوع اور قائم ستیر اسطوانہ کے ترجیعاقطوع - |
| ۱۳۵ تا ۱۰۳ | باب بست و ششم - منشور نما - فائز کا مقطوع - مضلع مخروط کا مقطوع اور مخروط کا مقطوع - |
| ۱۵۲ تا ۱۳۶ | باب بست و ہفتم - کرہ - کروی خول اور کرہ نما - |
| ۱۷۱ تا ۱۵۴ | باب بست و ہشتم - منطقہ کرہ - قطعہ کرہ - اور قطاع کرہ - |
| ۱۸۴ تا ۱۷۳ | باب بست و نہم - مشابہ جہات - |

حصہ سوم - سطحیں

۲۰۱ تا ۱۸۵

باب سی ام - مستوی سطحوں سے گھڑے ہوئے مجسمات

۲۱۱ تا ۲۰۲

باب سی ویکم - اُسٹوائے اور حلقے -

۲۱۵ تا ۲۱۲

باب سی و دوم - قائم مستدیر اُسٹوائوں کے رچھے مقطوع

۲۲۲ تا ۲۱۶

باب سی و سوم - قائم مستدیر مخروط

۲۲۹ تا ۲۲۲

باب سی و چہارم - قائم مستدیر مخروط کے مقطوع

۲۳۸ تا ۲۳۲

باب سی و پنجم - گرہ - قطعہ گرہ اور منطقہ گرہ -

۲۵۲ تا ۲۴۹

باب سی و ششم - متشابہ مجسمات

۲۹۱ تا ۲۵۵

باب سی و ہفتم - متفرق سوالات

۳۰۱ تا ۲۹۲

باب سی و ہشتم - ضابطوں کا مجموعہ - مجسمات کے حجم اور سطحیں -

۳۰۳ تا ۳۰۲

جداول -

۳۲۲ تا ۳۰۴

جوابات (حصہ دوم و سوم)

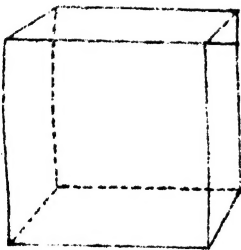
مساحت

حصہ دوم

باب نوزدہم

تمہید۔ اکائیوں کی جدول

۱۰۸۔ شکل مجسم یا مجسم ایک یا زیادہ سطحوں سے گھری ہوئی شکل ہوتی ہے۔ اس لئے ضروری ہے کہ مجسم میں طول، عرض (یا چوڑائی) اور موٹائی (گہرائی یا بلندی) ہو۔ جب کوئی مجسم ہموار سطحوں سے گھرا ہوا ہوتا ہے تو ان سطحوں کو اس کے سطح کہتے ہیں اور وہ مجسم کثیر السطوح کہلاتا ہے۔ خطوط جن سے مجسم کے رخ گھرے ہوئے ہوتے ان کو مجسم کے کنارے کہتے ہیں۔



۱۰۹۔ جب کسی مجسم کا احاطہ کرنے والی سطحیں چھ مساوی مربع ہوں تو ایسے مجسم کو مکعب کہتے ہیں۔ ظاہر ہے کہ مکعب کا طول، عرض اور موٹائی ایک دوسرے کے مساوی ہونگے۔ (دیکھو شکل)۔ کوئی مکعب ایک مکعب، ایک مکعب، ایک مکعب یا ایک مکعب گز کہلائیگا بلحاظ اس کے کہ اس کے

لے بعض مصنف کسی مجسم کو گھیرنے والی ہموار سطحوں کے لیے (رخوں کی اصطلاح مخصوص نہیں کرتے۔ کسی مجسم کو احاطہ کرنے والی تمام سطحوں کے لئے خواہ وہ ہموار ہوں یا مٹھی سطح) استعمال کرتے ہیں اور متصلہ رخوں کے خطوط تقاطع کو مجسم کے کنارے کہتے ہیں۔

طول، عرض اور موٹائی میں سے ہر ایک ایک طولی انچ، ایک طولی فٹ یا ایک طولی گز ہو۔
۱۱۰۔ حجم کی اکائیاں جو مساحت میں بالعموم استعمال ہوتی ہیں
ذیل کی جدول میں درج ہیں۔

مکعب یا مجسمی ناپ

$$۲۸ \text{ مکعب انچ} = ۱ \text{ مکعب فٹ}$$

$$۲ \text{ مکعب فٹ} = ۱ \text{ مکعب گز}$$

۱۱۱۔ ایک مکعب انچ خالص پانی کا وزن ۲۵۲۲۲۵۸ گرین (ٹرلٹے) ہوتا ہے۔

۱۱۲۔ ایک مکعب فٹ خالص پانی کا وزن ۶۲۸ × ۲۵۲۲۲۵۸ گرین (ٹرلٹے)

$$= \frac{۱۶ \times ۱۶۲۸ \times ۲۵۲۲۲۵۸}{۱۰۰۰} \text{ اونس (اور ڈوپائس)}$$

$$= ۹۹۶۱۳۴ \text{ اونس (اور ڈوپائس)}$$

اس وزن اور ۱۰۰۰ اونس میں تقبیل سے اختلاف ہونے کی وجہ سے

عام طور پر عملیات میں ایک مکعب فٹ خالص پانی کے وزن کو ۱۰۰۰

اونس یا $\frac{۱۰۰۰}{۶۲۸}$ پونڈ فرض کیا جاتا ہے۔ ذیل کی تمام مثالوں میں جب

تک کہ خاص طور پر ذکر نہ کیا جائے اسی مفروضہ کو ماننا چاہیے۔

۱۱۳۔ ایک پاؤنڈ فٹ خالص پانی کا وزن $\frac{۱۰۰۰}{۶۲۸}$ پونڈ ہوتا ہے۔

۱۱۴۔ ایک پاؤنڈ فٹ خالص پانی کا وزن $\frac{۱۰۰۰}{۶۲۸}$ گرین (ٹرلٹے)

$$= \frac{۱۰۰۰ \times \frac{۱۰۰۰}{۶۲۸}}{۲۵۲۲۲۵۸} \text{ مکعب انچ}$$

$$= \frac{۸ \times ۱۰۰۰ \times \frac{۱۰۰۰}{۶۲۸}}{۲۵۲۲۲۵۸} \text{ مکعب گیلن کے ناپ میں}$$

$$= ۲۶۶۲۶۶ \text{ مکعب انچ}$$

اس حجم اور ۱/۲، ۲ مکعب انچ میں قلیل سا اختلاف ہونے کی وجہ سے عام طور پر عملیات میں ایک گیلن کی گنجائش کو ۱/۲، ۲ مکعب انچ فرض کیا جاتا ہے۔ ذیل کی تمام مثالوں میں جب تک کہ خاص طور پر ذکر نہ کیا جائے یہی مفروضہ پیش نظر رکھا جائے۔

توضیحی مثالیں

۱۱۳

مثال ۱: بتاؤ کہ ۲ مکعب گز ۱۶ مکعب فٹ اور ۱۰۴۴ مکعب انچ کے کتنے مکعب انچ ہونگے؟

۲ مکعب گز ۱۶ مکعب فٹ ۱۰۴۴ مکعب انچ

$$\begin{array}{r} ۲۴ \\ ۵۴ \\ \hline ۱۶ \\ \hline ۱۶۲۸ \\ ۱۲۰۹۹۰ \\ \hline ۱۰۴۴ \\ \hline ۱۲۲۰۰۴ \end{array}$$

∴ ۲ مکعب گز ۱۶ مکعب فٹ اور ۱۰۴۴ مکعب انچ = ۱۲۲۰۰۴ مکعب انچ
مثال ۲: ۲۶۰۰۲ مکعب انچ کو مکعب گز وغیرہ میں تحویل کرو۔

$$\left. \begin{array}{l} \text{مکعب انچ} \\ ۱۲۴ \left\{ \begin{array}{l} ۵۲۹۰۰۴ \\ ۱۲) ۳۳۸۳۹ \\ \hline ۱۲) ۳۹۵۳ \\ \hline ۹) ۳۰۴ \\ \hline ۳) ۲۳ \\ \hline ۱۱ \end{array} \right. \end{array} \right\} \text{مکعب انچ } ۹۰$$

∴ ۲۶۰۰۲ مکعب انچ = ۱۱ مکعب گز ۷ مکعب فٹ ۹۰ مکعب انچ۔
مثال ۳: بتاؤ کہ ایک مکعب انچ گنجائش ایک پاؤنڈ کی کونسی کسر ہے؟

پہلے ۲۷۷ کعبہ انچ سے اگیلوں دفعہ ۱۱۲

$$\therefore 1 = \frac{8 \times 1}{277 \frac{1}{2}} - \text{پائینٹ}$$

$$= \frac{2 \times 8}{1109} - \text{پائینٹ}$$

$$= \frac{32}{1109} - \text{پائینٹ}$$

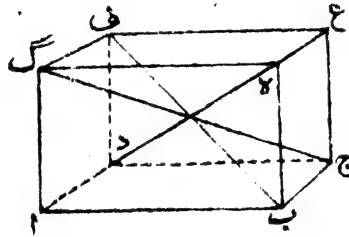
امثلہ نمبری (۱۹)

- ۱۔ ۱۰ کعبہ فٹ ۷۶ کعبہ انچ کو کعبہ انچوں میں تحویل کرو۔
- ۲۔ ۲ کعبہ گز ۱۸ کعبہ فٹ ۱۲۳۲ کعبہ انچ کو کعبہ انچوں میں تحویل کرو۔
- ۳۔ بتاؤ کہ ۲۳ کعبہ انچ میں کتنے کعبہ گز، کعبہ فٹ اور کعبہ انچ ہوں گے؟
- ۴۔ ۱۳۶۷۹۲ کعبہ انچ کے کعبہ گز، کعبہ فٹ اور کعبہ انچ بناؤ۔
- ۵۔ بتاؤ کہ ایک ٹن خالص پانی کتنی کعبہ فٹ فضا میں سما سکیگا؟
- ۶۔ خالص پانی کی اس مقدار کا وزن معلوم کرو جو ۱ کعبہ گز فضا کو گھیرا ہے۔
- ۷۔ ۵ گیلن خالص پانی کا وزن دریافت کرو۔

باب ہستم

مستطیلی مجسم

۱۱۴۔ مستطیلی مجسم ایک ایسا مجسم ہے جو چھ مستطیلی رخوں سے گھرا ہوا ہو۔ ظاہر ہے کہ کسی مستطیلی مجسم کے آنے سے سامنے کے رخ ایسے مساوی مستطیل ہونگے جو متوازی سطحوں میں واقع ہوتے ہیں۔



پس مستطیلی مجسم ا ف ہ میں مستطیل ا ب ج د، مستطیل ع ف گ ہ کے برابر ہے اور یہ دونوں مستطیل متوازی سطحوں میں واقع ہوتے ہیں معمولی اینٹ مستطیلی مجسم کی ایک عام مثال ہو سکتی ہے۔
مستطیلی مجسم کا طول، عرض اور موٹائی اس کے ابعاد کہلاتے ہیں۔ وہ چار خطوط تنظیم جو کسی مستطیلی مجسم کے کونوں کو ملاتے ہیں اس کے وتر کہلاتے ہیں۔ مثلاً د کا گ ج اور ف ب مستطیلی مجسم ا ف ہ کے تین وتر ہیں۔



۱ مربع انچ ہوگی (دیکھو شکل)۔

پھر ادا میں کے نقاط تقسیم سے ایسی سطحیں کھینچو جو

رُخ اب ج کے متوازی ہوں۔ یہ ہر ایک سلاخ

کو ایسے تین مساوی حصوں میں تقسیم کریں گی کہ ہر ایک

حصہ مکعب انچ کو تعبیر کریگا (دیکھو شکل)۔

یہ امر قابل غور ہے کہ ہر ایک کی تعداد وہی ہے جو

اج میں انہوں کی تعداد ہے اور ہر ایک میں سلاخوں کی

تعداد وہی ہے جو اب میں انچ کی تعداد ہے اور

ہر ایک سلاخ میں مکعب انچوں کی وہی تعداد ہے جو ادا میں انچوں کی تعداد ہے۔

اس لئے مستطیلی مجسم میں۔

$$۲ \times ۵ \times ۳ = ۶۰ \text{ مکعب انچ}$$

اس صورت خاص سے ہم عام نتیجہ پر پہنچ سکتے ہیں۔ اگر کسی مستطیلی مجسم کا

طول، عرض اور موٹائی ایک ہی طوئی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ل،

ع اور ٹ ہوں تو اُس مجسم کے حجم میں ل \times ع \times ٹ حجم کی متناظر

اکائیاں ہوں گی۔

پس قاعدہ — مستطیلی مجسم کے ابعاد بلحاظ کسی طوئی اکائی کے جن

اعداد سے تعبیر ہوتے ہیں اُن کا مسلسل حاصل ضرب مجسم کے حجم میں

متناظر مکعب اکائیوں کی تعداد کو تعبیر کرتا ہے۔

یا مختصراً۔

$$\text{مسطبیلی مجسم کا حجم} = \text{طول} \times \text{عرض} \times \text{موٹائی}$$

$$= \text{طول} \times \text{سرے کا رقبہ}$$

$$= \text{عرض} \times \text{پہلو کا رقبہ}$$

$$= \text{موٹائی} \times \text{قاعدہ کا رقبہ}$$

$$ح = ل \times ع \times \text{ٹ} \dots \dots \dots (۱)$$

$$\frac{\text{اس لئے مستطیل جسم کا طول}}{\text{عرض} \times \text{گہرائی}} = \frac{\text{جسم}}{\text{سرے کا رقبہ}}$$

$$(r) \dots \dots \frac{r}{\epsilon x \epsilon} = J$$

221

$$\frac{\text{مستطیلان مجسم کا عرض}}{\text{مستطیلان مجسم کا طول} \times \text{گہرائی}} = \frac{\text{مجموعہ}}{\text{پہلو کا رقبہ}}$$

$$(3) \dots\dots\dots \frac{z}{\omega x_j} = c$$

— 91 —

$$\frac{\text{تعداد کا اربہ}}{\text{تعداد}} = \frac{\text{طول} \times \text{عرض}}{\text{تعداد}} =$$

$$(N) \dots \dots \frac{z}{e \times J} = \text{ت}$$

۱۶۔ اسلامی جمہوریہ کا حجم اس کے قاعدہ، پہلو اور سرے کے رقبوں کی رقوم
سے بیان کیا جاسکتا ہے۔ یعنی —

مساحتی حجم = (طول × عرض) (طول × موٹائی) (عرض × موٹائی)

$$= \left[\text{واحدہ کا رقبہ} \right] \times \left[\text{پھلو کا رقبہ} \right] \times \left[\text{سریے کا رقبہ} \right]$$

$\frac{1}{x} = x^{-1}$

جہاں مقام اور قریب و بے ترتیب قاعدہ کے رقبہ پہلو کے رقبہ اور سرسبز کے

رقبہ کو تعبیر کرتے ہیں۔

صورت خاص

۱۱۷۔ مکعب۔ اس صورت میں تمام ابعاد ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔

یعنی طول = عرض = موٹائی = کنارہ
اور کسی مستطیلی مجسم کا حجم = طول \times عرض \times موٹائی دفعہ ۱۱۵
∴ مکعب کا حجم = (کنارہ)^۳
یعنی ح = ک^۳ (۱)

∴ مکعب کا کنارہ = $\sqrt[3]{\text{ح}}$

یعنی ک = $\sqrt[3]{\text{ح}}$ (۲)

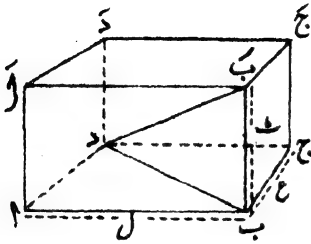
قاعدہ۔ کسی مکعب کے حجم میں جتنی حجمی اکائیاں ہوتی ہیں اُن کی تعداد کا جذر الکعب نکالو۔ تو اُس کے کنارہ میں تناظر خطی اکائیوں کی تعداد حاصل ہوگی۔
یا مختصراً —

مکعب کا کنارہ = $\sqrt[3]{\text{ح}}$

یعنی ک = $\sqrt[3]{\text{ح}}$

مسئلہ ۲۹

۱۱۸۔ مستطیلی مجسم کا وتر معلوم کرنا جب کہ اُس کے ابعاد دیئے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ مستطیلی مجسم
 اب ج د کے ابعاد
 با، ب ج، ب ب،
 ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ
 سے بالترتیب ل، ع اور ٹ ہیں۔
 مطلوب یہ ہے کہ اس کے
 وتر دب کا طول ل، ع اور
 ٹ کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔
 دب کو ملاؤ۔

دب چونکہ مثلث قائم الزاویہ دب ب کا وتر ہے
 $\therefore دب^2 = دب^2 + دب^2$ اقلیدس مقالہ اول شکل ۴
 لیکن دب^2 = اب^2 + اد^2
 $اب^2 + ب ج^2 = دب^2$ اقلیدس مقالہ اول شکل ۳۴
 $\therefore دب^2 = اب^2 + ب ج^2 + ب ب^2$
 $\therefore دب^2 پر کا مربع = (ل + ع + ٹ)^2$ مربع اکائیاں ... دفعہ ۹ حصہ اول
 $\therefore دب = \sqrt{ل^2 + ع^2 + ٹ^2}$ طولی اکائیاں ...

پس قاعدہ — مستطیلی مجسم کے ابعاد میں طولی اکائیوں کو تعبیر
 کرنے والے اعداد کے مربعوں کا حاصل جمع دریافت کرو۔ تب اس مجموعہ
 کا جذر المربع مجسم کے وتر میں متناظر طولی اکائیوں کی تعداد کو تعبیر کریگا۔

یا مختصراً — مستطیلی مجسم کا وتر = $\sqrt{(طول)^2 + (عرض)^2 + (موٹائی)^2}$

$$د = \sqrt{ل^2 + ع^2 + ٹ^2}$$

نوٹ: یہ ظاہر ہے کہ مستطیلی مجسم اب ج د کے چاروں وتروں میں

سے ہر ایک کے لئے ہمیں یہی جملہ حاصل ہوگا۔ اس لئے ہم یہ نتیجہ نکالتے ہیں کہ کسی مستطیلی مجسم کے تمام وتر ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔

صورت خاص

۱۱۹۔ مکعب۔

اس صورت میں طول = عرض = گہرائی = کنارہ

اور چونکہ کسی مستطیلی مجسم کا وتر = $\sqrt{(\text{طول})^2 + (\text{عرض})^2 + (\text{گہرائی})^2}$ دفعہ ۱۱۸

نہ مکعب کا وتر = $\sqrt{3 \times (\text{کنارہ})^2}$

و = $\sqrt{3} \text{ ک}$

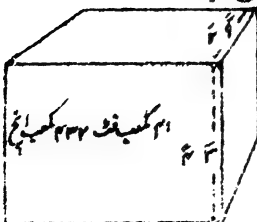
(۱) = $\sqrt{3} \text{ ک}$ (۱)

اس لیے ک = $\frac{9}{\sqrt{3}}$ (۲)

توضیحی مثالیں

۱۲۰۔

مثال ۱: اس مستطیلی مجسم کا طول معلوم کرو جس کا حجم ۴ مکعب فٹ ۴۳۲ مکعب انچ، عرض ۲ فٹ ۹ انچ اور دبازت ۳ فٹ ۴ انچ ہے۔



مستطیلی مجسم کا طول = $\frac{\text{حجم}}{\text{عرض} \times \text{دبازت}}$ دفعہ ۱۱۵

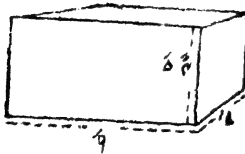
جہاں $\text{ح} = 4 \frac{432}{1000} = 4 \frac{1}{3}$

$\text{ع} = 2 \frac{9}{12} = 2 \frac{3}{4}$ اور $\text{د} = 3 \frac{4}{12} = 3 \frac{1}{3}$

$$\therefore \text{مسطبی مجسم کا طول} = \frac{21 \frac{1}{2} \text{ فٹ}}{3 \frac{1}{3} \times 2 \frac{2}{3}} = \frac{3 \times 3 \times 145}{10 \times 11 \times 2} \text{ فٹ}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ فٹ} = 6 \text{ انچ}$$

مثال ۲: بتاؤ کہ اس مسطبی وضع کے حوض میں کتنے ٹن پانی آئیگا جس کا طول عرض اور گہرائی بالترتیب ۹ فٹ، ۷ فٹ اور ۵ فٹ ۳ انچ ہیں؟



حوض کا حجم = (ل × ع × د) مکعب فٹ
..... دہرہ ۱۱۵

$$\text{جہاں } 9 = \text{ع} = 7 = \text{د} = 5 \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{حوض کا حجم} = (9 \times 7 \times 5 \frac{3}{4}) \text{ مکعب فٹ}$$

اور چونکہ ۱ مکعب فٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہوتا ہے

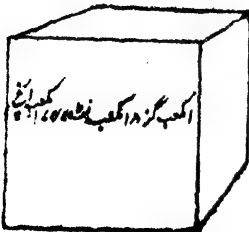
..... دہرہ ۱۱۱

$$\therefore \text{حوض میں کے پانی کا وزن} = 9 \times 7 \times 5 \frac{3}{4} \times 1000 \text{ اونس}$$

$$= \frac{1000 \times 9 \times 7 \times 5 \frac{3}{4}}{20 \times 3 \times 2 \times 12 \times 16 \times 2} \text{ ٹن}$$

$$= \frac{3}{8} \times 9 \text{ ٹن}$$

مثال ۳: اس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جس کا حجم ۱ مکعب گز ۱۸ مکعب فٹ اور ۴ مکعب انچ ہے۔



$$\therefore \text{مکعب کا کنارہ} = \sqrt[3]{3 \text{ انچ}} \text{ دہرہ ۱۱۷}$$

$$\text{جہاں } 3 = 950.4$$

$$\therefore \text{مکعب کا کنارہ} = \sqrt[3]{950.4} \text{ انچ}$$

$$= 9.67 \text{ انچ} = 1 \text{ گز} \frac{1}{2} \text{ انچ}$$

مثال ۴: بتاؤ کہ اسیل لمبی اور ۱۸ فٹ چوڑی شکر پر اوسطاً ۹ موٹائی میں کنکر بچھوائے جائیں تو اس کے لیے کتنے من کنکر درکار ہونگے اگر اکعب فٹ کنکروں کا وزن $\frac{1}{4}$ من ہو؟

مطلوبہ کنکروں کا حجم = (ل × ع × پ) اکعب فٹ دفعہ ۱۸

$$\text{جہاں ل} = ۱۶۰ \times ۳ \times ۱۸ = ۱۸ \text{ اور پ} = \frac{۳}{۴}$$

$$\therefore \text{مطلوبہ کنکروں کا حجم} = \frac{۳ \times ۱۸ \times ۳ \times ۱۶۰}{۴} \text{ اکعب فٹ}$$

$$\therefore \text{مطلوبہ کنکروں کا وزن} = \frac{۳ \times ۳ \times ۱۸ \times ۳ \times ۱۶۰}{۴ \times ۲} \text{ من}$$

$$= ۱۰۶۹۲۰ \text{ من}$$

مثال ۵: دھات کے تین کعبوں کو جن کے کنارے بالترتیب ۲، ۳، ۴ اور ۵ ہیں پگھلا کر ایک ہی کعب بنایا گیا۔ اس کا وتر دریا فت کرو۔

نئے کعب کا حجم = (۲ + ۳ + ۴) اکعب انچ دفعہ ۱۱

$$= ۲۱۶ \text{ اکعب انچ}$$

$$\therefore \text{کنارہ} = \sqrt[3]{۲۱۶} \text{ انچ} = \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۱}$$

$$= ۶ \text{ انچ}$$

$$\therefore \text{نئے کعب کا وتر} = \sqrt[3]{۳} \text{ انچ} = \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۱}$$

$$= ۱۰۶۳۹۲ \text{ انچ}$$

مثال ۶: اگر ایک اینٹ اُس فضا کو گھیرتی ہو جس کے ابعاد ۱۰، ۱۰ اور ۳ انچ ہیں تو بتاؤ کہ ایک ایسی دیوار کے بنانے میں کتنی اینٹوں کی ضرورت ہوگی جس کا طول ۱۰ فٹ بلندی ۱۰ فٹ اور عریضی ۱۰ فٹ اینٹ سے ہے؟

$$\text{مطلوبہ اینٹوں کی تعداد} = \frac{\text{دیوار کا حجم}}{\text{ایک اینٹ کا حجم}}$$

$$= \frac{\left(\frac{14}{3} \times 10 \times 100\right) \text{ کعب فٹ}}{\left(3 \times \frac{1}{4} \times 9 \times \frac{1}{1428}\right) \text{ کعب فٹ}} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۱۵}$$

$$= \frac{2 \times 1428 \times 24 \times 10 \times 100}{3 \times 9 \times 9 \times 22}$$

مثال ۷: اگر سونے کے اتنے باریک ورق بنائے جائیں کہ ایک اونس (ٹرائے Troy) سے ۲۰ مربع گز رقبہ کا ورق بنے تو بتاؤ کہ ایسے کتنے ورقوں کی مجموعی موٹائی ۱ انچ ہوگی؟ ایک کعب فٹ سونے کا وزن ۱۰ ہنڈرویتھ ۹۵ پونڈ ہوتا ہے۔ چونکہ ایک کعب فٹ سونے کا وزن ۱۰ ہنڈرویتھ ۹۵ پونڈ ہوتا ہے

∴ $\frac{1428}{12 \times 12 \times 15}$ کعب انچ سونے کا وزن ۱ اونس ہوگا۔

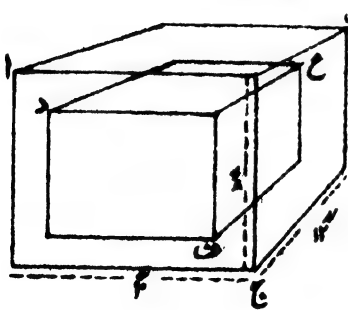
پس اگر ۱۴ انچ ایک ورق کی موٹائی ہو تو۔

$$= \frac{1428}{12 \times 12 \times 15} \times 12 \times 12 \times 9 \times 20 \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۱۵}$$

$$= \frac{1428}{12 \times 12 \times 15} \times 12 \times 12 \times 9 \times 20 \dots \dots \dots$$

$$= \frac{1}{218400}$$

اس لیے ۲۱۸۴۰۰ اوراق کی دبازت ۱ انچ ہوگی۔



مثال ۸: ایک ممکنہ دائرہ کے بیرونی ناپ حسب ذیل ہیں:

طول ۱۲ انچ عرض ۱۰ انچ اور بلندی ۸ انچ۔

۲ ڈیہ ۲ انچ موٹی لکڑی سے بنا ہوا ہے۔ خالی ڈیہ کا وزن معلوم کرو جب کہ لکڑی کی کثافت اضافی

۷۰۰ ہے۔

$$\text{لکڑی کا حجم} = \text{مجموعہ ا ب ج کا حجم} - \text{مجموعہ د ع ف کا حجم}$$

$$= (۸ \times ۱۰ \times ۱۲) - (۳ \times ۶ \times ۸) = ۹۶ - ۱۴۴ = -۴۸$$

$$\frac{\text{کسی جسم کی لکڑی کا وزن}}{\text{اُس کے مساوی الجھ پانی کا وزن}} = \text{اب لکڑی کی کثافت اضافی}$$

$$\text{اور } ۹۶ \times \text{کعبہ پانی کا وزن} = \frac{۹۶ \times ۱۰۰۰}{۱۴۲۸} \text{ اونس } \dots \text{ دفعہ } ۱۱۱$$

$$\therefore ۰.۶۷۵ = \frac{\text{لکڑی کا وزن}}{۹۶ \times ۱۰۰۰ \text{ اونس}}$$

$$\therefore \text{لکڑی کا وزن} = \frac{۹۶ \times ۱۰۰۰ \times ۰.۶۷۵}{۱۴۲۸} = \frac{۶۴۸۰۰}{۱۴۲۸} = ۴۵.۴ \text{ اونس}$$

امثلہ نمبری (۱۲)

اُن مستطیلی مجسمات کے حجم دریافت کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں :-

- ۱۔ طول ۷ فٹ، عرض ۶ فٹ، بلندی ۵ فٹ۔
- ۲۔ طول ۵ فٹ ۶ انچ، عرض ۴ فٹ ۹ انچ، گہرائی ۳ فٹ ۳ انچ۔
- ۳۔ طول ۲ گز ۲ فٹ ۹ انچ، عرض ۲ گز ۲ فٹ، گہرائی ۶ انچ۔
- ۴۔ ایک ایسے مستطیلی مجسم کا طول معلوم کرو جس کا حجم ۱۸ مکعب فٹ اور ۳۹۰ مکعب انچ، عرض ۲ فٹ ۵ انچ اور موٹائی ۳ انچ ہیں۔
- ۵۔ ایک ایسے مستطیلی مجسم کا عرض دریافت کرو جس کا حجم ۵ مکعب فٹ اور ۴۴ مکعب انچ، طول ۱۲ فٹ ۶ انچ اور موٹائی ۸ انچ ہیں۔
- ۶۔ اُس مستطیلی مجسم کی دبازت معلوم کرو جس کا حجم ۴ مکعب فٹ ۱۰.۸ مکعب انچ، طول ۵ فٹ ۱۰ انچ اور عرض ۳ فٹ ۴ انچ ہیں۔
- ۷۔ ایک ایسے مستطیلی مجسم کے قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو جس کا حجم ۲۳ مکعب فٹ ۳۹۶ مکعب انچ اور دبازت ۲ فٹ ۶ انچ ہے۔

- ۸۔ اُس مستطیلی مجسم کی دبازت معلوم کرو جس کا حجم ۹ مکعب گز ۴ مکعب فٹ ۱۵۸ مکعب انچ اور قاعدہ ۶ مربع گز ۴ مربع فٹ ۲۸ مربع انچ ہے۔
- ۹۔ ایسے مستطیلی مجسم کے ہر ایک سرے کا رقبہ معلوم کرو جس کا حجم ۴ مکعب گز ۶ مکعب فٹ ۱۰۰۸ مکعب انچ اور طول ۵ فٹ ہیں۔
- ۱۰۔ اُس مستطیلی مجسم کا حجم معلوم کرو جس کا قاعدہ ۳ مربع گز ۸ مربع فٹ ۲۸ مربع انچ اور بلندی اگر ۲ فٹ ۱۰ انچ ہے۔
- ۱۱۔ ایک مستطیلی مجسم کا حجم ۴ مکعب گز ۴ مکعب فٹ ۴۳۲ مکعب انچ ہے اور اُس کے ہر سرے کا ناپ ۲ مربع گز ۴ مربع فٹ ۲۸ مربع انچ ہے مجسم کا طول دریافت کرو۔
- ۱۲۔ اُس مستطیلی مجسم کا حجم معلوم کرو جس کے ہر ایک پہلو کا ناپ ۳ مربع گز ۵ مربع فٹ ۶۸ مربع انچ ہے اور جس کا عرض اگر ۲ فٹ ۸ انچ ہے۔
- ۱۳۔ ۳ روپے ۸ آنے کی مکعب انچ کے حساب سے اُس مستطیلی مجسم کی قیمت دریافت کرو جس کے ابعاد حسب ذیل ہیں، طول ۱۰ انچ، عرض ۸ انچ اور دبازت ۸ انچ۔
- ۱۴۔ بتاؤ کہ ۸۰ فٹ لمبی، ۱۸ انچ موٹی اور ۶ فٹ اونچی ایک دیوار کے بنانے میں ایسی کتنی اینٹوں کی ضرورت ہوگی جن میں سے ہر ایک کا طول عرض اور بلندی بالترتیب ۹ انچ، ۴ ۱/۴ انچ اور ۳ انچ ہیں؟
- ۱۵۔ قریب ترین ٹیلن تک اُس حوض کی گنجائش معلوم کرو جس کے ابعاد حسب ذیل ہیں: طول ۸ فٹ ۸ انچ، عرض ۲ فٹ ۲ انچ، گہرائی ۶ فٹ ۸ انچ۔
- ۱۶۔ ۳۰ پونڈ فی مکعب فٹ کے حساب سے مستطیلی وضع کے لکڑی کے اُس مجسم کا وزن معلوم کرو جس کا طول ۴ فٹ ۳ انچ، عرض ۲ فٹ ۹ انچ اور موٹائی ۲ فٹ ۶ انچ ہے۔
- ۱۷۔ بتاؤ کہ اُس مستطیلی وضع کے حوض میں پانی کا وزن کیا ہوگا جس کے ابعاد ۱۰ فٹ ۸ فٹ اور ۸ فٹ ہیں؟ جواب ٹن، ہنڈرویت وغیرہ میں بیان کرو۔

۱۰ فٹ ۱۰ انچ اور ۱ فٹ ۹ انچ ہیں۔

۳۳۔ بتاؤ کہ نصف انچ موٹی لکڑی سے بنیڑھکن کا ایک ایسا ڈبہ بنانے کے لئے کتنے مکعب انچ لکڑی کی ضرورت ہوگی جس کا بیرونی طول، عرض اور گہرائی بالترتیب ۲ فٹ ۹ انچ، ۲ فٹ ۳ انچ اور ۱۰ فٹ ۱۰ انچ ہیں؟

۳۴۔ بتاؤ کہ ایک انچ موٹی لکڑی سے ایک ڈبہ بنانے کے لیے کتنے مکعب انچ لکڑی کی ضرورت ہوگی اگر ڈبہ کے اندرونی ابعاد ۵ فٹ ۱۰ فٹ ۳ انچ اور ۱ فٹ ۱ انچ ہوں؟

۳۵۔ ۱۲ فٹ ۹ انچ لمبے اور ۱۰ فٹ ۶ انچ چوڑے ایک مستطیلی حوض میں اگر ۳۰۰ گیلن پانی ڈالا جائے تو بتاؤ کہ اس کی سطح کتنے انچ بلند ہوگی؟

۳۶۔ اگر کسی مستطیلی مجسم کا ہر ایک بُعد گنا کر دیا جائے تو ثابت کرو کہ اس کا حجم گنا ہو جائیگا۔

۳۷۔ اگر کسی مستطیلی وضع کے حوض کے اندرونی ابعاد ۳ فٹ ۶ انچ، ۲ فٹ ۱۰ انچ اور ۱ فٹ ۹ انچ ہوں تو قریب ترین سکند تک معلوم کرو کہ اس کو ایک نل کتنی دیر میں بھرے گا۔ اگر وہ نل ایک منٹ میں ۹ گیلن داخل کرتا ہے؟

۳۸۔ مستطیلی وضع کے ایک مجسم کے ابعاد اعداد ۲، ۵، ۷ کے تناسب میں ہیں اور اس کا حجم ۱۳ مکعب فٹ ۴ م ۱۵ مکعب انچ ہے۔ اس کے ابعاد معلوم کرو۔

۳۹۔ اس مکعب کا حجم معلوم کرو جس کے وتر کا ناپ ۲ فٹ ۶ انچ ہے۔

۴۰۔ اس مستطیلی مجسم کا وتر معلوم کرو جس کا طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۳ فٹ ۳ انچ، ۲ فٹ ۹ انچ اور ۲ فٹ ۳ انچ ہیں۔

۴۱۔ اس مکعب کا وتر معلوم کرو جس کا حجم ۱۰ مکعب فٹ ۲۹۶ مکعب انچ ہے۔

۴۲۔ اس مستطیلی مجسم کی بلندی دریافت کرو جس کا وتر، طول اور عرض بالترتیب ۵ فٹ ۳ انچ، ۵ فٹ ۳ انچ اور ۳ فٹ ۳ انچ ہیں۔

۴۳۔ ایک مستطیلی مجسم کا حجم ۲۱۶۰ مکعب فٹ اور وتر ۲۵ فٹ ہے اگر اس کا طول ۲۰ فٹ ہو تو اس کا عرض اور بلندی دریافت کرو۔

۴۴۔ اُس کعب کا کنارہ معلوم کرو جس کا حجم ایک ایسے مستطیلی مجسم کے حجم کے برابر ہے جس کے ابعاد ۳ فٹ ۹ انچ، ۱ فٹ ۳ انچ اور ۵ انچ ہیں۔

سوالات امتحانات

- ۱۔ ۳۶ × ۹۱ × ۳۷ مربع انچ رقبہ کے ایک مربع گودام کے راہ میں سے ۱۹ × ۶ × ۹ فٹ کعب فٹ ساؤ کا ایک کعبی صندوق لیجانا مطلوب ہے:
- بتاؤ کیا یہ ممکن ہے یا نہیں۔ (جامعہ الہ آباد۔ انٹر میڈیٹ)
- ۲۔ دھات کے تین کعبوں کو جن کے کنارے بالترتیب ۳، ۴ اور ۵ انچ ہیں بچھا کر ایک ہی کعب بنایا گیا: اگر دوران عمل میں دھات ضائع نہ ہو تو بتاؤ کہ نئے کعب کا کنارہ ۶ انچ ہوگا۔ [جامعہ پنجاب: سول انجینئرنگ کا پہلا امتحان]
- ۳۔ اُس بڑے سے بڑے ڈنڈے کا طول معلوم کرو جو ۳۰ فٹ لمبے ۲۴ فٹ چوڑے اور ۸ فٹ اونچے کمرے میں رکھا جاسکتا ہے۔ [جامعہ پنجاب: سول انجینئرنگ کا پہلا امتحان]
- ۴۔ ایک خزانہ آب کے تین حصے ہیں۔ ان میں سے ہر ایک ۲۰۰ فٹ × ۱۰۰ فٹ ہے اور حصوں کے پہلو انتصابی ہیں۔ اگر پانی کی گہرائی ۱۲ فٹ ہو اور فی شخص روزانہ ۵ اگیلن پانی تقسیم ہوتا ہو تو بتاؤ اس شہر کے ۵۰۰۰ باشندوں کے لیے خزانہ کا پانی کتنے دن کے لیے کافی ہوگا۔ (جامعہ مدراس: امتحان بی۔ ای)
- ۵۔ کعب وضع کے ایک ڈبہ کی گنجائش معلوم کرنے کے لیے اُس کے کنارے ناپنے میں طول میں ۶۰.۲، انچ کی مثبت غلطی اور عرض میں ۶۰.۲، انچ کی منفی غلطی ہوئی اور بلندی ٹھیک ٹھیک ناپی گئی۔ اس طرح دریافت شدہ حجم اور اصل حجم ایک دوسرے کے مساوی ہیں۔ کعب انچوں میں حجم معلوم کرو۔ (جامعہ کلکتہ: امتحان ایف۔ ای)

سب پور آپرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ

۶۔ بغیر ڈھکن کا ایک ڈبہ ۱۱ انچ موٹی لکڑی سے بنایا گیا ہے۔ ڈبہ کا بیرونی

طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۲ فٹ ۱۰ انچ، ۲ فٹ ۵ انچ اور ۱ فٹ ۵ انچ ہیں۔ ڈبہ کی گنجائش معلوم کرو نیز بتاؤ کہ کتنے مکعب انچ لکڑی کی ضرورت ہوگی؟
 ۷۔ لکڑی کے مستطیل نما ایک بند ڈبہ کا بیرونی طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۱۸ انچ، ۱۰ انچ اور ۶ انچ ہیں اور لکڑی کی دبازت نصف انچ ہے۔ اگر ڈبہ خالی ہو تو اس کا وزن ۱۵ پونڈ ہوتا ہے اور اگر اس میں ریت بھر کر تولا جائے تو ۱۰۰ پونڈ وزن حاصل ہوتا ہے۔ ایک مکعب انچ لکڑی کا وزن ایک مکعب انچ ریت کا وزن معلوم کرو۔

۸۔ ایک خزانہ ۲۴ فٹ ۸ انچ لمبا اور ۱۲ فٹ ۹ انچ چوڑا ہے: بتاؤ کہ کتنے مکعب فٹ پانی اس میں سے نکالا جائے کہ پانی کی سطح ۱ فٹ نیچے اتر آئے۔

۹۔ ایک مکعب کا وتر ۳۰ انچ ہے: اس کا حجم کیا ہے؟
 (سب پورا پورٹنس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)
 ۱۰۔ مدرسہ کا ایک کمرہ ایسا بنانا مطلوب ہے کہ اس میں ۵۰ طلباء اس طرح بیٹھ سکیں کہ ہر ایک طالب علم کے لیے $\frac{1}{2}$ مربع فٹ فرش اور $\frac{1}{4}$ مکعب فٹ فضا کی گنجائش رہے اگر کمرہ کا طول ۳۲ فٹ ہو تو بتاؤ کہ اس کا عرض اور بلندی کیا ہونے چاہئیں؟

ڈر کی انجینئرز امتحان داخلہ

۱۱۔ اگر ایک اینٹ کے ابعاد ۹ انچ \times $\frac{1}{2}$ انچ \times ۳ انچ ہوں تو بتاؤ کہ ۱۴ فٹ اونچے اور ۲۲ فٹ \times ۱۵ فٹ ابعاد کا ایک کمرہ بنانے کے لیے کتنی اینٹوں کی ضرورت ہوگی جب کہ دیواروں کی موٹائی ۲ فٹ ہو اور کمرہ میں ۸ فٹ \times $\frac{1}{2}$ فٹ کا ایک دروازہ اور ۳ فٹ \times ۲ فٹ کے دو دریچے ہوں؟

۱۲۔ ۴، ۸، $\frac{1}{2}$ فٹ بالترتیب طول، بلندی اور موٹائی کی ایک دیوار بنانے کے لیے ایسی کتنی اینٹوں کی ضرورت ہوگی جن کا طول، عرض اور

موتائی ۹، ۱۴ اور ۳ انچ ہیں ؟
 ۱۳۔ ایک مجسم کے تین متصلہ کنارے بالترتیب ۳، ۵ اور ۸۰ انچ ہیں ،
 ایک ایسے مکعب کا کنارہ معلوم کرو جس کی گنجائش وہی ہو۔
 ۱۴۔ ۲۵ فٹ گہری اور ۴۸۰ فٹ عرض کی ایک ندی ۳ میل فی گھنٹہ کی شرح
 سے بہ رہی ہے : بتاؤ کہ ندی سے سمندر میں فی منٹ کتنے ٹن پانی جا رہا ہے۔
 ۱۵۔ ایک مکعب فٹ سونے کو ہتھوڑے سے کوٹ کر اس قدر پھیلا یا گیا کہ
 اُس سے ۶ ایکڑ رقبہ ڈھک گیا ، اعشاریہ کے دو مقامات تک صحت کے ساتھ
 سونے کی دبازت انچوں میں معلوم کرو۔

گڑ کی اپوسب آرڈینیٹ : امتحان داخلہ

۱۶۔ مستطیل بنا ہانے کے برتن کا طول ۱۲ فٹ ، عرض ۹ فٹ اور گہرائی ۳
 فٹ ہے ، بتاؤ کہ اُس کی گہرائی میں کتنا اضافہ کیا جائے کہ اس میں مزید ۸۰ اکیلوں
 پانی سما سکے۔
 ۱۷۔ ایک خزانہ آب میں ۳۲۸ ۵۳۲ مکعب فٹ پانی ہے۔ اُس کی گہرائی
 طول کا ایک تہائی ہے اور طول اور ایک تہائی گہرائی کے فرق کا نصف
 عرض کے مساوی ہے اس کے ابعاد معلوم کرو۔
 ۱۸۔ بغیر ڈھکن کے ایک ڈبہ کے بیرونی ناپ یہ ہیں : طول ۴ فٹ ، عرض
 ۳ فٹ اور بلندی ۲ فٹ : لکڑی کی کیناں دبازت ۱۲ انچ ہے۔ اگر
 لکڑی کی قیمت ۷ شلنگ ۹ پنس فی مکعب فٹ اور ہنوائی کی اجرت لکڑی
 کی قیمت کا ۱/۲ ہو تو ڈبہ کی قیمت قریب ترین پینی تک دریافت کرو۔
 ۱۹۔ ایک مستطیلی مجسم کا طول ۱۳ فٹ عرض ۱۴ فٹ اور بلندی ۲ فٹ
 ہے : اُس کے دتر کا طول اور اُس کے متوی سطح کا رقبہ دریافت کرو جو ۱/۳ فٹ
 والے مقابل کے دو کناروں میں سے گزرتی ہے۔

زائد امتحانی سوالات - سنہ ۲۰

۲۰۔ ۱۲۰۰ مربع گز رقبہ کی احاطہ بندی کے لیے دیوار کا کم سے کم طول معلوم کرو

جب کہ رقبہ کے ایک مربع پر ایک دیوار موجود ہے، اس طرح صرف تین جانہوں پر دیوار اٹھانی پڑے گی۔ اگر دیوار کی تراش کا اوسط رقبہ ۱۸ مربع فٹ ہو تو اس کو ۱۸ اینچ \times ۹ اینچ \times ۴ اینچ ابعاد کے پتھروں سے بنوانے کی لاگت معلوم کرو جب کہ پتھر کا نرخ ۸۰ روپے فی ہزار ہے۔

(مدرس یونیورسٹی : امتحان بی۔ ای)

۲۱۔ ایک مستطیل خزانہ آب کا طول ۱۰۰ فٹ اور عرض ۶۴ فٹ ہے :
بتاؤ کہ ۸ گھنٹوں میں پانی کی سطح ۲ فٹ بلند کرنے کے لیے فی گھنٹہ کس چال سے اس میں ایک ایسے نل کے ذریعہ پانی داخل ہونا چاہیے جس کی عمودی تراش ۲ اینچ ضلع کا ایک مربع ہے۔ (جامعہ بمبئی : امتحان ایل۔ سی۔ ای) ۱
۲۲۔ اگر کسی مکعب کے ہر کنارے کا طول ۱۰ ہو تو بتاؤ کہ اس کے ہر رخ کا وتر ۱۴ اور مجسم کا وتر ۱۳ ہوگا۔

(رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۲۳۔ ایک ساگوانی شہتیر کا طول ۲۰ فٹ، اینچ، عرض ۱۰ فٹ ۱۰ اینچ اور موٹائی ۱ فٹ ۸ اینچ ہے۔ بتاؤ کہ اس میں سے جو ایک اینچ موٹے تختے کاٹے جاسکتے ہیں ان کا سطحی رقبہ کتنے مربع فٹ ہوگا۔ (رڈ کی انجینئر فائیل)
۲۴۔ ۱۶ اینچ طول، اینچ بلندی اور ۵ اینچ عرض کے ڈبہ میں کتنی اشرفیاں آسکیں گی۔ اگر ہر ایک اشرفی کا ناپ $\frac{1}{2}$ اینچ \times $\frac{1}{4}$ اینچ ہو؟
(رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

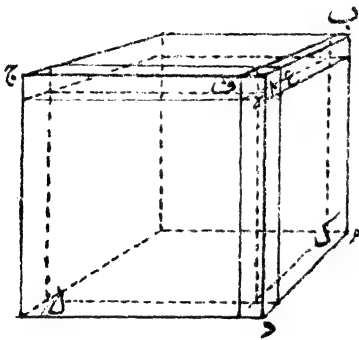


باب بست ویکم

اَشْنَاءِ اَعْشَارِيَه — (گزشتہ سے پیوستہ)

۱۲۱۔ (باب سوم میں) ہم دیکھ چکے ہیں کہ کسی مستطیل کا (دقیقہ) اَشْنَاءِ اَعْشَارِيَه کے استعمال سے سہولت کے ساتھ معلوم ہو سکتا ہے۔ اب مطلوب یہ ہے کہ اس طریقہ میں وسعت کر کے اسی مستطیلی محاسبات کے حجم معلوم کریں۔

۱۲۲۔ مکعب اب ج د پر غور کرو۔



فرض کرو کہ اُس کا ہر ایک کنارہ افٹ الانچ کے طول کو تعبیر کرتا ہے۔ اُسی پیمانہ پر ج ا اور ج ا اور د ا پر بالترتیب ب سے 'ج' سے اور د سے افٹ کے متناظر طول کو قطع کرو۔

تب ان تین خطوط کے بقیہ حصوں میں سے ہر ایک الانچ طول کو ظاہر کریں گا۔

نقاطِ تقسیم سے مکعب کے ضلعوں کے متوازی سطحیں کھینچو۔ اس عمل کے بعد معلوم ہوتا ہے کہ تمام مکعب چار مختلف جسامتوں کے چند ٹکڑوں پر مشتمل ہے۔
 بڑے سے بڑا ٹکڑا مکعب لا ک ل ہے جس کا ناپ ہر سمت میں افٹ ہے: یعنی یہ ٹکڑا ایک مکعب افٹ ہے۔

اس کے بعد جسامت کے لحاظ سے مستطیلی مجسم ہر ایک کے ابعاد
 افٹ \times انچ \times ایک انچ ہیں۔ ظاہر ہے کہ یہ اکعب فٹ کا بارہواں حصہ ہے اور اس
 کو ہم نے ایک مکعب یا ٹھوس اولی (دفعہ ۱۳) کے نام سے نامزد کیا ہے۔ ایسے یہاں تین ٹکڑے ہیں۔
 بعد ازاں لمباجا جسامت مستطیلی مجسم ج ف کا نمبر ہے جس کے ابعاد
 افٹ \times انچ \times ایک انچ ہیں۔ ظاہر ہے کہ یہ اکعب یا ٹھوس اولی کا بارہواں حصہ ہے اور
 اس کا نام ہم نے اکعب یا ٹھوس ثانوی رکھا ہے (دفعہ ۱۳)۔ ایسے بھی یہاں تین ٹکڑے ہیں۔
 جسامت کے لحاظ سے جھوٹے سے چھوٹا مکعب ا ف ع کا ہے
 جس کا ناپ ہر سمت میں ۱۱ انچ ہے یعنی یہ ٹکڑا ایک مکعب انچ ہے۔

پس مکعب ا ب ج د ایسے مجسم کو تعبیر کرتا ہے جو۔

۱۔ ایک مکعب فٹ

۲۔ تین مکعب اولیات

۳۔ تین مکعب ثانویات

۴۔ ایک مکعب انچ یعنی ایک مکعب ثلاثی کے مجموعہ کے برابر ہے۔

نتیجہ بالا ذیل کے طریقہ عمل سے بھی حاصل ہو سکتا ہے۔ اس طریقہ میں

مجسم کے طول میں ہر رتم کو عرض میں کی ہر رتم سے ضرب دے کر پھر اس حاصل ضرب
 میں ہر رتم کو بلندی میں کی ہر رتم سے ضرب دیا جاتا ہے۔

افٹ ۱ انچ

افٹ ۱ انچ

۱ \times ۱ مربع فٹ ۱ \times ۱ سطحی اولیات

۱ \times ۱ سطحی اولیات ۱ \times ۱ مربع انچ

۱ مربع فٹ ۲ سطحی اولیات ۱ مربع انچ

افٹ ۱ انچ

۱ \times ۱ مکعب فٹ ۲ \times ۱ مکعب اولیات ۱ \times ۱ مکعب ثانویات

۱ \times ۱ مکعب اولیات ۲ \times ۱ مکعب ثانویات ۴ \times ۱ مکعب انچ

۱ مکعب فٹ ۳ مکعب اولیات ۳ مکعب ثانویات ۱ مکعب انچ

اگر کسی مستطیلی مجسم کے ابعاد انچ کے بارہویں حصہ پر مشتمل ہوں اور
 اثناء اعشاریہ کی مدد سے اس کا حجم معلوم کرنا ہو تو بالکل اسی طریقہ سے عمل کیا جاسکتا ہے۔
 اُس صورت میں یہ یاد رکھنا چاہیے کہ —

۱ سیاری اکائی = ۱۲ اولیات

۱ اولی = ۱۲ ثانویات

۱ ثانوی = ۱۲ ثلاثیات

۱ ثلاثی = ۱۲ ربعیات

و علیٰ ہذا القیاس 'سیاری' اکائی خواہ طولی ہو یا سطحی ہو یا مکعبی ہو یہ ضرور یاد رکھنا
 چاہیے کہ کسی حاصل ضرب کا درجہ اُس کے اجزاء کے تمام درجوں کا مجموعہ ہوتا ہے
 (دیکھو باب سوم) — اس قدر ذہن نشین کر لینے کے بعد ذیل کی توضیحی مثالوں
 کے سمجھنے میں کوئی وقت نہیں ہوگی۔

توضیحی مثالیں

۱۲۳ - مثال ۱: اثناء اعشاریہ کے طریقہ سے ایک ایسے مستطیلی مجسم کا حجم
 دریافت کر دیجس کے ناپ ۵ فٹ ۸ انچ ۳ فٹ ۶ انچ ۲ فٹ ۱۰ انچ ہیں۔
 مستطیلی مجسم کا حجم = ۵ فٹ ۸ انچ ۳ فٹ ۶ انچ ۲ فٹ ۱۰ انچ دفعہ ۱۱۵

| فٹ | انچ |
|----|-----|
| ۵ | ۸ |
| ۳ | ۶ |
| ۲ | ۱۰ |
| ۱۹ | ۱۰ |
| ۴ | ۱۰ |
| ۷۹ | ۴ |
| ۱۶ | ۶ |
| ۹۵ | ۱۰ |

∴ مستطیلی مجسم کا حجم = ۹۵ مکعب فٹ، ۱۰ مکعب اولیات، ۴ مکعب ثانویات

مثال ۲: اشنا اعشاریہ کے طریقہ سے ایک ایسے مستطیلی مجسم کا حجم دریافت کرو جن کے
 باپ ۳ فٹ ۲ انچ اور ۵ انچ کے بارہویں ۲ x ۲ فٹ ۷ انچ اور ۹ انچ کے بارہویں ۲ x ۲ فٹ
 ۸ انچ اور ۳ انچ کے بارہویں ہیں۔
 مستطیلی مجسم کا حجم = ۳ فٹ ۳ انچ ۵ بارہواں ۲ x ۲ فٹ ۷ انچ ۹ بارہواں ۲ x ۲ فٹ
 ۸ انچ ۳ بارہواں دفعہ ۱۱۵

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| ۳ | فٹ | ۳ | ۵ | |
| ۲ | فٹ | ۷ | ۹ | |
| ۶ | | ۸ | ۱۰ | |
| ۱ | | ۱۱ | ۹ | ۱۱ |
| | | ۲ | ۶ | ۳ |
| | | ۲ | ۳ | ۹ |
| ۸ | | ۱۰ | ۱۱ | ۹ |
| ۲ | | ۸ | ۳ | |
| ۱۷ | | ۹ | ۱۰ | ۶ |
| ۵ | | ۱۱ | ۳ | ۱۰ |
| | | ۲ | ۸ | ۱۱ |
| ۲۳ | | ۷ | ۱ | ۱۱ |

∴ مستطیلی مجسم کا حجم = ۲۳ مکعب فٹ ۱ مکعب ثانوی، مکعب ثلثیات ۱۱ مکعب خمیات

امثلہ نمبری (۲۱)

اشنا اعشاریہ کے طریقہ سے ان مستطیلی مجسمات کے حجم دریافت کرو جن کے ابعاد ذیل میں مندرج ہیں۔

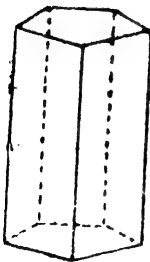
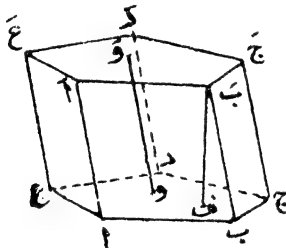
- ۱- ۳ فٹ ۲ انچ - ۲ فٹ ۶ انچ - ۲ فٹ -
- ۲- ۲ فٹ ۹ انچ - ۳ فٹ ۵ انچ - ۲ فٹ ۷ انچ
- ۳- ۳ فٹ ۶ انچ ۳ بارہواں - ۳ فٹ ۲ انچ ۹ بارہواں - ۲ فٹ ۷ انچ
- ۴- ۲ فٹ ۷ انچ ۸ بارہواں - ۳ فٹ ۹ انچ ۱۰ بارہواں - ۲ فٹ ۳ انچ ۶ بارہواں
- ۵- ۳ فٹ ۲ انچ ۱۰ بارہواں - ۲ فٹ ۹ انچ ۷ بارہواں - ۱ فٹ ۷ انچ ۶ بارہواں
- ۶- ۹ انچ ۳ فٹ ۷ بارہواں

باب سبب دوم

منشور - اسطوانہ - حلقہ

۱۲۴۔ منشور ایک ایسا مجسم ہے جس کے رخ متوازی الاضلاع ہوتے ہیں اور سرے متوازی سطحوں میں واقع ہوتے ہیں۔
ظاہر ہے کہ منشور کے سرے ایک دوسرے کے مساوی اور متساہ ہونگے۔

دونوں سروں میں سے ہر ایک کو جس پر منشور لگایا جاسکتا ہے منشور کا قاعدہ کہتے ہیں۔
کسی منشور کے سروں کا درمیانی عمودی فاصلہ منشور کی بلندی یا ارتفاع کہلاتا ہے۔



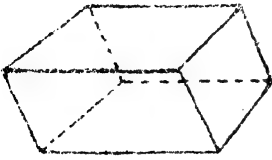
منشور کے طول سے
اس کے طور کا وہ حصہ مراد ہے جو
متوازی سروں کے درمیان واقع ہوتا
ہے۔

اس طرح منشور اب د ع

میں۔

اب ج د ع قاعدہ ہے۔
ج ب ف بلندی یا ارتفاع۔
اور و و منشور کا طول۔
جب کسی منشور کے سرے

مختلف اشکال میں ہوں تو ایسے منشور کو



منتظم منشور کہتے ہیں۔

منشور، قائم منشور کہلاتا ہے جب کہ اُس کے متصلہ طرئی رُخوں (یا پہلوؤں) سے بننے والے کنارے

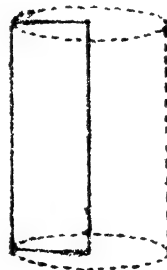
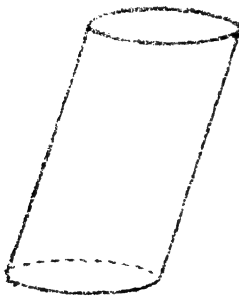
اُس کے سروں پر عمود ہوتے ہیں (دیکھو شکل)۔ اگر ایسا نہ ہو تو منشور کو ترچھا منشور کہتے ہیں۔

ان تعریفات سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ قائم منشور کے طرئی رُخ شکل میں مستطیل یا قائم الزاویہ ہوتے ہیں اور تمام مستطیلی جہات قائم منشور ہوتی ہیں جب کسی منشور کے سرے شکل میں متوازی الاضلاع ہوتے ہیں

تو وہ منشور متوازی السطوح کہلاتا ہے (دیکھو شکل)۔ اس سے یہ متوازی السطوح کی تعریف اس طرح کی جاسکتی ہے کہ وہ ایک ایسا جسم ہے جو متوازی اور مستوی (سطح) طرئی رُخوں کے تین زوچوں سے گھرا ہوتا ہے۔

منشور کی طرئی سطح سے وہ سطح مراد ہے جو اس کے طرئی رُخوں یا پہلوؤں کی سطحوں کا مجموعہ ہوتا ہے۔ منشور کی طرئی سطح میں اگر اُس کے سروں کی سطحوں کا مجموعہ بھی شامل کر دیا جائے تو ہمیں منشور کی مجموعی سطح حاصل ہوتی ہے۔

۱۲۵۔ جب کسی منشور کے اضلاع کی تعداد کو لا انتہا بڑھا دیا جائے



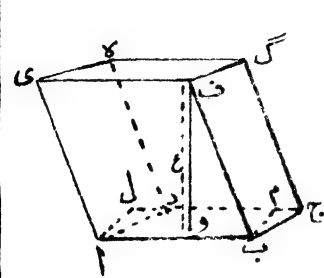
اور ہر ضلع کا عرض لا انتہا گھٹا دیا جاتا ہے (اس طرح کہ تراش عمودی کا احاطہ محدود رہے) تو منشور کی سطح ایک اسطوانہ کی سطح بن جاتی ہے۔
اس لیے اسطوانہ کے متعلق کہا جاسکتا ہے کہ وہ منشور کی انتہائی صورت ہے جس میں اضلاع کی تعداد لا انتہا بڑھا دی گئی ہو اور ہر ضلع کا عرض لا انتہا کم کر دیا گیا ہو۔

ایک مستدیر اسطوانہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہے۔
اگر کسی مستطیل کو اس کے ایک ضلع کے گرد گھما دیا جائے تو قائم مستدیر اسطوانہ کی سطح پیدا ہوتی ہے (دیکھو شکل)
۱۶۶۔ منشور کی تعریف میں اس قدر توسیع کی جاسکتی ہے کہ انتہائی صورت میں اسطوانہ بھی اس میں شامل ہو جائے، اس طرح کہ۔

منشور وہ مجسمہ ہے جس کے سرے دو ایسی متوازی مستوی شکلیں ہوتی ہیں جو ایک دوسرے کے برابر اور متشابه ہیں اور جن کے اضلاع، دونوں سروں کے محیطوں کے متناظر نقاط کو ملائے والے خطوط مستقیم ہوتے ہیں۔ وسیع نقطہ نظر سے دیکھا جائے تو نابذ اسطوانہ اور محرابی چلوں کی چٹائی بھی منشوروں ہی کی عام مثالیں ہیں۔

مسئلہ ۳۰

۱۴۰۔ متوازی السطوح کا حجم معلوم کرنا جب کہ اس کے قاعدہ کا رقبہ اور ارتفاع دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ متوازی السطوح
اب گ ہ کے قاعدہ اب ج د کا
ناب رقبہ کی کسی اکائی کے لحاظ سے
ق اور اس کے ارتفاع و ف
کا ناب متناظر طولی اکائی کے لحاظ سے
ع ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ اب گ کا حجم ق اور ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

سطح اب ج د میں اور متوازی خطوط اب ج د کے درمیان مستطیل اب م ل بناؤ۔

تب مستطیل اب م ل کا رقبہ متوازی الاضلاع اب ج د کے رقبہ کے مساوی ہوگا [اقلیدس مقالہ اول شکل ۳۵] اب چونکہ مساوی قاعدوں پر بنے ہوئے اور مساوی ارتفاع کے متوازی السطوح کے حجم مساوی ہوتے ہیں [اقلیدس مقالہ ۱۱ شکل ۳۱]

اس لیے متوازی السطوح اب گ کا حجم اُس مستطیلی مجسم کے حجم کے برابر ہوگا جس کا قاعدہ اب م ل اور جس کا ارتفاع و ف ہے لیکن اِس مستطیلی مجسم کا حجم = ق × ع کعب اکائیاں ... ۱۱۵ دنفہ ۱۱۵

اس لیے متوازی السطوح اب گ کا حجم = ق × ع کعب اکائیاں پس قاعدہ — متوازی السطوح کے قاعدہ میں کی رقبہ کی اکائیوں کی تعداد کو اُس کے ارتفاع میں کی تناظر طولی اکائیوں کی

تعداد سے ضرب دو۔ تب حاصل ضرب اُس کے حجم میں تناظر کعب اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کریگا۔

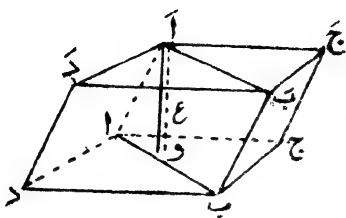
یا مختصراً

متوازی السطوح کا حجم = قاعدہ × ارتفاع

$$ح = ق \times ع$$

مثلاً ۳۱

۱۲۸ - منشور مثلثی کا حجم معلوم کرنا جب کہ اُس کا قاعدہ اور



ارتفاع دیے ہوئے ہوں۔
 فرض کرو کہ اب ج ایک
 منشور مثلثی ہے اور اس کے قاعدہ
 اب ج کا ناپ رقبہ کی کسی اکائی کے
 لحاظ سے ق اور ارتفاع او کا ناپ
 متناظر طولی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔
 مطلوب یہ ہے کہ اب ج
 کا حجم ق اور ع کی رقوم میں دریافت
 کیا جائے۔

ب ب میں سے ب ب د ایک ایسی سطح کھینچو جو سطح ج ج آ
 کے متوازی ہو۔
 پھر ا ا میں سے ا ا د ایک ایسی سطح کھینچو جو سطح ج ج ب کے
 متوازی ہو۔

تب مجسم دب ج ا ایک متوازی السطوح ہو جائیگا اور اس کا حجم منشور اب ج
 کے حجم کا دوچند ہوگا۔۔۔ [اقلیدس مقالہ ۱۱ - شکل ۲۸]

لیکن دب ج ا کا حجم = قاعدہ دب ج ا کا رقبہ \times او۔۔۔ { دفعہ ۱۲
 \therefore اب ج کا حجم = $\frac{1}{3}$ قاعدہ دب ج ا کا رقبہ \times او

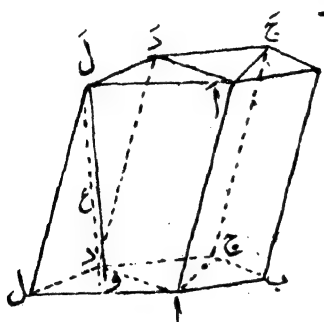
= مثلث اب ج کا رقبہ \times او۔۔۔ [اقلیدس مقالہ اول شکل ۳۳]
 $=$ ق \times ع مکعب اکائیاں

پس قاعدہ — مثلثی منشور کے قاعدہ میں مربع اکائیوں کی
 تعداد کو ارتفاع میں متناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب
 دو، حاصل ضرب اس کے حجم میں متناظر مکعب اکائیوں
 کو تعبیر کریگا۔

یا مختصراً منشور مثلثی کا حجم = قاعدہ \times ارتفاع
 $ج = ق \times ع$

مسئلہ ۳۲

۱۲۹۔ کسی منشور کا حجم معلوم کرنا جب کہ اس کا قاعدہ اور ارتفاع دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ منشور اب دَل کے قاعدہ اب ج دَل کا ناپ رقبہ کی کسی اکائی کے لحاظ سے ق اور اس کے ارتفاع ل و کا ناپ تناظر طولی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔
 مطلوب یہ ہے کہ اب دَل کا حجم ق اور ع کی قوم میں دریافت کیا جائے۔

۱۱۱ میں سے گزرنے والی سطحوں کے ذریعہ مجسم کو مثلثی منشوروں میں منقسم کرو۔

ان تمام منشوروں میں سے ہر ایک کا ارتفاع دی ع ہوگا اور ان کے قاعدے مثلثات اب ج، اج د اور اد ل ہونگے۔ اس لیے اگر ان تین مثلثوں کے رقبے بالترتیب ق، ق، ق ہوں اور اگر مثلثی منشور اج ب، اد ج اور ال د کے حجم بالترتیب ج، ج، ج ہوں تو ظاہر ہے کہ۔

$$\left\{ \begin{array}{l} ج = ق \times ع \\ ج = ق \times ع \\ ج = ق \times ع \end{array} \right. \quad \text{..... دفعہ ۱۲۸}$$

$$\therefore \text{ح} + \text{ح} + \text{ح} = (\text{ق} + \text{ق} + \text{ق}) \times \text{ع}$$

$$\text{یا ح} = \text{ق} \times \text{ع}$$

پس قاعدہ — کسی منشور کے قاعدہ میں مربع اکائیوں کی تعداد کو اُس کے ارتفاع میں تناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ حاصل ضرب منشور کے حجم میں تناظر مکعب اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کرے گا۔

یا مختصراً کسی منشور کا حجم = قاعدہ \times ارتفاع

$$\text{ح} = \text{ق} \times \text{ع} \dots \dots \dots (۱)$$

کسی منشور کا قاعدہ = $\frac{\text{حجم}}{\text{ارتفاع}}$

$$\text{ق} = \frac{\text{ح}}{\text{ع}} \dots \dots \dots (۲)$$

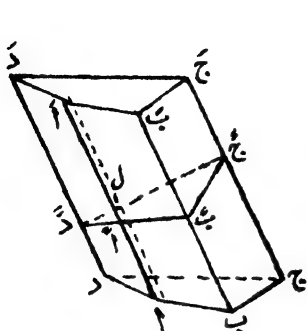
اور کسی منشور کا ارتفاع = $\frac{\text{حجم}}{\text{قاعدہ}}$

$$\text{ع} = \frac{\text{ح}}{\text{ق}} \dots \dots \dots (۳)$$

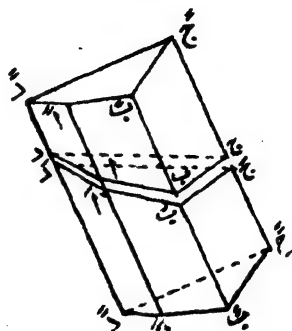
مسئلہ ۳۳

۱۳۰۔ منشور کا حجم معلوم کرنا جب گنا اس کی تراش کا رقبہ ۲ اور طول دیے ہوئے ہوں۔

فرض کر دو کہ اب ج ڈ کوئی منشور ہے (شکل ۱)۔ اور اُس کی



شکل ۱



شکل ۲

تراش عمودی AB ج D کا ناپ کسی مربع اکائی کے لحاظ سے Q ہے۔
اور اس کے طول AA' کا ناپ تناظر طولی اکائی کے لحاظ سے L ہے۔
مطلوب یہ ہے کہ AB ج D کا حجم Q اور L کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

منشور AB ج D کے پچھلے حصہ AB ج D کو بالائی حصہ
 AB ج D پر اس طرح رکھو کہ رخ AB ج D ، رخ AB ج D پر منطبق ہو
جائے (شکل ۲)۔

اس طرح سے بننے والا مجسم ایک ایسا قائم منشور ہوگا جس کا
قاعدہ AB ج D ہوگا اور جس کا طول یا ارتفاع AA' ($= AA'$) (شکل ایس)
ہوگا۔

اور اس قائم منشور کا حجم Q = کعب اکائیاں ہوگا..... دفعہ ۱۲۹
لیکن جیسا کہ ظاہر ہے اس قائم منشور کا حجم وہی ہے جو کہ اصلی منشور AB ج D
کا حجم ہے۔

اصلی منشور AB ج D کا حجم = Q ل کعب اکائیاں
پس قاعدہ — منشور کی عمودی تراش میں مربع اکائیوں کی
تعداد کو اس کے طول میں متناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے

ضرب دو حاصل ضرب اس کے حجم میں متفاظہ جہمی اکائیوں کی تعداد کو تعبیر کریگا۔

یا مختصراً —

$$\text{منشور کا حجم} = \text{عمودی تراش} \times \text{طول}$$

$$ح = ق \times ل \quad (۱)$$

اس لیے —

$$\frac{\text{منشور کی عمودی تراش}}{\text{طول}} = \frac{\text{حجم}}{\text{ق}}$$

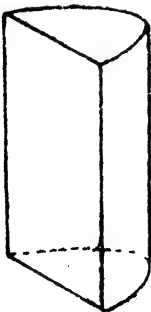
$$ق = \frac{ح}{ل} \quad (۲)$$

اور —

$$\text{منشور کا طول} = \frac{\text{حجم}}{\text{عمودی تراش}}$$

$$ل = \frac{ح}{ق} \quad (۳)$$

صورت خاص



۱۳۱۔ اسطوانہ —

یہاں منشور کے اضلاع کی تعداد لا انتہا بڑھا دی جاتی ہے۔ لیکن منشور کے اضلاع کی تعداد خواہ کچھ ہی ہو۔

$$\text{منشور کا حجم} = \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع} \dots \text{دفعہ } ۱۲۹$$

$$\text{اسطوانہ کا حجم} = \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$$

$$ح = ق \times ع$$

مستند پر اسطوانہ کی صورت میں یہ ضابطہ

اس طرح لکھا جاسکتا ہے -

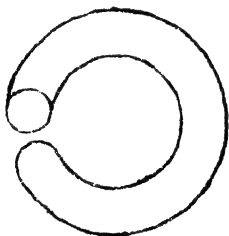
جہاں $ح = ۲۲ \times ع$ = قاعدہ کا نصف قطر

۱۳۲ - منشور یا اسطوانہ کے ایسے قطعہ پر غور کرو جو محور کے متوازی کسی سطح سے بنتا ہے (شکل ملاحظہ ہو) - منشور اور اسطوانہ کے متعلق جو کچھ بیان ہوا ہے اُس سے یہ نتیجہ ظاہر ہے کہ ایسے کسی قطعہ کا حجم ذیل کے ضابطہ سے حاصل ہوگا،

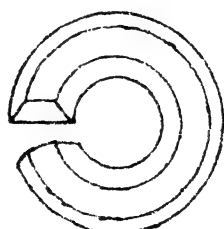
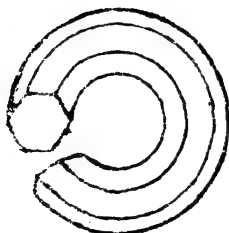
جہاں $ح = ق \times ع$ = قطعہ کے سرے کا رقبہ
اور $ع$ طولی اکائیاں = قطعہ کا ارتفاع

حلقہ

۱۳۳ - اگر کسی قائم مستدیر اسطوانہ کو ایک دائرہ کی شکل میں یہاں تک موڑا جائے کہ اُس کے سرے ایک دوسرے سے مل جائیں تو وہ ایک اسطوانہ بنا حلقہ میں تبدیل ہو جاتا ہے -



حلقہ بنانے کے لئے اسطوانہ میں خمیدگی پیدا کرنے سے اس کا اندرونی حصّہ اتنا ہی سکڑ جاتا ہے جتنا بیرونی



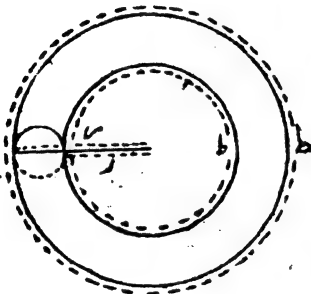
حصہ پھیل جا۔ اسے۔ اس سے بالکل واضح ہے کہ حلقہ کا حجم ابتدائی اسطوانہ کے حجم کے مساوی ہوگا۔ پس اسطوانہ نا حلقہ کا حجم ایک ایسے قائم مستدیر اسطوانہ کے حجم کے برابر ہوگا جس کا قاعدہ حلقے کی عمودی تراش کے مساوی ہے اور جس کا ارتفاع حلقہ کے طول کے برابر ہے۔

یعنی -

اسطوانہ نا حلقہ کا حجم = عمودی تراش کا رقبہ \times حلقہ کا طول

$$ح = ق \times ل$$

نوٹ : حلقہ کے طول سے اس کا اوسط محیط یا دہ محیط مراد ہوتا ہے جو اس کے اندرونی اور بیرونی محیطوں کے ٹھیک وسط میں واقع ہوتا ہے۔



بعینہ مذکورہ بالا دلائل کا اطلاق کسی

ایسے حلقہ پر ہو سکتا ہے جس کی عمودی تراش ایک ایسے خط کے گرد متشاکل شکل میں ہے جو عمودی تراش کی سطح میں واقع ہے اور حلقہ کی سطح پر علی القوائم ہے یعنی جس کا بیرونی نصف حصہ اندرونی نصف حصہ کے متناظر ہے جیسا کہ اوپر کی شکلوں سے ظاہر ہے۔

۱۴۴- اسطوانہ نا حلقہ کی صورت خاص میں ذیل کے ضابطے آسانی کے ساتھ ثابت کیے جاسکتے ہیں :-

$$ح = \frac{\pi}{4} (س + ط) (س - ط)$$

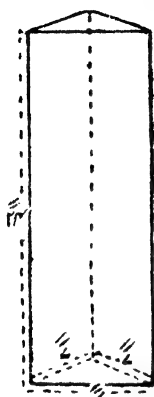
$$ح = \frac{1}{\pi^2} (ط + ط) (ط - ط)$$

جہاں $ح =$ حجم، $س$ اور $ط$ بالترتیب بیرونی اور اندرونی نصف قطر اور $ط$ متناظر محیط ہیں۔

توضیحی مثالیں

۱۳۵ - مثال علیہ کسی قائم منشور کا قاعدہ، انج ضلع کا ایک مثلث

تساوی الاضلاع ہے اور اس کا ارتفاع ۲۳ انچ ہے۔ حجم دریافت کرو۔
منشور کا حجم = ق × ع کعب انچ دفعہ ۱۲۸

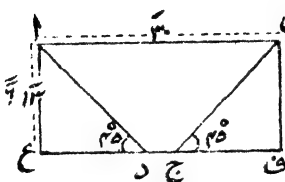


جہاں ق = $\frac{۳۱۶(۴)}{۲}$ دفعہ ۲۱

اور $۲۳ = ع$
منشور کا حجم = $\frac{۳۱۶ \times ۲۳ \times ۲۹}{۳}$ ع کعب انچ

= ۵۰۹۲۲ ع کعب انچ

مثال ۲: ۴ پنس فی کعب گز کے حساب سے ایک ایسا گڑھا
کھدوانے کی اجرت معلوم کرو جس کے بالائی حصہ کے البعاد
۳۳ فٹ ۳ انچ اور ۳۰ فٹ ہیں اور جس کی گہرائی ۱۳ فٹ ۶ انچ
رُخوں کا میلان ۴۵° اور سرے انتصابی ہیں۔



فرض کرو کہ ا ب ج د سے گڑھے کی ب
عمودی تراش تعبیر ہوتی ہے۔

ع د = ج ف = ۱۳ فٹ
∴ د ج = $(۳۰ - ۱۳ \frac{۱}{۲})$ فٹ
= ۱۶ فٹ

∴ شکل منحنی ا ب ج د کا رقبہ = $\frac{۱}{۲} \times (۳۰ + ۳۳) \times ۱۳ \frac{۱}{۲}$ مربع فٹ دفعہ ۲۹

∴ گڑھے کی کعبی گنجائش = $\frac{۱۶ \times ۲۳}{۲ \times ۲} \times ۳۲ \frac{۱}{۲}$ ع کعب فٹ دفعہ ۱۲۹

∴ کھدوائی کی اجرت = $\frac{۲۴۱۰۳ \times ۲۴ \times ۳۳}{۲۴ \times ۳ \times ۲۴۲}$ پنس

= ۱۱۳۳ پنس

= $\frac{۱۳ - ۱۲}{۱۲}$ شلنگ ۵ پنس

مثال ۳: بتاؤ کہ ۳۰۰ میل لمبے اور $\frac{۱}{۲}$ قطر کے تار میں کتنے ٹن تانبہ ہو گا جبکہ
تانبے کے تار کا وزن ۵۵۵ پونڈ فی کعب فٹ ہے۔

تار کا حجم = ق × ع کعب فٹ دفعہ ۱۳۱

$$\text{جہاں ق} = ۳ \left(\frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \right)$$

$$\text{ع} = ۳ \times ۱۷۹۰ \times ۳ \dots$$

$$\therefore \text{مار کا حجم} = \frac{۳ \times ۱۷۹۰ \times ۳ \dots \times ۳}{۱۲ \times ۱۲ \times ۱۶ \times ۱۶}$$

$$\therefore \text{مار کا وزن} = \frac{۵۵۵ \times ۳ \times ۱۷۹۰ \times ۳ \dots \times ۲۲}{۲۰ \times ۱۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۱۶ \times ۱۶ \times ۷}$$

$$= \frac{۱۲۹۸۳}{۲۵۰۸۸} ۳۳۳ \text{ ٹن}$$

مثال ۳: ایک خزانہ آب میں ۶ قطر کے نل سے پانی آتا ہے۔ بتاؤ کہ ۳ قطر کے
کتنے نل پانی کی اتنی ہی مقدار خارج کرینگے جب کہ یہ فرض کیا جائے کہ پانی کی رفتار بھی وہی ہے؟
فرض کرو کہ کعب انچ = پانی کی مقدار جو ۶ قطر والے نل کے ایک انچ میں آتی ہے۔

$$\text{تب ح} = ۳ \times ۳ = ۹ \text{ دھڑہ}$$

فرض کرو کہ کعب انچ = پانی کی مقدار جو ۳ قطر والے نل کے ایک انچ میں آتی ہے۔

$$\text{تب ح} = ۳ \left(\frac{1}{3} \right)^2 = ۱ \text{ دھڑہ}$$

لیکن نلموں کی مطلوبہ تعداد = $\frac{ح}{ح}$

$$\therefore \frac{۳ \times ۳}{۳ \left(\frac{1}{3} \right)^2} = \dots$$

$$۲ =$$

مثال ۴: ایک ایسے نل کے لوہے کا وزن دریافت کرو جس کے اندرونی اور بیرونی قطروں کے
ناب بالترتیب ۱۰ اور ۱۱ اور جس کا طول ۱۰ فٹ ہے۔ فرض کرو کہ ایک کعب انچ لوہے کا وزن ۲۶۰ ہے۔

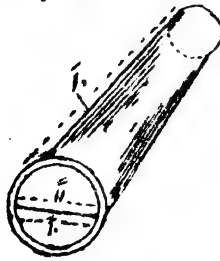
$$\text{پونڈ ہوتا ہے (۳۱۱۳ = ۳۳)}$$

$$\text{لوہے کا حجم} = (\text{ق} - \text{ق}) \times \text{ع کعب انچ} \dots \text{دھڑہ}$$

$$\text{جہاں ق} = ۳ \left(\frac{11}{12} \right)^2 \dots \text{دھڑہ}$$

$$\text{ق} = ۳ \left(\frac{1}{12} \right)^2 \dots \text{دھڑہ}$$

$$\text{ع} = ۱۲۰$$



$$\therefore \text{لوہے کا حجم} = 33 \left\{ \left(\frac{11}{4} \right)^2 - \left(\frac{7}{4} \right)^2 \right\} \times 120 = \frac{120 \times 21 \times 22}{4}$$

$$\therefore \text{لوہے کا وزن} = \frac{526 \times 120 \times 21 \times 22}{4} \text{ پونڈ}$$

$$= 592512 \text{ پونڈ}$$

مثال ۳۰: فٹ گہرا ایک کنواں کھدوانا مطلوب ہے اور اُس میں $\frac{1}{4}$ فٹ موٹائی تک چُونے سے استرکاری کروانا ہے۔ تکمیل کے بعد کنویں کا اندر دینی قطر ۶ فٹ ہے۔ بناؤ کہ اس کام کے لئے مجموعی لاگت کیا ہوگی جب کہ کھدوائی ۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ

ہے اور استرکاری ۲۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کی شرح سے ہے ؟

کھدی ہوئی ٹی کا حجم = ق × ع × کعب فٹ ... دفعہ ۱۳۱

جہاں ق = $33 \times \left(\frac{11}{4} \right)^2 - \left(\frac{7}{4} \right)^2$ دفعہ ۱

اور ع = ۳۰

$$\therefore \text{کھدی ہوئی ٹی کا حجم} = \frac{30 \times 81 \times 33}{4} \text{ مکعب فٹ}$$

$$\therefore \text{ٹی کھدوانے کی اجرت} = \frac{5 \times 30 \times 81 \times 33}{100 \times 4} \text{ روپیہ}$$

$$= \frac{222 \times 33}{8} \text{ روپیہ}$$

چُونے کا حجم = (ق - ق_۱) × ع × کعب فٹ ... دفعہ ۱۳۱

جہاں ق_۱ = $33 \times \left(\frac{11}{4} \right)^2 - \left(\frac{7}{4} \right)^2$ دفعہ ۱

ق_۱ = $33 \times (3)^2$ دفعہ ۱

ع = ۳۰

$$\therefore \text{چُونے کا حجم} = 33 \left\{ 3^2 - \left(\frac{11}{4} \right)^2 \right\} \times 30 \text{ مکعب فٹ}$$

$$\therefore \text{سترکاری کی اجرت} = \frac{25 \times 30 \times 15 \times 33 \times 33}{100 \times 4 \times 2} \text{ روپیہ}$$

$$= \frac{645 \times 33}{8} \text{ روپیہ}$$



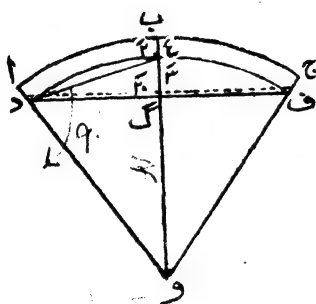
$$\therefore \text{مجموعی لاگت} = ۳ \left(\frac{۲۲۳}{۸} + \frac{۶۴۵}{۸} \right) \text{ روپیہ}$$

$$= \frac{۹۱۸}{۸} \times \frac{۲۲}{۲} \text{ روپیہ}$$

$$= ۳۶۰ \text{ روپیہ} - ۱۰۰ \text{ آنہ} - \frac{۳}{۲} \text{ پائی}$$

مثال ۷: ایک پل کی کمان کا فاصل (Span) ۲۰ فٹ اور ارتفاع ۳ فٹ ہے محراب کی گہرائی ۲ فٹ اور اس کا طول رخ سے رخ تک ۳۰ فٹ ہے۔ بتاؤ کہ اس میں کتنے کعب فٹ چٹائی ہے۔

فرض کرو کہ شکل سے کمان کی گہرائی تراش تعبیر ہوتی ہے اور فرض کرو کہ وگ = لا فٹ



$$\text{تب } ۳ (۲ + ۱۰) = ۱۰۰ \dots \text{دفعہ}$$

$$\therefore \text{توس دے ف کا نصف قطر} = \frac{۹۱}{۲} \text{ فٹ}$$

$$\text{پھر دے} = [۲۰ + ۲۰] \text{ فٹ} \dots \text{دفعہ } ۱۶$$

$$= [۱۰.۹] \text{ فٹ}$$

$$\therefore \text{توس دے ف} = \frac{۱}{۳} \{ [۲۰ - ۱۰.۹] ۸ \} \text{ فٹ} \dots \text{دفعہ } ۸۱$$

$$\text{قطع و دے ف کا رقبہ} = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱۹}{۴} \times \frac{۱}{۳} \{ [۲۰ - ۱۰.۹] ۸ \} \text{ مربع فٹ} \dots \text{دفعہ } ۸۹$$

$$= \frac{۱}{۳} \times \frac{۱۹}{۴} \times \frac{۱}{۳} \times ۲۱.۸ \text{ مربع فٹ}$$

اب قطع و دے ف اور قطع و اب ج متشابه اشکال ہیں۔

$$\therefore \text{واب ج کا رقبہ} : \text{ودے ف کا رقبہ} = \text{واب ج دے ف} : \text{واب ج دے ف} \dots \text{دفعہ } ۱۰۴$$

یعنی -

$$\text{واب ج کا رقبہ} : \frac{۱}{۳} \times \frac{۱۹}{۴} \times \frac{۱}{۳} \times ۲۱.۸ \text{ مربع فٹ} = \frac{۲ (۱۳۱)}{۲ (۱۰۹)} : ۲ \left(\frac{۱۰.۹}{۲} \right)$$

$$\text{واب ج کا رقبہ} = \frac{۲ (۱۳۱)}{۲ (۱۰۹)} \times \frac{۱}{۳} \times \frac{۱۹}{۴} \times \frac{۱}{۳} \times ۲۱.۸ \text{ مربع فٹ}$$

۱۰ پ ۱۰ کا رقبہ = ۵۵ ع ۵۵ کا رقبہ
 نہ تراش کا رقبہ = $\frac{1}{4} \times 19 \times 21 \times \left\{ 1 - \frac{(111)}{(1109)} \right\}$ مربع فٹ

= ۲۲۵۹۸ مربع فٹ

اور چٹائی کی مقدار = ۲۰ × ۲۲۵۹۸ مکعب فٹ دفعہ ۱۲۹

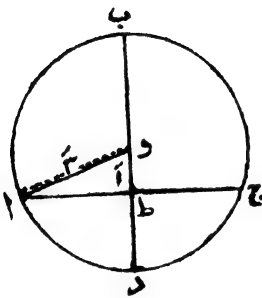
= ۱۳۴۰۶۲ مکعب فٹ

مثال ۳: بہ فٹ طول اور ۶ فٹ قطر کا اسطوانہ نما ایک پیراک اس طرح تیرتا ہے

کہ اس کا محور آفت کے متوازی اور بانی کی

سطح سے ایک فٹ اوپر رہتا ہے۔

پیراک کا وزن معلوم کرو۔



شکل میں فرض کرو کہ اب ج د سے

تیرتے ہوئے پیراک کی تراش تبصیر عتی

ہے اور اب بانی کی سطح کو تبصیر کرتا ہے۔

تب ۱۹ = ۳ فٹ

وط = ۱ فٹ

اور ا ط = ۱۰۹ فٹ

= ۸ فٹ دفعہ ۱۶

اور قطعہ ا ط ج د = $\frac{1}{2} \times \left[\frac{1}{2} \times 109 + 2 \times 19 \right]$ مربع فٹ۔ دفعہ ۹۰

جہاں ع = ۲ = ۸۲

∴ قطعہ ا ط ج د = $\frac{1}{2} \times \left[\left(2 \times \frac{1}{2} + 22 \times \frac{1}{2} \right) \right] \times 2 \times \frac{1}{2}$ مربع فٹ

= $\frac{15132}{15}$ مربع فٹ

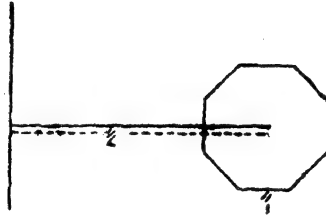
اب ڈوبے ہوئے مجسم کا حجم = ق ع مکعب فٹ دفعہ ۱۳۲

جہاں ق = $\frac{15132}{15}$ اور ع = ۸

∴ ڈوبے ہوئے مجسم کا حجم = $\frac{15132 \times 8}{15}$ مکعب فٹ

محور کے گرد گھمانے سے ایک حلقہ پیدا ہوتا ہے۔ اگر منحنی کا وسطی نقطہ محور سے، انچ کے فاصلہ پر ہو تو حلقہ کا حجم دریافت کرو۔

حلقہ کا حجم = ق ل کعب انچ دفعہ ۱۳۳



۴۰

جہاں ق = $۲ \times ۱ \times (۲ + ۱) \dots \dots \dots$ دفعہ ۴۵

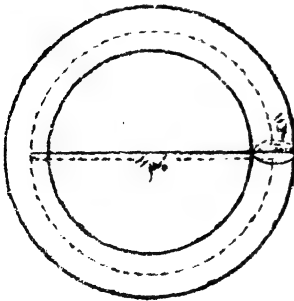
ل = $۳ \times ۲ \times ۴ \dots \dots \dots$ دفعہ ۶۹

∴ حلقہ کا حجم = $۲ \times (۲ + ۱) \times ۲ \times \frac{۲}{۲} \times$ کعب انچ
= ۲۱۲ و ۴۵ کعب انچ

مثال ۱۱: ایک ٹھوس حلقہ کی عمودی تراش ایسا قطع ناقص ہے جس کے اعظم اور اصغر محاورہ بالترتیب ۶ انچ اور ۳ انچ ہیں۔ حلقہ کا اوسط قطر ۳۰ انچ ہے اور وہ ایسے مادہ کا بنا ہوا ہے جس کا وزن ۳۰ پونڈ فی کعب فٹ

ہے، اس کا وزن دریافت کرو (۳۳ = ۳۰۱۳۱۶)

حلقہ کا حجم = ق ل کعب انچ دفعہ ۱۳۳



جہاں ق = $۳ \times ۶ \times ۲$

ل = ۳×۳

∴ حلقہ کا حجم = $۳ \times ۳ \times ۶ \times ۳ \times$ کعب انچ

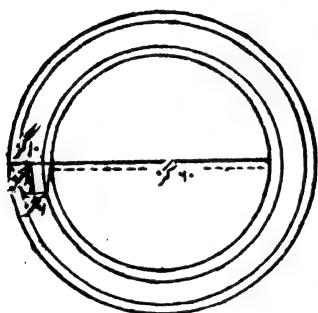
∴ وزن = $۳ \times ۳ \times ۶ \times ۳ \times ۳۰$

۱۴۲۸
= ۳۰ و ۸۳ پونڈ

مثال ۱۳: ۶۰ گز قطر کے ایک دائری قلعہ کے گرد ایک ایسی خندق بنوانا مطلوب ہے جس کا عرض بالائی حصہ پر ۱۰ گز اور نیچے پر ۶ گز ہو اور جس کی گہرائی ۸ گز ہو اور دونوں طرف مساوی ڈھلوان ہوں۔ بتاؤ کہ کتنے کعب گز کھدوانا پڑیگا؟ (۳۲ = ۱۲۱۶/۳۵)

خندق کو ایک ایسا طلقہ تصور کیا جاسکتا ہے جس کی عمودی تراشش خندق کی عمودی تراش سے ہے اور جس کے اندرونی قطر کا ناپ ۶۰ گز ہے۔

اس لئے خندق کا حجم = قی ل کعب گز... دفعہ ۱۳۳



جہاں قی = $\frac{1}{2} \times 60 \times 8 \times 3.14159 \dots$ دفعہ ۳۹

ل = $60 \times 8 \times 3.14159 \dots$ دفعہ ۶۹

خندق کا حجم = $32 \times 60 \times 8 \times 3.14159 \dots$ کعب گز

= ۱۲۱۶۰۰۰ کعب گز

امثلہ نمبری (۲۲)

رجب تک کہ خاص طور سے ذکر نہ کیا جائے فرض کرو کہ $\frac{22}{7} = \pi$

ذیل کے منشوروں کے حجم دریافت کرو جن میں۔

- ۱۔ قاعدہ ۴ مربع فٹ ۴۶ مربع انچ اور ارتفاع ۱ فٹ ۹ انچ۔
- ۲۔ قاعدہ ۹ مربع فٹ ۳۰ مربع انچ اور ارتفاع ۳ فٹ ۶ انچ۔
- ۳۔ قاعدہ ۱۹ مربع فٹ ۱۲۰ مربع انچ اور ارتفاع ۲ گز ۱ فٹ ۳ انچ۔
- ۴۔ قاعدہ ۲ مربع گز ۹۶ مربع فٹ ۹۶ مربع انچ اور ارتفاع ۲ گز ۲ فٹ ۸ انچ۔

ذیل کے منشوروں کے ارتفاع دریافت کرو جن میں۔

- ۵۔ حجم ۴ کعب فٹ ۱۵۱۲ کعب انچ اور قاعدہ ۳ مربع فٹ ۳۶ مربع انچ۔

- ۶۔ حجم ۲۱ مکعب فٹ ۴۰ مکعب انچ اور قاعدہ ۷ مربع فٹ ۱۰۸ مربع انچ۔
ذیل کے منشوروں کے قاعدوں کے دریاخت کو وجہ میں۔
- ۷۔ حجم ۲۳ مکعب فٹ ۱۰۸ مکعب انچ اور ارتفاع ۲ فٹ ۳ انچ۔
- ۸۔ حجم ۵ مکعب گز ۱۹ مکعب فٹ ۶۴۸ مکعب انچ اور ارتفاع ۲ گز ۱ فٹ ۶ انچ۔
- ۹۔ ایک منشور ایسے مثلثی قاعدہ پر بنا ہوا ہے جس کے اضلاع ۱۳ انچ، ۲۰ انچ اور ۲۱ انچ، یہی۔ اگر اُس کا ارتفاع ۹ انچ ہو تو اُس کا حجم دریافت کرو۔
- ۱۰۔ ایک منشور کا قاعدہ کوئی ذواربجہ الاضلاع ۱ ب ج د ہے۔ اگر اُس کا ارتفاع ۱۵ انچ ہو اور اگر ۱ ب = ۹ انچ، ۱ ج = ۸ انچ، ۱ د = ۳ انچ، ۱ د = ۲ انچ اور اگر ۱ اور ج پر کے زاویے قائمے ہوں تو منشور کا حجم دریافت کرو۔
- ۱۱۔ ایک منشور کا قاعدہ ایسی مثلث منوف ہے جس کے متوازی ضلعوں کے ناپ بالترتیب ۱۳ فٹ اور ۱۴ فٹ اور اُن کا درمیانی فاصلہ ۹ فٹ ہے۔ منشور کا حجم دریافت کرو اگر اُس کی بلندی ۱۲ فٹ ہو۔
- ۱۲۔ مثلثی قاعدہ پر ایک منشور بنا ہوا ہے۔ منشور کا حجم ۲۰ مکعب فٹ ۹ مکعب انچ اور قاعدہ کے اضلاع ۵ فٹ ۸ انچ، ۶ فٹ ۳ انچ اور ۶ فٹ ۵ انچ ہیں۔ منشور کا ارتفاع دریافت کرو۔
- ۱۳۔ ایک منشور کی عمودی تراش ایک ایسا مثلث ہے جس کے اضلاع ۸ فٹ ۹ انچ، ۹ فٹ ۸ انچ اور ۱۱ فٹ ۱۱ انچ ہیں۔ منشور کا حجم ۱۲ مکعب گز ۲۳ مکعب فٹ ۹ مکعب انچ ہے۔ کنارہ کا طول دریافت کرو۔
- ۱۴۔ ایسے منشور پر تن میں کتنے وزن کا پانی آئیگا جس کا قاعدہ ۲ فٹ ضلع کا ایک منظم سدس اور جس کا ارتفاع ۶ فٹ ہے؟
- ذیل کے مستدبر اُسٹوانوں کے حجم دریافت کرو وجہ میں۔
- ۱۵۔ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ، ارتفاع ۴ فٹ ۳ انچ۔
- ۱۶۔ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۶ انچ، ارتفاع ۳ فٹ ۹ انچ۔
- ۱۷۔ قاعدہ کا نصف قطر ۲ گز ۲ فٹ ۳ انچ، ارتفاع ۲ گز ۱ فٹ ۹ انچ۔
- ذیل کے مستدبر اُسٹوانوں کے قاعدوں کے نصف قطر انچ

کے دسویں حصہ تک صحت کے ساتھ دریافت کرو جن میں —

۱۸۔ حجم ... مکعب انچ، ارتفاع ۲ فٹ ۶ انچ۔

۱۹۔ حجم ... مکعب فٹ، ارتفاع ۷ فٹ ۶ انچ۔

۲۰۔ حجم مکعب گز، ارتفاع ۳ فٹ ۶ انچ۔

۲۱۔ قریب ترین گیلین تک پانی کی وہ مقدار دریافت کرو جو ذیل کے ابعاد کی ایک خندق کو بھردیگی: طول ۴۵ فٹ، عرض بالائی حصہ پر ۱۲ فٹ، عرض پائیدار ۹ فٹ اور گہرائی ۶ فٹ۔

۲۲۔ ۳ فٹ ۶ انچ قطر اور ۴۲ فٹ گہرے کنویں کی گنجائش معلوم کرو (۳۳ = ۱۳۱۶۱۶)۔

۲۳۔ ۲ انچ قطر اور ۱ انچ دبازت کے کتنے سکے پگھلانے کی ضرورت ہوگی تاکہ ایک ایسا سطح بنایا جاسکے جس کے ابعاد ۵ انچ، ۴ انچ اور ۳ انچ ہوں۔

۲۴۔ بتاؤ کہ روپے کی مکعب گز کے حساب سے ۳ فٹ قطر اور ۲۶ فٹ گہرائی کا ایک کنواں کھدوانے میں کیا اخراجات ہوں گے؟

۲۵۔ بتاؤ کہ ایک مکعب فٹ سونے سے ۰.۵۰ انچ موٹائی کا کس قدر لہبا بنا یا جاسکتا ہے؟ (۳۳ = ۱۳۱۶۱۶)۔

۲۶۔ ایک اسطوانہ داخل کی دبازت ۲ انچ، بیرونی سطح کا قطر ۲ فٹ ۶ انچ اور طول

۱۰ فٹ ہے بتاؤ کہ خول میں کتنے مکعب فٹ مادہ ہے۔ (۳۳ = ۱۳۱۶۱۶)

۲۷۔ دو آندہ مکعب انچ کے حساب سے ایک ایسی ٹلی کی قیمت دریافت کرو جس کا سوراخ ۳، طول ۶ گز اور دبازت ۱ انچ ہے۔

۲۸۔ اُس مکعب کا کنارہ معلوم کرو جس کا حجم ایک ایسے منشور کے حجم کے برابر ہے جس کا ارتفاع ۴ فٹ ہے اور جو ایک ایسے مثلث قاعدہ پر بنا ہوا ہے جس کے اضلاع ۵ فٹ ۵ انچ، ۵ فٹ ۵ انچ اور ۹ فٹ ۴ انچ ہیں۔

۲۹۔ اُس منشور کی جسمیت دریافت کرو جس کا ارتفاع ۵ فٹ ۴ انچ ہے اور جس کا قاعدہ ۱ فٹ ۳ انچ ضلع کا ایک مثلث مساوی الاضلاع ہے۔

۳۰۔ ایک ٹھوس اسطوانہ داخلہ کی دبازت ۱ انچ اور حجم ۳۰ مکعب انچ ہے: اُس کے اندرونی اور بیرونی قطر دریافت کرو۔ (۳۳ = ۱۳۱۶۱۵۹)

۳۱۔ اگر کسی حوض کا طول اور عرض اُس کی گہرائی کا بالترتیب دوچند اور نصف ہوں اور اگر حوض کی گنجائش گیلن ہو تو اُس کی گہرائی دریافت کرو۔

۳۲۔ بتاؤ کہ ۲۰ منٹ میں ایک ایسے ٹل سے کتنے گیلن پانی بہتا ہے اگر ٹل کا سوراخ ۴ ہوا اور پانی ۴ میل فی گھنٹہ کی شرح سے بہتا ہو۔

۳۳۔ بتاؤ کہ ۲ میل لمبی بالائی حصہ پر ۶۴ فٹ عریض، ۲ پر ۴۴ فٹ عریض اور ۲۸ فٹ گہری ایک ریلوے کٹائی کے بنانے کے لئے کتنے کمب گز زمین کے کھدوانے کی ضرورت ہوگی۔

۳۴۔ اگر سنگ مرمر کی کثافت اضافی ۷۲ ہو تو سنگ مرمر کے ایک ایسے اسطوانہ نما ستون کا وزن دریافت کرو جس کی بلندی ۴۰ فٹ اور قطر ۲ فٹ ہے۔ (۳۳ = ۱۴۱۶/۳)۔

۳۵۔ ایک ایسے اسطوانہ نما حلقہ کی دبازت دریافت کرو جس کا اوسط محیط ۲ فٹ (و جس کا حجم ۱ کمب انچ ہے۔) (۳۳ = ۱۴۱۵۹/۳)۔

۳۶۔ اسطوانہ کی وضع کے ایک برتن میں ... گیلن پانی آتا ہے اور اُس کا قطر ۵ فٹ ہے۔ اُس کی گہرائی معلوم کرو۔

۳۷۔ اُس قائم مستدیر اسطوانہ کا حجم دریافت کرو جس کا ارتفاع ۶ فٹ ۶ انچ اور محیط ۵ فٹ ۴ انچ ہے۔

۳۸۔ ایک مستدیر کھن راسنہ کی گہرائی ۵، فٹ ۵ اور قطر ۴ فٹ ۲ انچ ہے؛ بتاؤ کہ ۸ آنہ فی کمب فٹ کے حساب سے اس کو کھدوانے میں کیا اخراجات ہوئے ہوں گے۔

۳۹۔ ایک ترچھے مثلثی منشور کی عمودی تراش ایسا مثلث مساوی الساقین ہے جس کے اضلاع ۳ فٹ، ۳ فٹ اور ۱۰ فٹ ہیں۔ منشور کا طول ۲ گز ۲ فٹ ۹ انچ ہے۔ اس کا حجم دریافت کرو۔

۴۰۔ اُس چبھتے حلقہ کا حجم کیا ہے جس کی بلندی ۱/۴ انچ، اندر دنی محیط ۲ فٹ ۶ انچ اور بیرونی قطر ۱۰ انچ ہے۔

۴۱۔ ایک قائم مستدیر اسطوانہ کا طول ۱ فٹ اور قاعدہ کا نصف قطر ۹ انچ ہے۔ اس کو ایک ایسی سطح سے دو قطعات میں کاٹا گیا جو محور کے متوازی اور اُس سے ۳/۴ انچ کے فاصلہ پر واقع ہے؛ چھوٹے قطعہ کا حجم دریافت کرو (۳۳ = ۱۴۱۶/۳)۔

- ۴۲۔ مثال ۱۲ میں اگر کاٹنے والی سطح کا فاصلہ محور سے ۳۱.۳ انچ تو چھوٹے قطعہ کا حجم دریافت کرو۔ (۳۱ = ۳۱.۳)
- ۴۳۔ ایک اُسٹوانہ مخروط کا طول ۵ انچ اور عمودی تراش کا قطر ۲ انچ ہے، حجم معلوم کرو۔
- ۴۴۔ ایک اُسٹوانہ مخروط کا اندرونی محیط ۹ انچ اور عمودی تراش کا قطر ۳ انچ ہے، حجم دریافت کرو۔
- ۴۵۔ ایک اُسٹوانہ مخروط کے بیرونی اور اندرونی محیطوں کے قطر بالترتیب ۱۰ انچ اور ۹ انچ ہیں، حجم معلوم کرو۔
- ۴۶۔ ایک اُسٹوانہ مخروط کے بیرونی محیط کا نصف قطر ۳ انچ اور عمودی تراش کا قطر ۲ انچ ہے، حجم دریافت کرو۔
- ۴۷۔ ایک اُسٹوانہ مخروط کا حجم ۸۲، اکعب انچ اور طول ۵ فٹ ۳ انچ ہے، عمودی تراش کا قطر دریافت کرو۔
- ۴۸۔ ایک اُسٹوانہ مخروط کا حجم اکعب فٹ ۴، اکعب انچ اور عمودی تراش کا نصف قطر ۳ انچ ہے، طول دریافت کرو۔

سوالات امتحانات ۲۲

جب تک اس کے خلاف بیان نہ کیا جائے $\frac{1}{2}$ تسلیم کی جائے

منشور

جامعہ عثمانیہ - ڈپلوما ان آگریکلچر - دوسرا امتحان

۱۔ منشوری وضع کا ایک برتن ۴ انچ ضلع کے منظم مسدسی قاعدہ پر بنا ہوا اور اس سے بھرا ہوا اسٹا انچ کے تیسرے عشری حصہ تک دریافت کرو کہ اگر برتن میں سے نصف پائمنٹ نکال لیا جائے تو اسٹا کی سطح کس قدر نیچے آئے گی؟

۲۔ کسی ریڈیوسے اسٹیشن کے نیچے ایک پلیٹ ٹائم سے دوسرے پلیٹ ٹائم تک ایک کل راہ (Subway) بنانا مطلوب ہے۔ کل راہ کا

۴۔ افقی حصہ ۲۰ گز لمبا ہے اور اُس کی عمودی تراش ایک مستطیل ہے جس کا اوپر کا حصہ ایک نصف دائرہ سے گھرا ہوا ہے۔ راستہ کے بازو اور اوپر کے حصہ میں اینٹ سے چھوٹا ہے۔ اینٹوں کو مثال کرنے کے بغیر کل بلندی اور عرض بالترتیب ۳ گز اور $\frac{1}{2}$ گز ہیں اور اینٹوں کی دہازت $\frac{1}{2}$ ۴ انچ ہے۔ اگر ہر ایک اینٹ کا $\frac{1}{2}$ ۹ کعب فٹ اور وزن ۵ پونڈ ہو تو اس کام کے لئے مطلوبہ اینٹوں کا وزن ۱۱ ٹن میں معلوم کرو۔

۵۔ ایک ایسے ستون کی جسامت کیا ہے جس کی اوسط تراش $\frac{1}{2}$ ۲ فٹ ضلع کا ایک منظم سدس ہے اور جس کا ارتفاع ۶۰ فٹ ہے۔ ۶۔ کسی منشور کا حجم دریافت کرنے کے قواعد بیان کرو۔

(جامعہ پنجاب: سول انجینئرنگ کا پھلا ۱۲ امتحان)

۵۔ اُس ناقصی کان کا سماؤ دریافت کرو جس کا فصل ۴۰ فٹ اور ارتفاع ۸ فٹ ہے۔ کان کی موٹائی پہلو پر $\frac{1}{2}$ ۳ فٹ اور چوٹی پر $\frac{1}{2}$ ۲ فٹ اور کان کا عرض ۲۱ فٹ ہے۔ (جامعہ مدراس: ۱۲ امتحان بی۔ اے)

۶۔ ایک کمان کا شکم اور پشت شکل میں کامل نصف قطع ناقص ہیں کمان کا طول ۳۳ فٹ، فصل ۲۰ فٹ اور ارتفاع ۶ فٹ ۶ انچ ہے۔ جست کے مقام پر کمان کی موٹائی ۳ فٹ اور چوٹی پر اس کی موٹائی ۲ فٹ ہے۔ کمان کا حجم دریافت کرو۔ (جامعہ مدراس: ۱۲ امتحان بی۔ اے)

۷۔ ایک منشور کا قاعدہ ایک منظم سدس ہے اور اُس کے ہر ایک کنارہ کا ناپ ۱ فٹ ہے۔ منشور کا حجم معلوم کرو۔

(سب پور اپریٹس ڈپارٹمنٹ: ۱۲ امتحان ماہانہ)

۸۔ ایک پختہ پل کی قطعی کمان میں چٹائی کی مقدار معلوم کرو جس کے شکم کا نصف قطر ۲۰ فٹ، کمان کی دہازت ۲ فٹ، کمان کا طول ۳۰ فٹ اور کمان کے مقابل مرکز پر کا زاویہ 80° ہے۔

(سب پور اپریٹس ڈپارٹمنٹ: سالانہ ۱۲ امتحان)

۹۔ ایک نہر کی تراش بالائی حصہ پر عرض میں ۳۲ فٹ، تہ پر عرض میں

۱۳ فٹ اور ۸ فٹ گہری ہے۔ بتاؤ کہ نہر کے ایک سیل طول میں کتنے کمب گز زمین کھودی گئی تھی؟ اور اگر پانی کی سطح کا عرض ۲۶ فٹ ہو تو اس کی گہرائی دریافت کرو۔ (ڈرٹ کی انجینیرس: امتحان داخلہ)

۱۰۔ ۴۰ فٹ لمبے اور ۲۰ فٹ چوڑے کمرہ کی چھت بندی ایک ایسی کمان سے کی گئی جس کا ارتفاع مرکز پر ۴۰ فٹ ہے اور کمان کی دباؤ ۲ فٹ ہے۔ اس کی چٹائی کی مقدار قریب ترین کمب فٹ تک دریافت کرو۔

(سٹرا کی انجینیرس: داخلہ)
۱۱۔ ذیل کے ابعاد والے ایک پل میں کمان کی چٹائی کی مقدار کمب فٹوں میں معلوم کرو: فصل ۶۰ فٹ، ارتفاع ۱۵ فٹ، چٹائی کی گہرائی ۴ فٹ اور ایک رخ سے دوسرے رخ تک کا طول ۵۰ فٹ ہے۔

(سٹرا کی ایپرسب آرڈینیٹ: داخلہ)
۱۲۔ ایک رقبہ کے ایک کونڈ میں ۶ انچ موٹی برف کی تہ جمی ہوئی ہے: اگر ایک کمب فٹ برف کا وزن ۸۹۶ اونس ہو تو کونڈ پر کی برف کا وزن ٹن میں معلوم کرو۔ (سٹرا کی ایپرسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۳۔ ایک کمان کی چٹائی کمب فٹوں میں دریافت کرو جس کا فصل ۲۰ فٹ، ارتفاع ۳ فٹ، ایک رخ سے دوسرے رخ تک طول ۳۰ فٹ اور ڈائیا کی گہرائی ۱۲ فٹ ہے۔ (سٹرا کی ایپرسب آرڈینیٹ: داخلہ)
(ڈرٹ کی ایپرسب آرڈینیٹ: ماہانہ)

۱۴۔ ایک گھوکھلاستون اندر کی جانب مستدیر اور باہر کی جانب قطع ناقص ہے۔ ناقص کے محاور ۱۲ اور ۵ فٹ اور دائرہ کا قطر ۴ فٹ ہے: حجم دریافت کرو جب کہ کالم ۳۰ فٹ بلند ہے۔

۱۵۔ چھت کی ایک کمان میں چٹائی کی مقدار اور ۳۵ روپیہ فی.. کمب فٹ کی شرح سے اس کی قیمت دریافت کرو۔ ابعاد: کمان کا طول ۴۰ فٹ، فصل ۱۵ فٹ، ارتفاع ۳ فٹ اور موٹائی ۶ انچ۔

۱۶۔ ۵۰ مربع فٹوں کی رائش کے لیے ایک دروازہ کا طول قریب ترین

فٹ تک کیا ہونا چاہیے ؟ عمارت کی چوڑائی ۲۴ فٹ اور بازو کی دیواروں کی بلندی ۲۰ فٹ ہے، چھت دو پا کھا ہے اور چھت کا اٹھان فصل کا $\frac{1}{2}$ واں حصہ ہے۔ نیز ہر مریض کو ۱۲۰۰ مکعب فٹ فضاء دیکھائیگی۔
(گڑ کی انجینیر: آخری امتحان)

۱۷ — ایک پل کا فصل ۳۰ فٹ ہے شکم تک ارتفاع، فٹ ۶ اینچ، کمان کی دباؤ ۳ فٹ۔ طول ۳۰ فٹ: بناؤ کہ کمان میں کتنے مکعب فٹ چٹائی ہوگی اور ۳۰ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کی شرح سے اس کی بنوائی میں کیا اخراجات ہونگے؟

۱۸ — کسی پل کی ایسی کمان میں چٹائی کی مقدار معلوم کرو جس کا فصل ۴۰ فٹ۔ ارتفاع فصل کا ایک چوتھائی کمان کی موہت ۳ فٹ اور طول ۲۱ فٹ ہے۔ نیز اس کی بنوائی کی لاگت ۳۰ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کے حساب سے معلوم کرو۔
۱۹ — ایک ایسے کٹے میں چٹائی کی مقدار معلوم کرو جس کا طول ۱۰۰ فٹ۔ بالائی عرض بلندی کے مساوی۔ اندرونی آسار ۳ میں ۱ اور بیرونی $\frac{1}{4}$ میں ۱ اور پشتہ کی بلندی ۱۵ فٹ ہے۔

۲۰ — ایک کمان کا فصل ۲۰ فٹ۔ ارتفاع ۵ فٹ۔ ایک رخ سے دوسرے تک طول ۳۰ فٹ اور محراب کی گہرائی ۱۸ اینچ ہے۔ اس کی چٹائی مکعب فٹوں میں معلوم کرو۔

اسطوانے

۲۱ — ایک درخت کا تناء فٹ نصف قطر کا ایک قائم مستطیر اسطوانہ ہے۔ اور بلندی ۳۰ فٹ ہے۔ تنے کو عین اتنا کاٹا جاتا ہے کہ وہ مربع قاعدہ پر مستطیلی متوازی اسطرح میں ٹھیک بدل جاتا ہے۔ تیار لکڑی کا حجم دریافت کرو۔
(جامعہ الہ آباد: انٹرمیڈیٹ)

۲۲ — ایک مکعب فٹ بتل سے $\frac{1}{16}$ اینچ قطر کا اسطوانہ نما تار بنایا گیا: یہ تار ایک مستطیر میدان کے گرد ٹھیک ٹھیک آسکتا ہے۔ میدان کا رقبہ

ایکڑوں میں تقریباً معلوم کرو۔ (جامعہ ممبئی - ایل - سی - ۱۵: دوسرا امتحان)
جامعہ پنجاب - سیول انجینئرنگ کا پہلا امتحان
 ۲۳ — ایک کعب فٹ پیتل سے $\frac{1}{4}$ انچ قطر کا ایک تار بنایا گیا: اس کا
 طول دریافت کرو۔

۲۴ — $\frac{1}{4}$ فٹ اندرونی قطر کا ایک کنواں ۲۲ فٹ گہرا کھدوایا جائیگا
 اور $\frac{1}{4}$ انچ دبازت میں اینٹوں سے اس کی استرکاری کی جائیگی۔
 (ا) کھود کر نکالی ہوئی مٹی کا حجم
 (ب) اینٹوں کی چٹائی کی مقدار

معلوم کرو۔

۲۵ — اندرونی قطر ٹھیک ۵ فٹ اور ۳۶ فٹ عمیق (پیتل کے بغیر) ایک
 کنواں کھدوانا مطلوب ہے اور $\frac{1}{4}$ انچ دبازت میں اینٹوں سے اس کی
 استرکاری کی جائیگی۔

(ا) کھود کر نکالی ہوئی مٹی کا حجم
 (ب) اینٹوں کی چٹائی کی مقدار

معلوم کرو۔

جامعہ کلکتہ: امتحان ایف - (۱) -

۲۶ — $\frac{1}{4}$ فٹ قطر کے ایک اسطوانہ ماحوض سے ۱۱۰ گیلن فی گھنٹہ کے
 حساب سے پانی نکالا جاتا ہے: (انچ کے دسویں حصہ تک) معلوم کرو کہ ۲۴ گھنٹہ
 میں سطح گیس قدر نیچے اتر آئیگی (۳ = ۳۱.۶ اور ۱ گیلن = ۲.۴۷۳۵ مکعب انچ)
 ۲۷ — ثابت کرو کہ کھوکھلے اسطوانہ کے مادہ کا حجم مساوی ہوتا ہے
 ۳۸ — { ۱ } (۲) کے اور اس ضابطہ کی مختلف علامتوں کا مطلب
 سمجھاؤ۔

۲۸ — اسطوانہ نما ڈنڈوں اور مستطیلی پٹریوں کی دو قطاروں سے ریل کی
 ایک سڑک بنانا مطلوب ہے۔ اگر ڈنڈوں کا طول ۶ فٹ قطر اور ان کا
 درمیانی فاصلہ ۴ فٹ ہو اور اگر پٹریوں کی تراش عمودی ۶۰ درجہ ابعاد کا مستطیل ہو

تو بتاؤ کہ ایک سیل لمبی ریل کی سڑک کے لئے کتنے کعب فٹ لکڑی کی ضرورت ہوگی؟۔

۲۹۔ — لوہے کے ایک ٹل کا سوراخ ۳ انچ، دبازت $\frac{1}{4}$ انچ اور طول ۲۰ فٹ ہے: اس کا وزن معلوم کرو جب کہ اکعب انچ لوہے کا وزن ۲۶ ۲۷ ۲۸ اولس ہوتا ہے۔ (سب پورا پرنٹس ڈپارٹمنٹ: ۱۱ امتحان ماہانہ)

۳۰۔ — ایک درخت کا تنہا ۳ فٹ قطر اور ۲۰ فٹ بلندی کا ایک قسام مستدیر اسطوانہ ہے لکڑی کو اس قدر کاٹا جھانٹا جاتا ہے کہ وہ مربع قاعدہ کے ایک مستطیلی متوازی السطوح میں تحویل ہو جاتا ہے۔ تیار لکڑی کا حجم دریافت کرو۔ (سب پورا پرنٹس ڈپارٹمنٹ: ۱۱ امتحان سالانہ)

۳۱۔ — بتاؤ کہ $\frac{3}{4}$ انچ قطر اور $\frac{1}{8}$ انچ دبازت کے کتنے سکوں کو بچھلایا جائے کہ پچھلے ہوئے مادہ سے ایک ایسا کعب بنایا جاسکے جس کے کنارے کا طول ۳ انچ ہو۔ (سب پورا پرنٹس ڈپارٹمنٹ: ۱۱ امتحان سالانہ)

۳۲۔ — ایک ایسا کنواں کھودنا مطلوب ہے جس کا اندرونی قطر ۵ فٹ اور گہرائی ۳۶ فٹ ہو۔ اس مطلب کے لئے کھودی ہوئی زمین کی مقدار معلوم کرو۔ نیز اگر کنویں میں اینٹوں سے ۱۰ انچ موٹائی میں استرکاری کرانی جائے تو استرکاری کے مادہ کی مقدار معلوم کرو۔

(سب پورا پرنٹس ڈپارٹمنٹ: ۱۱ امتحان فائینل)

۳۳۔ — پٹواں لوہے کے ایک ٹھوکھلے مستدیر اسطوانہ کا محیط ۳۳ ۳۴ کا ۳ فٹ اور اندرونی قطر ۹ ۱۰ ۱۱ انچ ہے۔ اس کی دبازت معلوم کرو۔ (۲۱ ۲۲ ۲۳ = ۱۱ ۱۲ ۱۳)

[ڈرڈکی انجینیرنگ: ۱۱ ۱۲ ۱۳]

۳۴۔ — ایک کعب فٹ پتل سے $\frac{1}{4}$ انچ قطر کا ایک تار بنایا گیا ہے۔ تار کا طول کیا ہوگا؟ (ڈرڈکی انجینیرنگ: ۱۱ ۱۲ ۱۳)

شرٹم کی اپر سب آرڈینیٹ: ۱۱ ۱۲ ۱۳

۳۵۔ — پٹوان لوہے کے ایک ایسے ٹل کا وزن دریافت کرو جس کا طول ۹ فٹ، سوراخ ۳ انچ اور دبازت ۱ انچ ہے۔ جب کہ اکعب انچ

پڑوان لوسے کا وزن $\frac{1}{16}$ پونڈ ہوتا ہے۔

۳۶ — تانبے کے ایک میل لمبے تار کا وزن ایک ہنڈرڈ ویٹ ہے اس کی ایک عمودی تراش کا رقبہ معلوم کرو جب کہ تانبہ اپنے مساوی الجھم پانی سے ۸۶ گنا بھاری ہے۔ اور اکعب فٹ پانی کا وزن = ۱۰۰۰ اونس اور ڈوبائی۔

۳۷ — بتاؤ کہ ۲ انچ سوراخ والی ۴۰ فٹ لمبی اسطوانہ نما چڑھ کی پھیلی میں کتنے گیلن پانی آ سکتا ہے۔

۳۸ — ایک ایسے بیلن کی ضرورت ہے جس کا طول $\frac{1}{2}$ فٹ اور وزن ۱۰ سن ہے۔ یہ بیلن ایسے پتھر سے بنایا جائیگا جس کی کثافت ۲۵ ہے بتاؤ کہ اس کا قطر کیا ہونا چاہیئے؟ (اسیر = ۲ پونڈ)۔

۳۹ — بند سرون کے ایک اسطوانہ نما لوہے کے برتن کا طول ۴ فٹ، بیرونی محیط ۴۰ انچ اور دھات کی دبازت ۱ انچ ہے۔ اگر اسطوانہ میں پانی بھر دیا جائے تو اس کا مجموعی وزن معلوم کرو جب کہ لوہہ اپنے مساوی الجھم پانی سے $\frac{1}{16}$ گنا بھاری ہوتا ہے اور اکعب فٹ پانی کا وزن = ۱۰۰۰ اونس

۴۰ — ایک کھوکھلے اسطوانہ کی اندرونی گہرائی اور قطر بالترتیب ۴ فٹ $\frac{1}{2}$ انچ اور ۸ انچ ہیں۔ اس کے اندر اسی گہرائی اور $\frac{1}{2}$ انچ قطر کا ایک ٹھوس اسطوانہ رکھا ہوا ہے۔ بتاؤ کہ بقیہ فضائیں کتنے گیلن پانی ڈالا جاسکتا ہے اگر ایک گیلن میں ۵، ۷، ۹، ۱۱ اکعب انچ ہوتے ہیں اور دائرہ کا رقبہ اس کے قطر کے مربع کا $\frac{1}{16}$ ہوتا ہے؟

۴۱ — ایک اسطوانہ نمائی میں کتنے اکعب انچ مادہ ہوگا جب کہ اس کی بیرونی سطح کا نصف قطر ۱۰ انچ، دبازت ۲ انچ اور بلندی ۹ انچ ہے۔

زیر کی انجینیر: فائنل

۴۲ — سیسہ کی ایک نلی کی اندرونی سطح کا نصف قطر $\frac{1}{2}$ انچ اور بیرونی سطح کا نصف قطر $\frac{9}{16}$ انچ ہے۔ اگر اس نلی کو گھٹا کر ابتدائی طول کا ایک ٹھوس اسطوانہ بنایا جائے تو اس کا نصف قطر دریافت کرو۔

۴۴۔ اندرونی قطر ۱۰ فٹ اور ۵۰ فٹ عمیق ایک کنویں کی چٹائی کی مقدار معلوم کرو جب کہ چٹائی کے حلقہ کی دبازت ۱۸ انچ ہے: بتاؤ کہ ۲۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کی شرح سے چٹائی کر دانے کے اخراجات کیا ہونگے۔
 ۴۴۔ ۱/۲ انچ کے سوراخ اور ۱۴ پونڈ فی گز وزنی ملی میں سیدھی دبازت معلوم کرو جب کہ ایک مکعب فٹ سیسے کا وزن ۱۱۳۲۵ اونس ہوتا ہے۔
 ۴۵۔ ۱/۲ انچ قطر کے ایک گول ستون میں ۴ مکعب فٹ پتھر ہے تو اس ستون کا قطر دریافت کرو جس کا طول پہلے ستون کے طول کے مساوی ہو اور جس میں پہلے ستون سے ۱۰ گنا مادہ ہے۔

۴۶۔ ایک ایسا کنواں بنوانا مطلوب ہے جس کا اندرونی قطر ۱۰ فٹ اور گہرائی ۴۰ فٹ ہو۔ ۱۵ فٹ تک مٹی کھدائی اور بقیہ حصہ چٹان کو کھودنا پڑے گا۔ مٹی کے حصہ کی حفاظت ۱۸ انچ دبیر چٹائی سے کی جائیگی۔ بتاؤ کہ ذیل کی شرحوں کی فی ۱۰۰ مکعب فٹ سے اس کی بنوائی میں کیا لاگت ہوگی۔ چٹائی ۲۰ روپیہ مٹی کی کھدائی ۳ روپیہ اور چٹان کی کھدائی ۱۴ روپیہ۔

۴۷۔ لوہے کے ایک کھلے اسطوانہ کا طول ۲۰ فٹ اور بیرونی قطر ۶ فٹ ہے۔ یہ اسطوانہ ایک سرے پر رکھا گیا اور اس کے بالائی سرے پر ۳۰ ٹن کا وزن ہموار نہ رکھا گیا۔ دھات کی دبازت معلوم کرو تاکہ قاعدہ پر کا دباؤ اس فی مربع انچ ہو۔ فرض کرو کہ ایک مکعب فٹ لوہے کا وزن ۴۴۱ پونڈ ہوتا ہے۔
 (سپلینڈر (کونٹینر)

قطعات اسطوانہ

۴۸۔ ایک نشر کی تراش ایک مربع ہے جس کا ہر ضلع ۱۰ ہے۔ اس کو ۲۰ انچ قطر کے ایک ٹھوس اسطوانہ کے اندر داخل کیا جاتا ہے۔ اس طرح کہ دونوں کے محاور ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر کاٹتے ہیں۔ نشر کے اس حصہ کا حجم معلوم کرو جو اسطوانہ کے اندر ہے۔ (سپلینڈر اپروپریٹس ڈیٹا ٹیمٹ: فائنل)
 ۴۹۔ اگر ۲۱ انچ نصف قطر کے ایک ٹھوس اسطوانہ میں ۲ چوڑا ایک

مربع وضع کا سُورِخ اس طرح کیا جائے کہ سُورِخ کا محور اُسٹوانہ کے محور کو زاویہ قائمہ پر کاٹے تو بتاؤ کہ کس قدر مادہ کاٹنا جائیگا ؟ $(\pi = 3.14159)$ ۔

[سرٹھکی انجینیر: داخلہ]

۵۰۔ ۳ فٹ نصف قطر اور ۱۲ فٹ طول کا ایک اُسٹوانہ اپنی گہرائی کے ایک تہائی حصہ تک پانی میں اس طرح ڈوبا ہوا ہے کہ اُس کا محور افق کے ستوازی ہے: اُسٹوانہ کا وزن معلوم کرو۔ (ڈرٹکی ایڈسب آرڈینیٹ: داخلہ)

حلقہ

۵۱۔ ایک ایسے اُسٹوانہ نما ٹھوس حلقے کا حجم معلوم کرو جس کی دبازت ۹ اور اندرونی قطر ۳۲ ہے۔ (جامعہ ممبئی: ڈپلوما ان آگریکلچر: دوسرا امتحان)

۵۲۔ ایک اُسٹوانہ نما حلقہ کا اندرونی قطر ۵.۷۰ انچ اور بیرونی قطر ۷.۳۰ انچ ہے: حلقے کا حجم اور اُس کا وزن بہ حساب ۱۱۰۰۰ اونس فی مکعب فٹ دریافت کرو۔ (جامعہ ممبئی: ایل۔ سی۔ ای: پھیلا امتحان)

۵۳۔ کسی اُسٹوانہ نما حلقے کا حجم دریافت کرو۔

(جامعہ ممبئی: ایل۔ سی۔ ای: دوسرا امتحان)

۵۴۔ ایک اُسٹوانہ نما حلقہ کا اوسط قطر ۱۸ انچ اور وزن $\frac{1}{16}$ ۴۰.۳۳ اونس ہے عرضی عمودی تراش کا نصف قطر دریافت کرو اگر اُس کے ۴۴ مکعب انچ مادہ کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہے۔ (جامعہ کلکتہ: امتحان ایف۔ ای)

۵۵۔ ایک اُسٹوانہ نما حلقہ کا حجم ۸۰۰ مکعب انچ اور عمودی تراش کا نصف قطر ۲ ہے: حلقہ کا طول دریافت کرو۔

(سب پورا پرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۵۶۔ ۵.۵ فٹ نصف قطر کے ایک مستدیر باغ کے گرد باہر کی طرف گاڑیوں کے لئے سڑک بنوانا مطلوب ہے۔ ۳۰ فٹ عرض اور ۹ انچ دبازت میں سڑک پڑھ بچھوایا جائیگا۔ ۶ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کے

حساب سے اس کی کیا لاگت ہوگی ؟ (ڈرٹکی انجینیر: داخلہ)

۵۷۔ ۴ گز قطر کے ایک مستدیر قلعہ کے گرد ایک خندق کھدوانا مطلوب ہے خندق کے ابعاد حسب ذیل ہیں: پانی حصہ پر عرض ۶ گز، تھ پر عرض ۴ گز اور گہرائی ۶ گز: مکتبہ فٹ میں کھدی ہوئی جگہ کا تمام دریا فٹ کرو۔
(مردہ کی انجینیر: د اخلاص)

۵۸۔ ایک اسطوانہ شاطط کا حجم ۱۰۰ مکعب انچ اور طول ۲۰ انچ ہے: اندرونی قطر معلوم کرو۔
(مردہ کی انجینیر: د اخلاص)

۵۹۔ اگر ایک گیلن پانی میں ۲۰۰ مکعب انچ ہوتے ہوں تو بتاؤ کہ ۴۳، ۵۱۳ اور ۲۵۰ انچ بارش سے ایسے کتنے تالاب کلیتہً بھر جائیگے جن کی گہرائی ۱۰۰ گیلن ہے؟
(جامعہ آلہ آباد - انٹر میڈیٹ)

۶۰۔ کسی تالاب سے ایک مستدیر قلعہ کے گرد ۳۰ گز فی منٹ کی رفتار سے پانی بہتا ہے۔ اگر قلعہ کا قطر ۱۰ انچ ہو اور تالاب ۵ گز ۵۰ گز ۲ فٹ ابعاد والا مستطیل ہو تو بتاؤ کہ کتنی دیر میں پانی کی سطح ۲۰ انچے اتر جائیگی؟
(جامعہ آلہ آباد - انٹر میڈیٹ)

۶۱۔ ۱۰ فٹ لمبے ۲ فٹ ۶ انچ اندرونی قطر اور ۱۰ انچ دبیر لوبہ کے قلعہ کا وزن معلوم کرو جب کہ لوبہ کی کثافت اضافی ۱۴، ۱۷ اور ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہوتا ہے۔ (ڈگری انجینیر: د اخلاص)

۶۲۔ تیرنے کے عرض کا طول ۲۰ گز اور عرض ۸ گز ہے۔ اس کے ایک سرے پر ۴ فٹ ۶ انچ گہرائی تک ۱۰ فٹ ۶ انچ عرض اور ۱۰ انچ لمبائی کی سیڑھیاں بنی ہوئی ہیں جو حوض کے تمام عرض پر چھانی ہوئی ہیں۔ پھر سیڑھیوں کے اختتام کے بعد عرض کی تہ دوسرے سرے کی طرف ڈھالو ہے اور اس کا اتار ۵ این ہے۔ پانی کی وہ مقدار گیلن میں معلوم کرو جو حوض میں آسکتی ہے جب کہ وہ بھرا ہوا ہو۔

(جامعہ مدرس: امتحان بی۔ ای)

۶۳۔ ایک مکعب فٹ تالاب سے ۱۰ انچ قطر کا تار بنایا گیا ہے۔

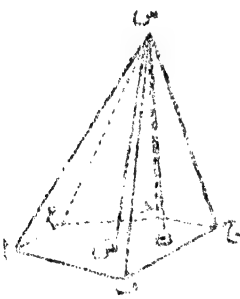
اس کا طول معلوم کرو۔
 ۶۴۔ $\frac{1}{2}$ اینچ دبیر دھاتی تختی سے ایک ایسا نل بنایا گیا جس کا اندرونی
 قطر $\frac{1}{2}$ اینچ ہے۔ اس نل کو افٹ نصف قطر کے اسطوانہ کے گرد رکھا گیا۔
 بتاؤ کہ اس میں کتنے مکعب اینچ پانی آئیگا اور اس کو بنانے کے لئے کتنے
 مکعب اینچ دھات کی ضرورت ہے۔ (جامعہ کلکتہ: امتحان ایف۔ ای) (۱۵)



باب بست و سوم

مخروط مضلع یاہرم اور مخروط

۱۳۶ — مخروط مضلع یاہرم ستوی سطحوں سے گھرا ہوا ایک ایسا مجسم ہوتا ہے کہ ان میں کی ایک سطح جو اس کا قاعدہ کہلاتی ہے کوئی شکل مستقیم الاضلاع ہوتی ہے اور باقی تمام سطحیں ایسے مثلث ہوتے ہیں جن کا ایک مشترک در اس قاعدہ کی سطح کے باہر واقع ہوتا ہے۔



طرفی زونوں کے مشترک
 اس کو مخروط مضلع کا اس کہتے ہیں۔
 مخروط مضلع کے اس سے
 اس کے قاعدہ پر کھینچے ہوئے عمود کو مخروط
 مضلع کا ارتفاع کہتے ہیں۔

اس اور قاعدہ کے وسطی نقطہ کو طاسفہ و الاضلاع مستقیم مخروط مضلع
 کا محور کہلاتا ہے۔

پس مخروط مضلع میں اب ج د ع ہیں۔

اب ج د ع قاعدہ ہے

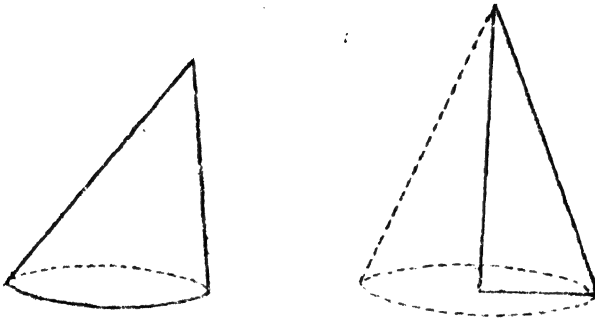
س اس سے

س ن ارتفاع ہے

س کی محور ہے

جب کسی مخروط مضلع کا قاعدہ کوئی منتظم شکل ہو تو اس کو منتظم

گئی ہو اور ہر ضلع کا طول لا انتہا چھوٹا کر دیا گیا ہو۔



مستد پر مخروط کا قاعدہ ایک دائرہ ہوتا ہے۔

زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع میں سے ایک کے گردش

قائم الزاویہ کو گھمایا جائے تو ایک قائم مستد پر مخروط کی سطح پیدا

ہوتی ہے (دیکھو شکل)۔

۱۳۸۔ مخروط مضلع کی تعریف میں اس قدر توسیع کی جاسکتی ہے کہ

اُس میں مخروط کی انتہائی صورت بھی شامل ہو جائے۔ اس طرح کہ

مخروط مضلع ایک ایسا مجسم ہوتا ہے جس کا قاعدہ کوئی مستوی

شکل ہے اور جس کے رُخوں کا تعین قاعدہ کے محیط کے تمام نقاط کو قاعدہ

کے باہر کے ایک مشترک نقطہ کو ملانے والے خطوط مستقیم سے ہوتا ہے۔

یہ مشترک نقطہ اُس کا راس کہلاتا ہے۔

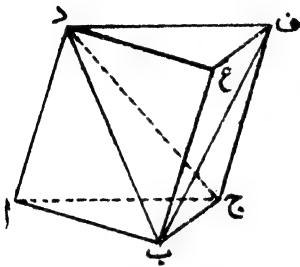
مصر کا عظیم الشان مخروط مضلع چیوپ (cheop) مربع مخروط مضلع کی عام

مثال ہے۔

۳۴

۱۳۹۔ ذرا دیکھو، السطوح یا چوبسطی کا حجم معلوم کرنا ناہج ہے کہ

اُس کا قاعدہ اور ارتفاع دیے ہوئے ہوں۔
 فرض کرو کہ د ا ب ج ایک چوسطی ہے۔
 جس کے قاعدہ ا ب ج کا ناپ، رقبہ کی کسی اکائی کے لحاظ سے ق اور
 ارتفاع کا ناپ کسی تناظر طوی اکائی کے
 لحاظ سے (ع) ہے۔



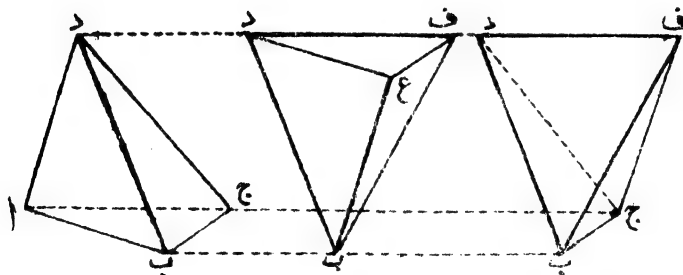
اب مطلوب یہ ہے کہ
 د ا ب ج کا حجم ق اور ع کی رقوم
 میں دریافت کیا جائے۔
 منشور ا ب ج کو مکمل کرو جس کا ایک
 حصہ چوسطی د ا ب ج ہے جیسا کہ شکل
 سے ظاہر ہے۔

ب ف کو ملاؤ۔
 اب منشور ا ب ج ف ذیل کے تین محزوط مضلع سے بنا ہوا فرض کیا جاسکتا ہے

۱۔ د ا ب ج

۲۔ ب د ع ف

۳۔ ب د ف ج



اور چونکہ $ا ب ج = ۵ د ع ف$

اس لئے مخروط مضلع د ا ب ج اور ب د ع ف کے متعلق فرض کیا جاسکتا ہے کہ ان کے قاعدے اور ارتفاع علیحدہ علیحدہ ایک دوسرے کے برابر ہیں۔
پھر چونکہ Δ د ج ف = Δ ا د ج اقلیدس مقالہ اول شکل ۳۴
اس لئے مخروط مضلع ب د ف ج اور د ا ب ج (یعنی ب ا د ج) کے متعلق فرض کیا جاسکتا ہے کہ ان کے قاعدے اور ارتفاع علیحدہ علیحدہ ایک دوسرے کے برابر ہیں۔

لیکن مساوی قاعدوں اور مساوی ارتفاع کے مخروط مضلع کے حجم مساوی ہوتے ہیں اس لیے تین مخروط مضلع د ا ب ج، ب د ع ف اور ب د ف ج کے حجم ایک دوسرے کے مساوی ہیں
∴ چوتھی د ا ب ج کا حجم = $\frac{1}{3} \times$ منشور ا ب ج کا حجم

= $\frac{1}{3} \times$ ق ع مکعب اکائیاں دفعہ ۱۲۸
پس قاعدہ۔ چوتھی کے قاعدہ میں کی مربع اکائیوں کی تعداد کو ارتفاع میں کی تناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ تب اس حاصل ضرب کا ایک تہائی اُس کے حجم میں تناظر مکعب اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کریگا۔
یا مختصراً۔ چوتھی کا حجم = $\frac{1}{3}$ قاعدہ \times ارتفاع
ح = $\frac{1}{3}$ ق ع

۱۴۰۔ چونکہ منظم چوتھی کے راس سے قاعدہ پر کے عمود کا قدم قاعدہ کا نقطہ وسطی ہوتا ہے اور چونکہ منظم چوتھی کے تمام طر فی رُخ مساوی اور مثلثات مساوی الاضلاع ہوتے ہیں اس لیے یہ برآسانی ثابت ہو سکتا ہے کہ۔

$$(۱) \text{ اس کا ارتفاع } = \frac{\sqrt{3}}{2} \times ۲ = \sqrt{3}$$

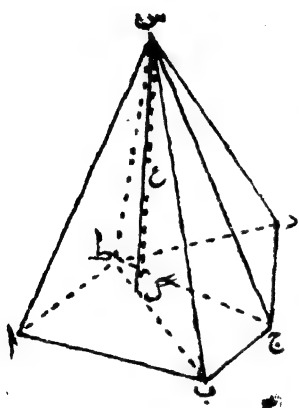
$$(۲) \text{ اس کا حجم } = \frac{۲۷۲}{۳} = ۹۰\frac{۲}{۳}$$

لہ اس مسئلہ کی صداقت کہ "مساوی قاعدوں اور ایک ہی ارتفاع والے مخروط مضلع کے حجم مساوی ہوتے ہیں" اقلیدس مقالہ دوازہم شکل ۱ سے اخذ ہوتی ہے۔ اس سے ثابت ہوتا ہے کہ "ایک ہی ارتفاع کے مخروط مضلع میں جن کے قاعدے کثیر الاضلاع ہیں وہی نسبت ہوتی ہے جو ان کے قاعدوں کے رقبہ میں نسبت ہوتی ہے۔"

جہاں ۱۲ = ہر ایک کنارہ کا ناپ۔
یہ نتائج بھی کارآمد ہیں اور ان کا ثبوت طالب علم کے لئے بطور ایک
مشق کے چھوڑا جاتا ہے۔

۲۵۱۳

۱۲۱۔ کسی مخروط مصلح کا حجم معلوم کرنا جب کہ اس کا قاعدہ اور ارتفاع دیے ہوئے ہوں۔



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} ق ع = ح \\ \frac{1}{3} ق م = ح \\ \frac{1}{3} ق د = ح \end{array} \right. \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۳۹}$$

$$\therefore ح + ح + ح = \frac{1}{3} (ق + ق + ق) = ح (ق + ق + ق)$$

$$یا ح = \frac{1}{3} ق ع$$

پس قاعدہ : مخروط مضلع کے قاعدہ میں کی مربع اکائیوں کی تعداد کو اس کے ارتفاع میں کی تناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ تب حاصل ضرب کا ایک تہائی اس کے حجم میں کی تناظر مکعب اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کرے گا۔
یا مختصر کر۔

$$\frac{1}{3} ق ع \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع} = \text{حجم}$$

$$(۱) \dots \dots \dots \frac{1}{3} ق ع = ح$$

$$\frac{\text{حجم} \times ۳}{\text{ارتفاع}} = \text{کسی مخروط مضلع کا قاعدہ}$$

$$(۲) \dots \dots \dots \frac{ح ۳}{ع} = ق$$

$$\text{اور کسی مخروط مضلع کا ارتفاع} = \frac{\text{حجم} \times ۳}{\text{قاعدہ}} = ع = \frac{ح ۳}{ق}$$

$$(۳) \dots \dots \dots$$

صورت خاص

۱۳۲ — مخروط

یہاں مخروط مضلع کے قاعدہ کی تعداد اصل مضلع کو لا انتہا بڑھا دیا جائے ہے۔
لیکن مخروط مضلع کے قاعدہ کی تعداد اصل مضلع کچھ ہی کیوں نہ ہو۔

$$\text{مخروط مضلع کا حجم} = \frac{1}{3} ق ع \times \text{ارتفاع} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۴۱}$$

$$\therefore \text{مخروط کا حجم} = \frac{1}{3} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$$

$$ح = \frac{1}{3} ق \times ع$$

مستدیر مخروط کے لئے یہ ضابطہ اس طرح لکھا جاسکتا ہے :-

$$ح = \frac{1}{3} ر^2 \pi \times ع$$

جہاں ر طولی اکائیاں = قاعدہ کا نصف قطر

۱۴۳ — مخروط مضلع یا مخروط کے اسی

قطعہ پر غور کرو جو ر اس میں سے گزرنے والی

مستوی سطح سے کاٹا جاتا ہے۔ مخروط مضلع

اور مخروط کے متعلق جو کچھ کہا گیا ہے اس سے

نتیجہ نکلتا ہے کہ ایسے قطعہ کا حجم ذیل کے

ضابطہ سے متعین ہو سکتا ہے -

$$ح = \frac{1}{3} ق \times ع$$

جہاں ق مربع اکائیاں = قطعہ کے قاعدہ کا رقبہ

اور ع طولی اکائیاں = قطعہ کا ارتفاع

توضیحی مثالیں

۱۴۴ -

مثال ۱: ۱۰ فٹ ارتفاع کے ایک

قائم مخروط مضلع کا قاعدہ ایک ایسا

مربع ہے جس کا وتر ۱۰ فٹ ہے: اس کا

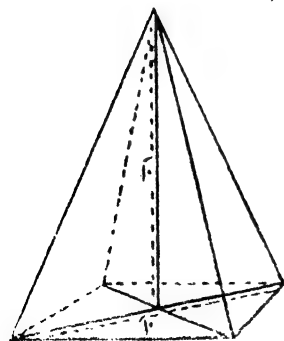
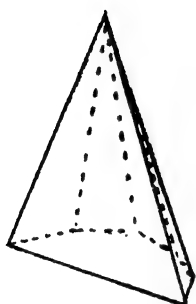
حجم دریافت کرو -

$$\text{مخروط مضلع کا حجم} = \frac{1}{3} ق \times ع$$

مکعب فٹ دہہ ۱۴۱

جواب: $ق = \frac{1}{2} \times ۱۰ \times ۱۰ = ۲۵$ دہہ ۱۴۱

ع



$$\therefore \text{مخروط مضلع کا حجم} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times ۱۶۱ \times ۱۰ = ۱۳۴۱ \text{ فٹ}$$

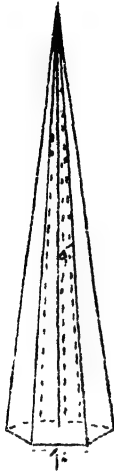
$$= \frac{2}{3} \times ۱۶۱ \text{ فٹ}$$

مثال ۲: ایک ایسے قائم مخروط مضلع کا حجم معلوم کرو جس کا قاعدہ ایک متظم سدس ہے۔ قاعدہ کا ہر ضلع ۱۰ فٹ اور مخروط مضلع کا ارتقاء ۹۰ فٹ ہے۔

$$\text{مخروط مضلع کا حجم} = \frac{1}{3} \times \text{ق} \times \text{ع} \times \text{فٹ} \dots \text{دفعہ ۱۳۱}$$

$$\text{جہاں ق} = \frac{۳\sqrt{3} \times ۱۰ \times ۳}{۲} \dots \text{دفعہ ۴۵}$$

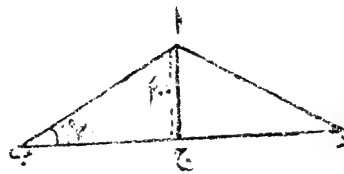
$$\text{ع} = ۹۰$$



$$\therefore \text{مخروط مضلع کا حجم} = \frac{1}{3} \times \frac{۳\sqrt{3} \times ۱۰ \times ۳}{۲} \times ۹۰ \times \text{فٹ} = ۱۳۴۱ \text{ فٹ}$$

$$= \frac{2}{3} \times ۱۶۱ \text{ فٹ}$$

مثال ۳: ایک قائم مخروط کا ارتقاء ۲۰۰ فٹ ہے اور اُس کا سکونی خط افق کے ساتھ ۳۰° کا زاویہ بنا سکتا ہے: اس کا حجم دریافت کرو۔



فرض کرو کہ ا ب ج د سے محور میں سے گزرنے والی مخروط کی انتصابی تراش تعبیر ہوتی ہے۔

$$\text{تب بیا ج} = \text{مخروط کے قاعدہ کا نصف قطر} = \frac{۳\sqrt{3}}{۲} \times ۲۰۰ \dots \text{دفعہ ۱۴}$$

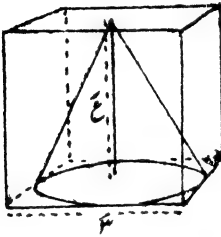
$$\therefore \text{مخروط کا حجم} = \frac{1}{3} \times \text{ق} \times \text{ع} \times \text{فٹ} \dots \text{دفعہ ۱۴۲}$$

جہاں ق = $\pi (\frac{31}{2})^2$ دفعہ ۷۱

$$200 = ع$$

$$\therefore \text{مخروط کا حجم} = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{31}{2} \times 200 = 62831.67 \text{ مکعب فٹ}$$

مثال ۵: اُس بڑے سے بڑے قائم مخروط کا حجم دریافت کرو جو ایک ایسے مکعب میں سے کاٹا جاسکتا ہے جس کا کنارہ ۳ فٹ ہے



$$- (31.67 = 33)$$

مخروط کا قاعدہ مکعب کے ایک رخ کا اندرونی دائرہ ہوگا اور مخروط کا ارتفاع مکعب کے کنارہ کے برابر ہوگا۔

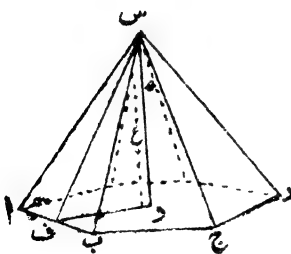
$$\therefore \text{مخروط کا حجم} = \frac{1}{3} \times ق \times ع = 62831.67 \text{ مکعب فٹ} \text{ دفعہ ۱۳۲}$$

$$\text{یہاں ق} = \pi (\frac{3}{2})^2 \text{ دفعہ ۷۱}$$

$$3 = ع$$

$$\therefore \text{مخروط کا حجم} = \frac{1}{3} \times 7.06858 \times 3 = 7.06858 \text{ مکعب فٹ}$$

مثال ۵: ایک مسدسی مخروط مضلع کے قاعدہ کا رقبہ ۵۳ ماہ ہے اور اُس کے طنی رُخوں میں سے ایک کا رقبہ ۹ ماہ ہے :



مخروط مضلع کا حجم معلوم کرو۔

فرض کرو کہ شکل س اب د سے مخروط مضلع تعمیر ہوتا ہے۔

$$\text{تب س اب د کا حجم} = \frac{1}{3} \times ق \times ع$$

$$\text{جہاں ق} = 31.53$$

ع = س و میں طولی اکائیوں کی تعداد
س و کو معلوم کرو۔

فرض کرو کہ ا ب میں و طولی اکائیاں ہیں

تب $\frac{3 \times 2 \times 1}{6} = ۱$ ماس $\dots \dots \dots$ دفعہ ۲۵
 $\therefore ۱ = ۱$

بھر $\frac{1}{6} \times$ س ف = ۹ ماس مربع اکائیاں $\dots \dots \dots$ دفعہ ۲۰
 \therefore س ف = ۳ ماس طولی اکائیاں

اور وف = $\frac{۳ \times ۲ \times ۱}{6}$ ماس $\dots \dots \dots$ دفعہ ۱۷
 \therefore وف = ۳ ماس طولی اکائیاں

اب کس و = ماس ف - ۲ و ۳ و $\dots \dots \dots$ دفعہ ۱۶
 \therefore س و = ۵ ماس - ۲ ماس طولی اکائیاں

= ۳ ماس طولی اکائیاں

= ۳ ماس طولی اکائیاں

\therefore محزوط مضلع کا حجم = $\frac{۱}{3} \times ۵ \times ۳ \times ۳$ مکعب اکائیاں
= ۱۵ مکعب اکائیاں

مثال ۲: ایک محزوط مضلع کا قاعدہ ایک مستطیل ہے جس کا ماپ ۲ فٹ \times ۳ فٹ ہے۔

اور اس سے دونوں بڑے ضلعوں تک کی پڑھی

بلندی ۵ فٹ ہے: ایک ایسے اسطوانہ کا ارتفاع

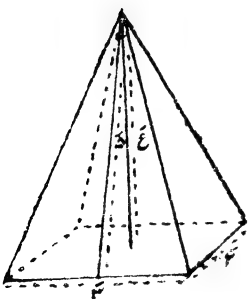
معلوم کرو جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے اور

جس کی جسامت محزوط مضلع کی جسامت کی نصف ہے۔

محزوط مضلع کا حجم = $\frac{1}{3} \times$ ق \times مکعب فٹ
جہاں ق = ۲×۳ $\dots \dots \dots$ دفعہ ۸

ع = $\frac{۲ \times ۳ - ۲ \times ۱}{2}$ $\dots \dots \dots$ دفعہ ۱۶
= ۱

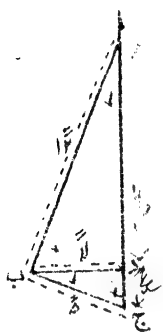
\therefore محزوط مضلع کا حجم = $\frac{1}{3} \times ۶ \times ۲ \times ۱$ مکعب فٹ
= ۴ مکعب فٹ



∴ مطلوبہ اسطوانہ کا حجم = ۶۷۲ مکعب فٹ
 اس لئے اگر لا فٹ = مطلوبہ اسطوانہ کا ارتفاع
 $۰.۳۳ \left(\frac{۱}{۳} \right) \cdot ۷۷۲ = لا$ دفعہ ۱۳۱
 $\frac{۷۷۲}{۳۳} = لا$
 $۲۳.۳۳ = لا$

مطلوبہ اسطوانہ کا ارتفاع = ۲۳.۳۳ فٹ تقریباً
 مثال ۵: اور ۱۲ انچ طول کے اضلاع والے ایک مثلث قائم الزاویہ کو اس کے
 وتر کے گرد گھمایا جاتا ہے: اس طرح بننے والے دوسرے مخروط کا حجم دریافت کرو۔
 (۳۱۱۶۱۶ = ۳۱)

فرض کرو کہ اب ج مثلث قائم الزاویہ ہے۔
 زاویہ قائمہ سے وتر ا ج پر عمود د نکالو۔
 فرض کرو کہ ب د کا ناپ لا انچ ہے۔
 تب تشابہ مثلثات سے۔



لا : ۱۲ :: ۵ : ۱۳ دفعہ ۶۶
 $\frac{۵}{۱۳} = لا$ ————— اب

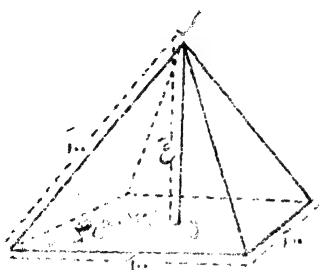
ا ج کے گرد اب ج کی گردش سے بننے والے
 دوسرے مخروط کا حجم = $\left(\frac{۱}{۳} قی ع + \frac{۱}{۳} قی ع \right)$ مکعب انچ دفعہ ۱۳۲
 جہاں قی = ۳۳ دفعہ ۷۱

$۳۳ = ۲ \left(\frac{۷۷۲}{۳۳} \right)$

$۱۳ = ع + ع$

∴ دوسرے مخروط کا حجم = $\frac{۱}{۳} ۳۳ \left(\frac{۷۷۲}{۳۳} \right) \times ۲$ مکعب فٹ
 $۲۸۹۹۹۹ =$ مکعب فٹ

مثال ۶: مربع قاعدہ پر ایک محفوظ مضلع کے ہر کنارہ کا طول .. فٹ اور
 قاعدہ کا ہر ضلع بھی .. فٹ ہے: اس کے مساوی حجم ایک مکعب کا کنارہ معلوم
 کرو۔



فرض کرو کہ ع = مخروط مضلع کا ارتفاع

تب مخروط مضلع کا حجم = $\frac{1}{3} \times ۱۰۰ \times ۱۰۰ \times ع$... دفعہ ۱۴

جہاں ق = $۱۰۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰$... دفعہ ۹

ع = $\sqrt[3]{\frac{۱۰۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰}{۳}}$... دفعات ۱۱

$$= \sqrt[3]{\frac{۱۰۰۰۰۰۰}{۳}}$$

$$= \sqrt[3]{۳۳۳۳۳۳}$$

مخروط مضلع کا حجم = $\frac{1}{3} \times ۱۰۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰$... دفعہ ۱۱

اب فرض کرو کہ ا = مخروط مضلع کا ارتفاع

تب ا = $\sqrt[3]{\frac{۱۰۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰}{۳}}$... دفعہ ۱۱

$$= \sqrt[3]{\frac{۱۰۰۰۰۰۰}{۳}}$$

$$= \sqrt[3]{۳۳۳۳۳۳}$$

اس لیے مطلوبہ کعب کا کنارہ = ۱۰۰ ... تقریباً

مثال ۱۰: اس بڑے سے بڑے کعب کا کنارہ دریافت کرو جو ایک ایسے قائم مخروط میں سے کاٹا جاسکتا

ہے جس کا ارتفاع ۱۰ انچ اور قاعدہ کا قطر ۹ انچ ہے اس طرح کہ کعب کا قاعدہ مخروط کے قاعدہ پر منطبق رہے۔

فرض کرو کہ لا = انچ = کعب کا کنارہ

تب لا = $\sqrt[3]{\frac{۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰}{۳}}$... دفعہ ۱۱

اس لیے مشابہ مثلثات سے

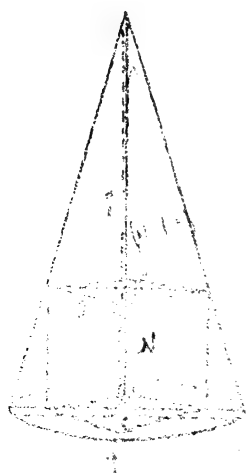
$$\frac{۱۰}{لا} = \frac{۱۰}{۱۰ - لا} \Rightarrow لا = ۱۰ - لا$$

$$\frac{۲۰}{لا} = \frac{۲۰}{۱۰ - لا}$$

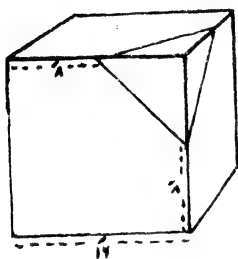
$$\frac{(۲۰ - لا) ۲۰}{لا(۱۰ - لا)} = \frac{۲۰}{۱۰ - لا}$$

$$\frac{(۲۰ - لا) ۲۰}{لا} = ۲۰$$

$$۲۲۹۷۵ =$$



اس لیے بڑے سے بڑے مکعب کے ہر کنارہ کا ناپ ۸، ۹، ۶، ۷ ایچ ہے۔
 مثال ۱۱۔ اس محزوط مضلع کا حجم دریافت کرو جو ۱۶ فٹ کنارہ والے مکعب کو ایسی مستوی
 سطح سے کاٹنے سے بنتا ہے جو مکعب کے تین متصل کناروں کی تنصیف کرتی ہے۔



اگر ہم تین مساوی الساقین مثلثات

قائم الزاویہ جن کے ہر مساوی ضلع کا ناپ
 ۸ فٹ ہے، پس سے کسی ایک کو محزوط مضلع
 کا قاعدہ تصور کریں تو اس محزوط مضلع کا
 ارتفاع ۸ فٹ ہوگا اور اس کا حجم

$$= \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times 8 = 170.666 \text{ فٹ}$$

$$\text{جہاں } Q = \frac{1}{3} \times 8 \times 8$$

$$\text{اور } R = 8$$

$$\text{اس لیے محزوط مضلع کا حجم} = \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times 8 + \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times 8 = 170.666 \text{ فٹ}$$

۲۳ مسئلہ نمبری

(جب تک کہ خاص طور سے ذکر نہ کیا جائے $\frac{1}{2} = 33$)

ذیل کے ابعاد کے محزوط ہائے مضلع کے حجم دریافت کرو۔

۱۔ قاعدہ ۵ مربع فٹ ۷ مربع ایچ، ارتفاع ۲ فٹ ۶ ایچ۔

۲۔ قاعدہ ۱۳ مربع فٹ ۱۰ مربع ایچ، ارتفاع ۳ فٹ ۳ ایچ۔

۳۔ قاعدہ ۱۹ مربع فٹ ۷ مربع ایچ، ارتفاع ۶ فٹ ۲ ایچ۔

۴۔ قاعدہ ۳ مربع گز ۸ مربع فٹ ۱۱۳ مربع ایچ، ارتفاع ۲ گز ۲ فٹ ۱۰ ایچ

ذیل کے ابعاد کے محزوط ہائے مضلع کے ارتفاع معلوم کرو:-

۵۔ حجم ۸ مکعب فٹ ۱۶۱۶ مکعب ایچ، قاعدہ ۲ مربع فٹ ۹ مربع ایچ

۶۔ حجم ۸ مکعب گز ۱۹ مکعب فٹ ۸۱۳ مکعب ایچ، قاعدہ ۷ مربع فٹ ۱۲ مربع ایچ

ذیل کے ابعاد کے محزوط ہائے مضلع کے قاعدوں کے رقبہ دریافت کرو۔

- ۷۔ حجم ۱۰ مکعب فٹ ۱۰۸۰ انچ، ارتفاع ۲ فٹ ۱۰ انچ
- ۸۔ حجم ۲۱ مکعب فٹ ۲۴۴ مکعب انچ، ارتفاع ۲ گز ۲ فٹ ۵ انچ
ذیل کے ابعاد کے مستدیر مخروطوں کے حجم دریافت کرو:-
- ۹۔ قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ، ارتفاع ۱۰ انچ
- ۱۰۔ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۱۱ انچ، ارتفاع ۶ فٹ -
- ۱۱۔ قاعدہ کا نصف قطر ۵ فٹ ۳ انچ، ارتفاع ۴ فٹ ۶ انچ -
- ۱۲۔ قاعدہ کا نصف قطر ۵ فٹ ۱۰ انچ، ارتفاع ۱ گز -
- ذیل کے ابعاد کے مستدیر مخروطوں کے قاعدوں کے نصف قطر معلوم کرو:-
- ۱۳۔ حجم ۱۹۸ مکعب انچ، ارتفاع ۲۱ انچ -
- ۱۴۔ حجم ۱۳۲ مکعب انچ، ارتفاع ۱۲ انچ -
- ۱۵۔ حجم ۴۴ مکعب انچ، ارتفاع ۷ انچ -
- ۱۶۔ حجم ۲۲۰ مکعب انچ، ارتفاع ۲۵ انچ -
- ذیل کے ابعاد کے چوتھوں کے حجم دریافت کرو:-
- ۱۷۔ قاعدہ کے اضلاع ۵، ۳، ۲ فٹ اور ارتفاع ۱۰ فٹ -
- ۱۸۔ قاعدہ کے اضلاع ۷، ۴، ۲ گز اور ارتفاع ۳ گز -
- ۱۹۔ قاعدہ کے اضلاع ۳، ۴، ۱۵ فٹ اور ارتفاع ۱۲ فٹ -
- ۲۰۔ قاعدہ کے اضلاع ۳، ۴، ۵ انچ اور ارتفاع ۲۰ انچ -
- ۲۱۔ اس مخروط مضلع کا حجم معلوم کرو جس کا قاعدہ ۱ فٹ ضلع کا مثلث مساوی الاضلاع ہے اور جس کا ارتفاع ۳ فٹ ہے -
- ۲۲۔ ایک قائم مستدیر مخروط کے قاعدہ کا نصف قطر ۶ فٹ اور ترچھا ارتفاع ۶ فٹ ۶ انچ ہے: حجم دریافت کرو -
- ۲۳۔ مربع قاعدہ کے ایک مخروط مضلع کے طرفی رخ مثلثات مساوی الاضلاع ہیں -
- اگر قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۲۰ انچ ہو تو مخروط مضلع کا حجم دریافت کرو -
- ۲۴۔ قریب ترین پونڈ تک ایک ایسے مخروط کا وزن دریافت کرو جس کے قاعدہ کا قطر ۱۰ انچ اور ارتفاع ۱۵ انچ ہے - اگر اس کے مادہ کا وزن ۵۰۰ پونڈ فی مکعب فٹ ہو -

- ۲۵۔ ایک قائم مخروط کا مکعبی خط افق کے ساتھ ۹۰° کا زاویہ بنا رہا ہے۔ اگر مخروط کا ارتفاع ۱۵ انچ ہو تو اس کا حجم دریافت کرو۔
- ۲۶۔ ایک مخروط مضلع کا قاعدہ ۵ فٹ مضلع کا ایک مربع ہے اور اس کے ترچھے ارتفاع کا ناپ ۵ فٹ ہے۔ حجم معلوم کرو۔
- ۲۷۔ اُس بڑے سے بڑے قائم مخروط کا حجم دریافت کرو جو ایک ایسے مکعب میں سے کاٹا جاسکتا ہے جس کا کنارہ ۵ انچ ہے ($33 = 12 \times 12 \times 3$)۔
- ۲۸۔ اُس بڑے سے بڑے مکعب کا کنارہ دریافت کرو جو ایک ایسے قائم مخروط میں سے جس کی بلندی ۱ فٹ اور قاعدہ کا قطر ۵ انچ ہے اس طرح کاٹا جاسکتا ہے کہ مکعب کا قاعدہ مخروط کے قاعدہ پر منطبق رہے۔
- ۲۹۔ کسی مخروط مضلع کا قاعدہ ایک ایسا مستطیل ہے جس کے ابعاد ۴ گز ۲ فٹ ۲ انچ اور ۳ گز ۱ فٹ ہیں اور اس سے قاعدہ کے دونوں چھوٹے اضلاع تک کی ترچھی بلندی ۴ گز ۱ فٹ ۱ انچ ہے۔ حجم معلوم کرو۔
- ۳۰۔ ایک قائم مخروط مضلع کا قاعدہ ۲ انچ مضلع کا ایک منظم ششمن ہے اور اس کی اُل سطحیں افق کے ساتھ ۹۰° کا زاویہ بناتی ہیں۔ حجم معلوم کرو۔

سوالات امتحانات

مخروط مضلع

(۱۲ = ۱۲)

- ۱۔ ایک ایسے مخروط مضلع کا حجم دریافت کرو جس کا قاعدہ ۶ فٹ مضلع کا منظم سدس اور جس کا ارتفاع ۳ فٹ ہے (تمام معاشی)۔ ڈیو مالان اگر نیکلیں: دوسرا امتحان
- ۲۔ ایک مکعب (کنارہ ۱) میں سے ایک ایسی متوی سطح کے ذریعہ ایک مخروط مضلع کاٹا گیا ہے جو مکعب کے ایک کونے پر ملنے والے تین کناروں کے انتہائی مقاموں میں سے گزرتی ہے۔ مکعب بڑے مخروط مضلع کا حجم معلوم کرو (۱۲ = ۱۲)
- ۳۔ ایک مخروط مضلع کے دو ملنے والے رخ مثلثات مساوی الاضلاع ہیں اور دوسرے دو رخ مثلثات قائم الزاویہ ہیں۔ مخروط مضلع کا حجم معلوم کرو اگر مساوی الاضلاع

مشکلوں کے ہر ضلع کا طول ۶ فٹ ہو۔

(جامعہ ممبئی: ایل۔ سی۔ ای۔ دوسرا امتحان)

۴۔ ایک مخروط مضلع کا قاعدہ ایک مربع اور اس کے طرفی رخ مثلثات مساوی الاضلاع ہیں۔ ثابت کرو کہ اس کا حجم $\frac{3}{4}$ یا $\frac{1}{2}$ ہے جہاں قاعدہ کے ایک ضلع کو تعبیر کرتا ہے۔

(۷)

۵۔ ایک منتظم مسدسی مخروط مضلع کے قاعدہ کا احاطہ ۵ فٹ ہے اور اس کا ارتفاع ۵ فٹ ہے: اس کا حجم معلوم کرو۔ (جامعہ پنجاب: سیول انجینئرنگ پچھلا امتحان)

(۷)

۶۔ مخروط مضلع کا حجم دریا فٹ کر نیچا ضابطہ لکھو۔

۷۔ ایک خیمہ کا پچھلا حصہ منشور کی وضع کا ہے اور بالائی حصہ مخروط مضلع ہے۔ منشور کے اضلاع کی تعداد ۱۰ اور منشور اور مخروط مضلع کے ارتفاع بالترتیب ۷ اور ۷ ہیں نیز ضلع کا طول ۱۰ ہے۔ بتاؤ کہ اس کی گنجائش حسب ذیل ہوگی:

(۷+۷) $\frac{1}{2}$ مم $\frac{1}{2}$ (جامعہ کلکتہ: امتحان ایف۔ اے۔ ۱)

۸۔ ایک گرجا گاہ کا مینار منتظم مسدسی قاعدہ کا ایک قائم مخروط مضلع ہے۔ قاعدہ کا ہر ضلع ۱۰ فٹ اور ارتفاع ۵ فٹ ہے۔ اس میں ایک کھوکھلا حصہ ہے اور وہ بھی منتظم مسدسی قاعدہ کا قائم مخروط مضلع ہے۔ کھوکھلے حصہ کی بلندی ۵ فٹ اور قاعدہ کا ہر ضلع ۱۰ فٹ ہے۔ مینار میں پینالی کی مقدار کعب فٹوں میں معلوم کرو۔ (۷)

۹۔ مربع قاعدہ پر بنے ہوئے ایک مخروط مضلع کے دوسرے چار طرفی رخ چار مثلثات مساوی الاضلاع ہیں اور ہر ایک کنارہ ۲۰ فٹ ہے حجم معلوم کرو۔

(سب پورہ پریزنٹس ڈیپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۱۰۔ مربع قاعدہ کے ایک مخروط مضلع کے طرفی رخ مثلثات مساوی الاضلاع ہیں۔ قاعدہ کا ایک ضلع ۱۲ فٹ ہے۔ حجم معلوم کرو۔ (۷)

۱۱۔ ایک ایسے منتظم مسدسی کمرہ میں کعب فٹوں کی تعداد معلوم کرو جس کے ہر رخ کا طول ۲۰ فٹ ہے اور جس کی دیواروں میں ۳۰ فٹ بلندی ہیں اور کمرہ کی چھت ایسے مسدسی مخروط

مضلع کی وضع کا ہے جس کا ارتفاع ۵ فٹ ہے۔

۱۲۔ ایسے مخروط مضلع کا حجم معلوم کرو جو ۲۰ فٹ کنارہ کے ایک کعب کے کونے کو

ایسی متساوی سطح کے ذریعہ کاٹنے سے بنتا ہے جو اس کے تین متصلہ کناروں کی
تقسیم کرتی ہے۔ (سب پورا پورے پرنٹس ڈیپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)
۱۳۔ ایک مجسم چار مثلثات مساوی الاضلاع سے گھرا ہوا ہے: ہر مثلث کا
ایک ضلع ۱۲ انچ ہے: حجم معلوم کرو۔

(سب پورا پورے پرنٹس ڈیپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)
۱۴۔ ایک مکعب کا کنارہ ۱۲ انچ ہے۔ مکعب کا ایک کونہ اس طرح کاٹا گیا ہے
کہ کٹے ہوئے حصے سے ایک ایسا مخروط مضلع بنتا ہے کہ اس کے ہر ایک
کنارہ کا طول ۶ انچ ہے: کاٹنے کے بعد بقیہ مجسم کا حجم معلوم کرو۔

(سب پورا پورے پرنٹس ڈیپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)
۱۵۔ مثلثی قاعدہ کے ایک مخروط مضلع کا ہر کنارہ ۱ فٹ ہے: بتاؤ کہ مخروط
مضلع کا حجم $\frac{1}{3}$ مکعب فٹ ہے۔ نیز بتاؤ کہ مثلثی قاعدہ کے کسی مخروط مضلع کا
حجم (جس کے تمام کنارے مساوی ہوں) اس کے ایک کنارہ کے مکعب کو $\frac{1}{27}$
بے ضرب دینے سے حاصل ہوتا ہے۔

(سب پورا پورے پرنٹس ڈیپارٹمنٹ: فائینل)

ڈر کی انجینیر: داخلہ

۱۶۔ ع ارتفع کے ایک مخروط مضلع کا قاعدہ قطع مکانی کا ایک قطعہ ہے قطعہ
کا وتر ۱ اور وتر اور متوازی مماس کا درمیانی عمودی فاصلہ ۲ ہے: مخروط مضلع کا
حجم دریافت کرو اور اس کا مقابلہ اس مخروط مضلع کے حجم کے ساتھ کرو جس کا قاعدہ اسی
الباد کا ایک قطعہ دائرہ ہے (مکانی کے قطعہ کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times$ حالت متوازی الاضلاع کا
رقبہ)۔

۱۷۔ اس منظم مسدسی مخروط مضلع کا حجم معلوم کرو جس کے قاعدہ کا ایک ضلع ۶ فٹ
اور جس کا ارتفاع ۶۰ فٹ ہے۔

۱۸۔ منظم قاعدہ کے اس منسی مخروط مضلع کی جسامت معلوم کرو جس کے قاعدہ کا
ہر ضلع ۴ فٹ اور جس کا ارتفاع ۳۰ فٹ ہے۔

۱۹۔ مربع قاعدہ کے ایک مخروط مضلع کے طر فی رخ چار مثلثات مساوی الاضلاع

- ہیں۔ ہر ایک کنارہ ۳۰ فٹ ہے: حجم معلوم کرو۔
- ۲۰۔ کسی مخروط مضلع کا قاعدہ ایک ایسا مثلث مساوی الاضلاع ہے جس کا ہر ضلع ۲ فٹ اور ترچھا کنارہ ۶ فٹ ہے: اس کی جسامت معلوم کرو۔
- (زرنکی انجینیر: فائینل)
- ۲۱۔ $18\frac{1}{2}$ کی بین الاقوامی نمائش کے طلبی ہرم کا قاعدہ ۱۰ فٹ مربع اور اس کا ارتفاع ۴۴ فٹ $\frac{1}{2}$ ۹ انچ تھا۔ حجم مکعب فٹوں میں معلوم کرو نیز اس کا وزن اور قیمت بتاؤ اگر مکعب انچ سونے کا وزن ۱۰۱۴۵.۲ اونس ٹرائے اور ایک اونس کی قیمت (محلہ تنقیح حساب کا اعلیٰ امتحان) ۱۰ شلنگ ہو۔

مخروط

- ۲۲۔ مخروط کا حجم معلوم کرنے کے ضابطے لکھو۔
- (جامعہ پنجاب: سیول انجینئرنگ کا پھلا امتحان)
- سب پورا پورینٹس ڈپارٹمنٹ: ۱ امتحان ماہانہ
- ۲۳۔ ۳ فٹ ۶ انچ اور ۵ فٹ طول کے ضلعوں والے ایک مثلث قائم الزاویہ کو بڑے ضلع کے گرد گھمایا جاتا ہے: اس طرح بننے والے مجسمہ کا حجم معلوم کرو۔
- ۲۴۔ اس میں سے گزرنے والی اور قاعدہ پر علی القوائم مستوی سطح سے قائم متدیہ مخروط کی تراش ایک ایسا مثلث مساوی الاضلاع ہے جس کا ہر ضلع ۱۲ فٹ ہے: مخروط کا حجم معلوم کرو۔
- ۲۵۔ ۳ فٹ بلند اور ۲ فٹ قطر کے مخروط کو زمین پر رکھا گیا اور پھر اس پر اس قدر ریت ڈالی گئی کہ ۵ فٹ بلند اور ۲ فٹ قطر کا ایک مخروطی ڈھیر بن گیا: بتاؤ کہ اس میں کتنے مکعب فٹ ریت ہو گئی۔
- ۲۶۔ منظم سدسی قاعدہ کے ایک مخروط مضلع کو ٹھیک اس قدر تراشا گیا کہ وہ ایک مخروط میں بدل گیا: بتاؤ کہ ابتدائی حجم کے $\frac{1}{2}$ سے قدرے کم نکال دیا گیا ہے۔
- ۲۷۔ ایک مثلث قائم الزاویہ کو جس کے اضلاع کے طول ۳ انچ اور ۴ انچ ہیں بڑے ضلع کے گرد گھمایا جاتا ہے: اس طرح بننے والے مخروط کا حجم معلوم کرو۔

(سبب پور اپرینٹس ڈیپارٹمنٹ : ۱ امتحان سالانہ)

۲۸۔ ایک مثلث قائم الزاویہ جس کے بقیہ زاویے ۹۰° اور ۳۰° ہیں اپنے وتر کے گرد گردش کرتا ہے وتر کا طول ۱۲ انچ ہے : اس طرح بننے والے مجسم کا حجم معلوم کرو۔ سبب پور اپرینٹس ڈیپارٹمنٹ : فائنل

۲۹۔ ایک مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع بالترتیب ۳ انچ اور ۴ انچ ہیں : وتر کے گرد مثلث کے گھومنے سے جو دوہرا مخروط بنتا ہے اس کا حجم معلوم کرو۔ (سبب پور اپرینٹس ڈیپارٹمنٹ : فائنل)

ڈرڈ کی انجینیر : داخلہ

۳۰۔ بتاؤ کہ اس برتن میں کتنے گیلن سما سکتے ہیں جو ایسے قائم مخروطی ضلع کا ہے جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۴ فٹ اور ترچھا رخ ۷ فٹ ہے۔

۳۱۔ اس مخروط کی جسامت معلوم کرو جس کے قاعدہ کا قطر ۳ فٹ اور ارتفاع ۲۰ فٹ ہے۔

۳۲۔ اس بڑے بڑے مکعب کا ضلع معلوم کرو جو ایک ایسے قائم مخروط میں سے جس کا ارتفاع ۱۰ انچ اور قاعدہ کا قطر ۶ انچ ہے اس طرح کاٹا جاسکتا ہے کہ مکعب کا قاعدہ مخروط کے قاعدہ پر منطبق رہے۔

۳۳۔ ایک ترچھے مخروط کے قاعدہ کا قطر ۱۲ فٹ زیادہ سے زیادہ ترچھی بلندی ۲۰ فٹ اور کم سے کم ترچھی بلندی ۱۵ فٹ ہے : مخروط کی جسامت مطلوب ہے۔

ڈرڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ

۳۴۔ ۵ آدمیوں کی رہائش کے لیے ایک مخروطی وضع کا ڈیرہ مطلوب ہے۔ ہر شخص کو زمین پر ۱۶ مربع فٹ جگہ اور سانس لینے کے لیے ۱۰۰ مکعب فٹ ہوا کی ضرورت ہے : عمودی ارتفاع، ترچھا ارتفاع اور ڈیرہ کا عرض معلوم کرو۔

۳۵۔ ایک مخروط کا ارتفاع ۱۵ انچ اور قاعدہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے اس کو ٹھیک اس قدر تراشا گیا کہ وہ مثلث مساوی الاضلاع قاعدہ کے ایک مخروط مضلع میں داخل ہو گیا : تراش کا نکلے ہوئے حصہ کا حجم معلوم کرو۔

ڈرڈ کی انجینیر : فائنل

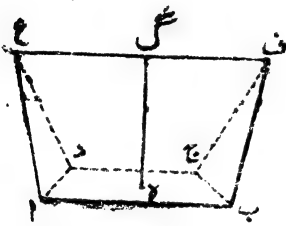
۳۶۔ اگر ۶ انچ اور ۱ انچ بالترتیب دو ایسے کرؤں کے نصف قطر ہوں جو ایک مخروط کے اندر اس طرح بنائے جاسکتے ہیں کہ بڑا کرہ چھوٹے کرہ کو اور نیز مخروط کے قاعدہ کو مس کرے تو بتاؤ کہ اس مخروط کا حجم کیا ہوگا؟
 ۳۷۔ ربع دائرہ کی وضع کے ٹین کو اس طرح موڑا گیا کہ اس سے ایک مخروطی وضع کا برتن بن گیا: اس کی گنجائش مطلوب ہے اگر ربع کا نصف قطر ۱۰ انچ ہو۔

۳۸۔ ۲۰ انچ، ۱۶ انچ اور ۱۲ انچ اضلاع کے ایک مثلث قائم الزاویہ کو اس کے وتر کے گرد گھمایا گیا: اس طرح بننے والے دو ہرے مخروط کا حجم معلوم کرو۔
 ۳۹۔ برف کے محفوظ مضلع کا ارتفاع ۳ فٹ اور مسدسی قاعدہ کا ہر ضلع ایک فٹ ہے اس کے پگھلنے سے کتنے گیلن پانی نکلیگا۔ اگر پگھلنے کی وجہ سے برف کے حجم میں ۷ فی صدی کمی ہوتی ہے اور اکمعب فٹ برف ۶۰ گیلن پر مشتمل ہوتی ہے۔
 (جامعہ الدآباد : انٹرمیڈیٹ)

باب بست و چہارم

فانہ اور مثلثی منشور کا ترچھا مقطع

۱۴۵ - فانہ ایک ایسا مجسم ہے جو پانچ مستوی سطحوں سے گھرا ہوا ہوتا ہے۔ ان سطحوں میں سے ایک سطح استطیل ہوتی ہے اور اُسے قاعدہ کہتے ہیں دونوں سرے مثلثات اور دو رخ اشکال منحرف ہوتے ہیں۔



وہ خط جس پر فانہ کے دونوں رخ متقاطع ہوتے ہیں اس کو فسانہ کا کنارہ کہتے ہیں۔

یہ تو ظاہر ہے کہ فسانہ کا کنارہ اُس کے قاعدہ کے متوازی ہوگا۔ فانہ کے کنارہ اور قاعدہ

کے درمیان جو عمودی فاصلہ ہوتا ہے اُسے فانہ کا اس ارتفاع کہتے ہیں۔

پس فانہ ا ب ج د ع ف میں۔

ا ب ج د مستطیلی قاعدہ ہے

ا د ع اور ب ج ف مثلثی سرے ہیں

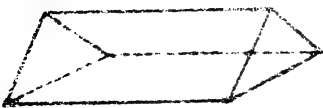
ا ب ج د ع اور ب ج ف منحرف نامرخ ہیں

ع ف کنارہ ہے۔

گ کا ارتفاع ہے۔

جب کسی فانہ کے کنارہ کا طول

اُس کے قاعدہ کے طول کے برابر ہوتا ہے



تو فائدہ شلشی منشور بن جاتا ہے۔ دفعہ ۱۲۴

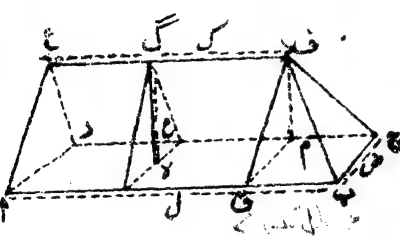
مسئلہ ۳۶

۱۳۶۔ فائدہ کا حجم معلوم کرنا جب کہ اس کا کنارہ ارتفاع اور قاعدہ کا طول و عرض دیئے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ اب ج د ع ف ایک فائدہ ہے اور اس کے کنارہ ع ف کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ک اور ارتفاع گ ہ اسی خطی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔

نیز فرض کرو کہ اس کے قاعدہ کا طول اب اور عرض ب ج کے ناپ اسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ل اور ض ہیں۔

مطلوبہ یہ ہے کہ



اب ج د ع ف کا حجم ک ع ل اور ض کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

ف سے سطح ا د ع کے متوازی مستوی سطح کھینچو۔ اس سے فائدہ منشور ا د ف

اور مخروط مضلع ف ق ب ج م میں تقسیم ہو جاتا ہے۔

اب منشور ا د ف کا حجم = عمودی تراش \times طول دفعہ ۱۳۰
 $= \frac{1}{2} \times$ عرض \times ک \times م کعب اکائیاں دفعہ ۲۰

نیز مخروط مضلع ف ق ب ج م کا حجم = $\frac{1}{3} \times$ قاعدہ \times ارتفاع دفعہ ۱۳۱
 $= \frac{1}{3} \times$ (ل - ک) \times ع \times ض دفعہ

$$\therefore \text{فائدہ کا حجم} = \left\{ \frac{1}{4} \text{ع} \times \text{ک} + \frac{1}{4} (\text{ل} - \text{ک}) \text{ع} \times \text{ض} \right\} \text{کعب اکائیاں}$$

$$= \left(\frac{\text{ع} \times \text{ض} \times \text{ک}}{4} + \frac{\text{ع} \times \text{ض} \times (\text{ل} - \text{ک})}{4} \right) \text{کعب اکائیاں}$$

$$= \frac{\text{ع} \times \text{ض}}{4} (\text{ک} + \text{ل}) \text{کعب اکائیاں}$$

پس قاعدہ —

فائدہ کے کنارہ میں کی طولی اکائیوں کی تعداد میں
قاعدہ کے طول میں ان ہی طولی اکائیوں کی تعداد کا
دو چند جمع کرو۔ پھر اس حاصل جمع کو ان ہی طولی اکائیوں
کے لحاظ سے فائدہ کے قاعدہ کے عرض اور ارتفاع کے
حاصل ضرب کے چھٹے حصہ سے ضرب دو۔ تب یہ
حاصل ضرب متناظر کعب اکائیوں میں فائدہ کے حجم کو تعبیر
کریگا۔
یا اختصاراً۔

$$\text{فائدہ کا حجم} = \frac{\text{قاعدہ کا عرض} \times \text{فائدہ کا ارتفاع}}{4} \times (\text{قاعدہ کا طول} + \text{فائدہ کا کنارہ})$$

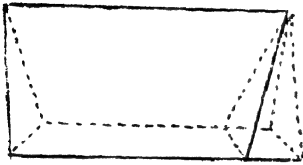
$$\text{ح} = \frac{\text{ع} \times \text{ض}}{4} (\text{ک} + \text{ل})$$

اس امر کا یاد رکھنا نہایت ضروری ہے کہ فائدہ کے قاعدہ کے
طول سے ہمیشہ اس کا وہ بُعد مراد ہوتا ہے جو فائدہ کے کنارہ کے متوازی ہوتا
ہے۔

نوٹ: چونکہ $\frac{\text{ع} \times \text{ض}}{4}$ مربع اکائیاں = عمودی تراش کا رقبہ۔ اس لیے اس قاعدہ کو
مختصراً اس طرح بھی لکھا جاسکتا ہے:۔

$$\text{فانہ کا حجم} = \frac{\text{عمودی تراش کا رقبہ}}{3} \times (\text{قاعدہ کا طول} + \text{فانہ کا کنارہ})$$

$$ح = \frac{ق \times (ل + ک)}{3}$$



نوٹ : جب کسی فانہ کا کنارہ قاعدہ سے لمبا ہوتا ہے تو منشور کی تکمیل کرنے کے بعد ثابت کیا جاسکتا ہے کہ اس صورت میں بھی اُسی ضابطہ کا اطلاق ہوتا ہے۔ یہ منشور ایسا ہوتا ہے کہ فانہ اُس کا ایک حصہ ہوگا جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے۔ منشور کی تکمیل کے بعد فانہ کے حجم کے متعلق اس طرح تصور کیا جائیگا کہ وہ منشور اور ایک مخروط مضلع کے حجموں کے فرق کے برابر ہے۔

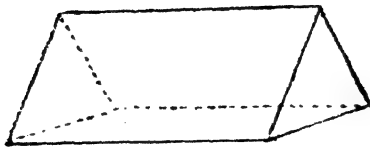
صورت خاص

۱۴۷۔ مثلثی منشور

اس صورت میں فانہ کا کنارہ = قاعدہ کا طول

$$\therefore \text{منشور مثلثی کا حجم} = \frac{ع \times (ل + ک)}{6} \quad \text{کعب اکائیوں ... دفعہ ۱۴۶}$$

جہاں $ک = ل$



یعنی منشور مثلثی کا حجم = $\frac{ع \times ۳}{۴} \times ل$ کعب اکائیاں

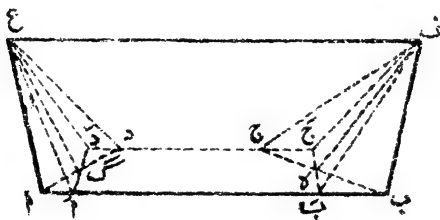
= $\frac{ع \times ۳}{۲} \times ل$ کعب اکائیاں

= $ق \times ل$ کعب اکائیاں

جہاں $ق =$ عمودی تراش میں مربع اکائیوں کی تعداد دفعہ ۱۳۰ میں یہی نتیجہ حاصل کیا جا چکا ہے۔

۱۴۸۔ فانہ کی تعریف میں اس قدر توسیع کی جا سکتی ہے کہ اس میں وہ اشکال بھی شریک ہوں جن کا قاعدہ بجائے مستطیل کے کوئی شکل منحرف ہو۔

یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ ایسے فانہ کا حجم اسی کناہہ اور ارتفاع کے مستطیلی قاعدہ والے ایسے فانہ کے حجم کے مساوی ہے جس کے مستطیلی قاعدہ کا عرض منحرف قاعدہ کے عرض کے مساوی ہے اور طول منحرف قاعدہ کے متوازی اضلاع کے مجموعہ کے نصف کے مساوی ہے۔



فانہ $ا ب ج د ع ف$ پر غور کرو جس کا قاعدہ $ا ب ج د$ ایک شکل منحرف ہے۔

$ا د$ اور $ب ج$ کے نقاط تنصیف گ اور $ا$ میں سے
 $ا ب$ پر $ا د$ اور $ب ج$ عمود نکالو جو $د ج$ یا $د ج$ ممدودہ سے نقاط $ک$
 اور $ج$ پر ملیں۔

اع گ ع، د ع، ب ف، ا ف، ج ف کو ملاؤ۔
تب چونکہ مساوی قاعدوں اور مساوی ارتفاع کے مخروط ہائے مضلع کے حجم مساوی ہوتے ہیں۔
۱۳۹ دلفہ
∴ مخروط مضلع ع ا ا گ کا حجم = مخروط مضلع ع د د گ کا حجم
اور مخروط مضلع ف ب ب ا = مخروط مضلع ف ج ج ا
∴ فانہ ا ب ج د ع ف کا حجم = فانہ ا ب ج د ع ف کا حجم
اس لیے۔

منخرف نما قاعدہ کے فانہ کا حجم = $\frac{ع}{۲} (ل + ک)$ کعب اکائیاں
جہاں ل = منخرف نما قاعدہ کے متوازی اضلاع کے مجموعہ کے نصف
میں لکھا اکائیوں کی تعداد۔

۱۴۰۔ منخرف نما قاعدہ کے فانہ کے متعلق اس طرح
تصور کیا جاسکتا ہے کہ وہ مثلثی منشور کا ترجیحا مقطع
ہے یعنی منشور مثلثی کا ایسا حصہ ہے جو دو پائل سطحوں کے
درمیان ہوتا ہے۔

مثلاً فانہ ا ب ج د ع ف کو مثلثی
منشور گ ا ک ل م ن کا ترجیحا مقطع تصور کیا
جاسکتا ہے۔

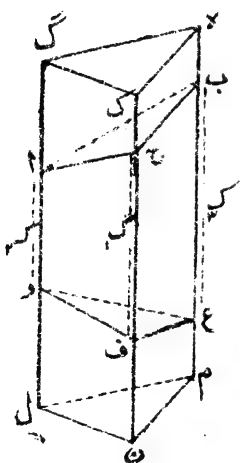
اگر فانہ ا ب ج د ع ف کے تین
متوازی کناروں کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے
لحاظ سے بالترتیب ک، ک، ک ہوں تو
ضابطہ :-

$$ح = \frac{ع}{۲} (ل + ک)$$

میں سب ذیل ائمہ راجات کر سکتے ہیں :-

$$ل = \frac{ک + ک}{۲}$$

$$ک = ک$$



اور مضابطہ اس طرح لکھا جاسکتا ہے :-

$$ح = ع ض \cdot \frac{ک_۱ + ک_۲ + ک_۳}{۳}$$

لیکن $\frac{ع ض}{۳} =$ فانہ کی عمودی تراش کا رقبہ

$ق =$ مربع اکائیوں

$$\therefore ح = ق \cdot \frac{ک_۱ + ک_۲ + ک_۳}{۳}$$

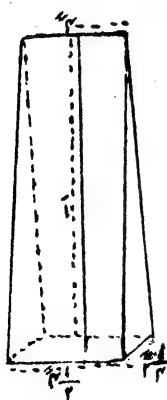
پس قاعدہ -

فانہ (یا مثلثی منشور کے ترچھے مقطع) کی عمودی تراش میں کی مربع اکائیوں کی تعداد کو متوازی کناروں کے اوسط طول میں کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو، تب اس حاصل ضرب سے حجم میں متناظر مکعب اکائیوں کی تعداد حاصل ہوگی۔
یا اختصاراً -

{ فانہ (یا مثلثی منشور کا ترچھا مقطع) کا حجم } = { متوازی کناروں کا اوسط طول } × { عمودی تراش کا رقبہ }

$$ح = ق \cdot \frac{ک_۱ + ک_۲ + ک_۳}{۳}$$

توضیحی مثالیں



۱۵۰۔ مثال ۱: - لوہے کے ایک ایسے فانہ کا وزن

معلوم کر دیجئے کہ قاعدہ کا طول اور عرض بالترتیب $\frac{۱}{۲}$ اور $\frac{۱}{۲}$ انچ، کنارہ کا طول $\frac{۱}{۲}$ انچ اور ارتفاع ۱۸ فٹ ہے جب کہ لوہے کا وزن ۷۷۸۸ اونس فی مکعب فٹ ہوتا ہے۔

فانہ کا حجم = $\frac{ع ض}{۶} (۲ + ۱ + ک)$ مکعب انچ دفعہ ۱۲۶

جہاں ض = $\frac{1}{2} \times 12 = 6$ ک = $\frac{1}{2} \times 12 = 6$ ک = ۲

∴ فائدہ کا حجم = $\frac{12 \times 2 \times \frac{1}{2}}{6} (2 + 2 + \frac{1}{2} \times 2)$ مکعب انچ

= $\frac{1}{2} \times 12 \times 2$ مکعب انچ

∴ فائدہ کا وزن = $\frac{4488 \times 12 \times \frac{1}{2}}{1472}$ اونس

= $\frac{21}{263}$ اونس

مثال ۲: ایک مثلی منشور کے رخوں کے عرض ۵ اور ۶ فٹ ہیں۔ ۶ فٹ والا رخ ۲۰ فٹ لمبا مستطیل ہے لیکن منشور کا دوسرا کنارہ صرف ۴ فٹ لمبا ہے۔ حجم معلوم کرو۔

منشور کا حجم = $\frac{1}{2} \times (ک + ک + ک) \times$ مکعب فٹ

جہاں ق = $\frac{1}{2} \times (6 - \frac{15}{2}) (5 - \frac{15}{2}) (6 - \frac{15}{2}) \times \frac{15}{2}$ فٹ

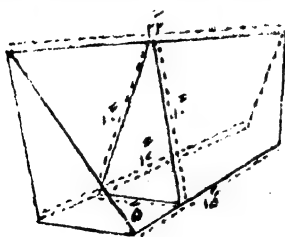
= $\frac{15}{2}$

ک = ۲۰ = ۲۰ = ۲۰ ک = ۱۴

∴ منشور کا حجم = $\frac{1}{2} \times (14 + 20 + 20) \times \frac{15}{2}$ مکعب فٹ

= ۱۸۸۵.۹ مکعب فٹ

مثال ۳: ایک فائدہ کی عرضی تراش ایسا مثلث مساوی الساقین ہے جس کی ساقیں قاعدہ



سے دو چند ہیں اور جس کا املاہ ۲۵ انچ ہے۔ نیز

قاعدہ کے تین متوازی کنارے بالترتیب ۱۵، ۱۲ اور ۲۲ انچ ہیں: اس کا حجم معلوم کرو۔

فرض کرو کہ لا انچ = عرضی تراش کا قاعدہ

تب لا + لا + لا = ۲۵

لا = ۵

$$\therefore \text{فاز کا حجم} = \frac{\text{ع} \times \text{ض} \times (\text{ل} + \text{ک})}{4} = \frac{۱۳۸ \times \dots \times \dots}{4}$$

$$\text{جہاں ض} = ۵'۴ = \left[۱۰ - \left(\frac{۵}{۳} \right)^2 \right] = \frac{۳۴۵}{۲} = \dots \text{دفعہ } ۱۶$$

$$\text{ل} = \frac{۱۵ + ۱۴}{۲} = \text{اور ک} = ۲۲$$

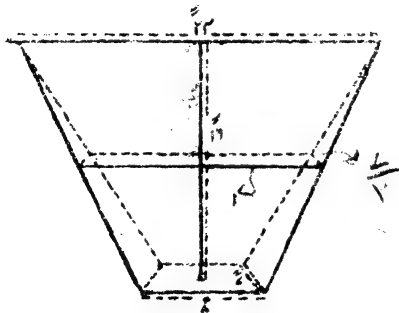
$$\therefore \text{فاز کا حجم} = \frac{۳۴۵ \times ۵ \times (۲۲ + ۱۶ \times ۲)}{۶ \times ۲} = \text{کعب انچ}$$

$$= \frac{۵ \times ۳۴۵ \times ۵۲}{۱۲} = \text{کعب انچ}$$

$$= ۳۵۵۴ \text{ کعب انچ}$$

مثال ۲: ایک فائے کا کنارہ ۲۴ انچ، قاعدہ کا طول ۸ انچ، عرض ۷ انچ اور ارتفاع

۱۶ انچ ہے۔ قاعدہ کے متوازی اور کنارہ کے وسط میں سے گزرنے والی ایک مستوی سطح کے ذریعہ فائے کو دو حصوں میں منقسم کیا گیا۔ ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو۔



$$\text{تمام فائے کا حجم} = \frac{\text{ع} \times \text{ض} \times (\text{ل} + \text{ک})}{4} = \text{کعب انچ}$$

$$\text{جہاں ض} = ۷'۴ = ۱۶ = \text{ک} = ۲۴ = \text{دفعہ } ۱۳۶$$

$$\therefore \text{پورے فائے کا حجم} = \frac{۱۳۶ \times ۷ \times (۲۴ + ۸ \times ۲)}{4} = \text{کعب انچ}$$

$$\text{مستوی سطح سے منقطع ہونے والے چھوٹے فائے کا حجم} = \frac{\text{ع} \times \text{ض} \times (\text{ل} + \text{ک})}{4} = \text{کعب انچ}$$

$$\text{جہاں ض} = ۷'۴ = ۱۶ = \text{ک} = ۲۴ = \text{دفعہ } ۲۳$$

$$\therefore \text{پھوٹے فانہ کا حجم} = \frac{۵۶ \times ۸ \times ۴}{۶ \times ۲} \text{ کعب انچ}$$

$$= \frac{۱۸۱}{۳} \text{ کعب انچ}$$

$$\therefore \text{پورے فانہ کے بقیہ حصہ کا حجم} = \frac{۲۸۵}{۳} \text{ کعب انچ}$$

مثال ۸: ایک ایسی پشتہ کمرہ کے درمیان سے سڑک کے لئے کٹائی کروانا مطلوب ہے

ہے جس کا ڈھال ایک طرف

۵ میں ۱ اور دوسری طرف ڈھال

۳ میں ۱ ہے پشتہ کمرہ کا اپنے ترین

نقطہ سطح تیاری سے ۱۰۰ فٹ

بلند ہے۔ سڑک کا عرض ۲۰ فٹ

اور کٹائی کے بازوؤں کا کنارہ

۲ میں ۱ ہے۔ بتاؤ کہ سڑک کی

تیاری کے لئے ۵ روپیہ

فی ... کعب فٹ سے کیا

لاگت ہوگی؟

جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے کٹائی ذیل کے ابعاد کا ایک فانہ معلوم ہوتی ہے:

$$\text{قاعدہ کا عرض} = \left(\frac{۱۰۰}{۳} + \frac{۱۰۰}{۵} \right) \text{ فٹ}$$

$$= \frac{۱۶۰}{۳} \text{ فٹ}$$

$$\text{قاعدہ کا طول} = ۲۰ \text{ فٹ}$$

$$\text{ارتفاع} = ۱۰۰ \text{ فٹ}$$

$$\text{کنارہ} = \left(\frac{۱۰۰}{۳} + \frac{۱۰۰}{۵} + ۲۰ \right) \text{ فٹ}$$

$$= ۱۲۰ \text{ فٹ}$$

$$\therefore \text{کٹائی کی کمی جسامت} = \frac{۱۶۰ \times ۲۰ \times ۱۰۰}{۶} \text{ کعب فٹ} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۳۴}$$

$$\text{جہاں ض} = \frac{۱۶۰}{۳} \text{ ع} = ۱۰۰ \text{ ل} = ۲۰ \text{ ک} = ۱۲۰$$

$$\text{اس لیے کٹائی کی لاگت} = \frac{۱۰۰ \times ۱۶۰}{۶ \times ۳} \times \frac{۵}{۱۰۰} \text{ روپے}$$

$$= ۱۱ \text{ روپے } ۱ \text{ آنہ } ۹ \text{ پائی}$$

امثلہ نمبری ۲۴

- ۱۔ ایک فائدہ کا کنارہ ۱۸ انچ، قاعدہ کا طول ۱۵ انچ، اور قاعدہ کا عرض ۹ انچ اور فائدہ کا ارتفاع ۱۴ انچ ہے: حجم معلوم کرو۔
- ۲۔ ایک فائدہ کا کنارہ ۲۰ فٹ ۹ انچ، قاعدہ کا طول ۳ فٹ اور قاعدہ کا عرض ۱ فٹ ۳ انچ اور فائدہ کا ارتفاع ۱ فٹ ۶ انچ ہے۔ حجم معلوم کرو۔
- ۳۔ ایک فائدہ کا کنارہ ۱ فٹ ۸ انچ اور کنارہ پر علی القوائم سطح سے فائدہ کی تراش کا رقبہ ۱ مربع فٹ ہے: حجم معلوم کرو اگر قاعدہ کا طول ۲ فٹ ہو۔
- ۴۔ کنارہ پر علی القوائم سطح سے ایک فائدہ کی تراش ۸ انچ ضلع کا مثلث مساوی الاضلاع ہے: حجم معلوم کرو اگر فائدہ کا کنارہ ۱۸ انچ اور قاعدہ کا طول ۲۱ انچ ہو۔
- ۵۔ ایک فائدہ کا قاعدہ ۱۲ انچ ضلع کا مربع ہے۔ فائدہ کا ارتفاع ۲۱ انچ اور کنارہ ۲۷ انچ ہے: حجم معلوم کرو۔
- ۶۔ ایک فائدہ ناخندہ قاعدہ کا عرض بالائی حصہ پر ۴ فٹ اور اس کا طول ۳ گز ہے۔ دہ پر کنارہ کا طول ۲۶ گز اور خندق کا عمق ۹ فٹ ہے: کھود کر نکالی ہوئی مٹی کا وزن معلوم کرو اگر اکعب فٹ مٹی کا وزن ۹۵ پونڈ ہو۔
- ۷۔ کسی منشور کے ایسے مقطوع کا حجم معلوم کرو جس کی عمودی تراش ۳ فٹ ضلع کا مثلث مساوی الاضلاع ہے اور جس کے تین متوازی کناروں کا مجموعہ ۱۲ فٹ ہے۔

سوالات امتحانات ۲۴

- ۱۔ ایک فائدہ کے کنارہ کا طول ۱۰ انچ، قاعدہ کا طول ۳ انچ اور اس کا عرض ۲ انچ اور فائدہ کا ارتفاع ۴ انچ ہے: اس کا حجم معلوم کرو۔
(جامعہ ممبئی۔ ڈپلوما آف اگریکلچر: دوسرا امتحان)
- ۲۔ ایک ایسے فائدہ کا حجم معلوم کرو جس کے قاعدہ کا طول اور عرض بالترتیب

۵۔ فٹ ۴ انچ اور ۹ انچ، کنارہ کا طول ۳ فٹ ۶ انچ اور ارتفاع ۲ فٹ ۴ انچ ہے۔ (جامعہ ممبئی - ڈپلوما آف آرکیٹیکچر: دوسرا امتحان)

۴۔ دوہری اہل سطح کی وضع کی ایک یکساں پشت کوہ میں سے نہر کے لیے ایک کٹائی بنوانا مطلوب ہے۔ نہر کی تر کی سطح سے پشت کوہ کے بلند ترین نقطہ کا ارتفاع ۱۶ میٹر ہے اور ڈھال ہر ایک طرف ۱:۱ ہے۔ نہر کی تہ کا عرض ۵ میٹر اور کناروں کا ہموار آثار ۲:۱ میں ۱ ہے۔ کھود کر نکالی ہوئی مٹی کی مجموعی مقدار معلوم کرو۔ (جامعہ ممبئی: ایل۔ سی۔ ای۔ دوسرا امتحان)

۴۔ فائدہ کا حجم معلوم کر نیکا ضابطہ لکھو۔

(جامعہ پنجاب: سیول انجینئرنگ کا پہلا امتحان)

۵۔ ایک فائدہ کا کنارہ ۱۵ انچ، قاعدہ کا طول ۲۴ انچ، عرض ۷ انچ ہے اور ارتفاع ۲۲ انچ ہے۔ کنارہ کے ایک سرے میں سے دوسرے سرے کے مثلثی رخ کے متوازی ایک سطح کے ذریعہ فائدہ کو ایک مخروطی مصلع اور ایک منشور میں منقسم کیا گیا۔ ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو۔

(جامعہ کلکتہ: امتحان ایف۔ ای)

۶۔ ایک اسطوانہ خابرتن جس کی بلندی ۱ فٹ اور جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے پانی سے بھرا ہوا ہے۔ ایک فائدہ کو جس کا کنارہ ۷ انچ قاعدہ کا طول ۵ انچ اور عرض ۲ انچ ہے اور جس کا ارتفاع ۶ انچ ہے آہستہ آہستہ پانی کے اندر اس طرح ڈبوایا گیا ہے کہ زائد پانی برتن میں سے بہ جا رہے اور پھر فائدہ کو پانی سے باہر نکال لیا گیا۔ بتاؤ کہ اب برتن میں کتنی بلندی تک پانی رہیگا؟

(سب پورا انجینیر ڈیپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۷۔ ایک فائدہ کا کنارہ ۲۱ انچ، قاعدہ کا طول ۲۷ انچ اور کنارہ پر علی القوام سطح سے فائدہ کی تراش کا رقبہ ۱۶۰ مربع انچ ہے۔ حجم معلوم کرو۔

(سب پورا انجینیر ڈیپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۸۔ ایک فائدہ کا کنارہ ۲۱ انچ، قاعدہ کا طول ۱۵ انچ اور عرض ۹ انچ اور فائدہ کا ارتفاع ۶ انچ ہے۔ قاعدہ کے متوازی سطحوں کے ذریعہ فائدہ کو مساوی بلندیوں

- کے تین حصوں میں منقسم کیا گیا۔ ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو۔
(سب پورا پورے ڈیپارٹمنٹ : امتحان ماہانہ)
- ۹۔ ایک فائدہ کا کنارہ ۹ فٹ، قاعدہ کا طول ۶ فٹ اور عرض ۴ فٹ اور فائدہ کا ارتفاع $\frac{1}{2}$ فٹ : حجم معلوم کرو۔ (سٹرکچرل انجینیر : داخلہ)
- ۱۰۔ ایک فائدہ کا کنارہ ۲۵ انچ اور قاعدہ کا طول ۲۲ انچ ہے اور کنارہ پر علی القیوم سطح سے فائدہ کی تراش ۱۰ انچ ضلع کا مثلث مساوی الاضلاع ہے : حجم معلوم کرو۔ (سٹرکچرل انجینیر : داخلہ)
- ۱۱۔ ا، ب، ج، د، ع، ف، گ، ہ کا ایک کعب فٹ لکڑی کے انتصابی کنارے اور ا، ب، ج، د، ع، ف، گ، ہ کے متوازی الافق ٹیخ ہیں۔ ا، ب میں ا سے، ا، ج کے فاصلہ پر ایک نقطہ اور ا، د میں ا سے ۵ انچ کے فاصلہ پر ایک نقطہ لیے گئے۔ کعب کا ایک حصہ م، ف، گ میں سے گزرنے والی مستوی سطح سے اور پھر اس کا ایک دوسرا حصہ ن، گ میں سے گزرنے والی مستوی سطح سے کاٹ لیا گیا۔ ان تین حصوں کے حجم معلوم کرو جن میں وہ کعب اس طرح منقسم ہو جاتا ہے۔ (اسٹاف کالج)

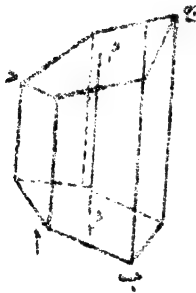
مثلثی منشور کا مقطوع

- ۱۲۔ ایک منشور کا قاعدہ ۴ انچ ضلع کا ایک مثلث مساوی الاضلاع ہے : اس مجسمہ کا حجم معلوم کرو اور اس منشور کا ایک ٹکڑا اس طرح کاٹ لینے سے حاصل ہوتا ہے کہ اس کے متوازی کناروں کا مجموعہ ۲۲ انچ ہو۔
(سب پورا پورے ڈیپارٹمنٹ : امتحان ماہانہ)
- ۱۳۔ ایک فائدہ کا قاعدہ ۱۵ انچ ضلع کا مربع ہے۔ کنارہ ۲۴ انچ اور فائدہ کا ارتفاع ۲۴ انچ ہے : حجم معلوم کرو۔
(سٹرکچرل انجینیر : فائنل)

باب بست و پنجم

قائم منتظم منشور کے ترچھے مقطع اور قائم مستدیر
اسطوانہ کے ترچھے مقطع

۱۵۱۔ منشور کے ترچھے مقطع سے منشور کا دو حصہ مراد ہے جو ایک دوسرے سے زاویہ بنانے والی مستوی سطحوں کے درمیان واقع ہوتا ہے۔



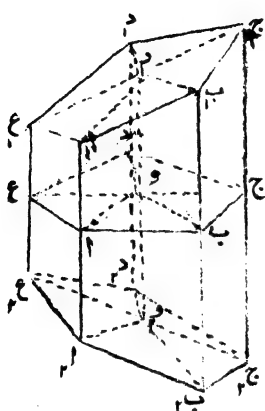
منشور کے ترچھے مقطع کے طول سے منشور کے محور کا دو حصہ مراد ہے جو دونوں بال سطحوں کے درمیان ہوتا ہے۔

پس و و ترچھے مقطع ا ب ج د کا طول ہے۔

مسئلہ ۳

۱۵۲۔ قائم منتظم منشور کے ترچھے مقطع کا حجم معلوم کرنا جب کہ اس کی عمودی تراش کا سر شہا اور اس کا طول دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ع ا ب ج قائم منتظم منشور کا ایک ترچھا مقطع ہے



اور اُس کی عمودی تراش اب ج د ع کا
ناپ کسی مربع اکائی کے لحاظ سے ق
اور اُس کے طول و دہ کا ناپ متناظر
طولی اکائی کے لحاظ سے ل ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ ع ل ج
کا حجم ق اور ل کی رقوم میں دریافت
کیا جائے۔

فرض کرو کہ ا، ب، ب،
ج، ج، د، د، ع، ع کے ناپ اسی
طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ل،
ل، ل، ل، ل، ل ہیں۔

اب جیسا کہ ظاہر ہے تمام مقطع کو پانچ مثلثی حصوں و، ا، ب، و، ب، ج،
و، ج، د، و، د، ع، و، ع، ا میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ اور ان میں سے
ہر ایک مقطع کی عمودی تراش ایک ایسا مثلث ہے جو منظم خمس اب ج د ع
کا پانچواں حصہ ہے اور اس لیے اس کا ناپ $\frac{ق}{۵}$ مربع اکائیاں ہے۔
اس لیے اگر۔

ان پانچ مثلثی حصوں کے مجموعوں میں متناظر کعب اکائیوں کی تعداد ہو تو۔

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{ل + ل + ل}{۳} \times \frac{ق}{۵} = ج \\ \frac{ل + ل + ل}{۳} \times \frac{ق}{۵} = ج \\ \frac{ل + ل + ل}{۳} \times \frac{ق}{۵} = ج \\ \frac{ل + ل + ل}{۳} \times \frac{ق}{۵} = ج \\ \frac{ل + ل + ل}{۳} \times \frac{ق}{۵} = ج \\ \frac{ل + ل + ل}{۳} \times \frac{ق}{۵} = ج \end{array} \right.$$

اور تمام مقطوع کا حجم = $(ح + ح + ح + ح + ح) \times$ کعب اکائیاں

ق = $\frac{4(ل + ل + ل + ل + ل) + 5(ل + ل + ل + ل + ل)}{2} \times$ کعب اکائیاں

لیکن ل بدیہاً ل، ل، ل، ل، ل کا اوسط ہے یعنی۔

$$J_5 = J_4 + J_3 + J_2 + J_1 + J_0$$

$$\therefore \text{پورے مقطع کا حجم} = \frac{Q}{5} \left(\frac{5 + 5 \times 2}{3} \right) \text{ مکعب اکائیوں}$$

= قیام کعب اکائیاں

پس قاعدہ

قائم منظم منشور کے ترچھے مقطع کی عمودی تراش میں کسی مربع اکائی کی تعداد کو اُس کے طول میں کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو تب اس حاصل ضرب سے اُس کے حجم میں کی متناظر مکعب اکائیوں کی تعداد حاصل ہوگی۔

یا اختصاراً


قائم منظم منشور کے
 { = عمودی تراش کا طول
 ترچھے مقطع کا حجم

ح = ق

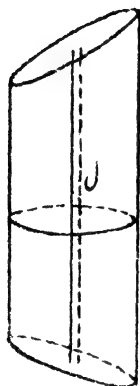
صورتِ خاص

۱۵۳۔ قائم مستدیر اسطوانہ کا ترجیباں مقطوع

اُسطوانہ کی تعریف میں بتایا جا چکا ہے کہ وہ منشور کی انتہائی صورت ہے (صفحہ ۱۲۵)۔ اسی طرح، اُسطوانہ کے ترچھے مقطع کے متعلق کہا جا سکتا ہے کہ وہ منشور کے ترچھے مقطع کی انتہائی صورت ہے۔



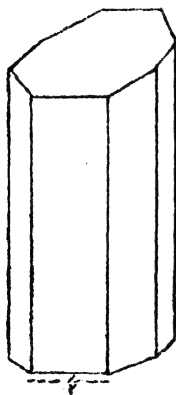
اس لیے مضابطہ —



ح = ق ل
سے قائم مستدیر اسطوانہ کے ترچھے مقطع
کے حجم کا بھی تعین ہو گا جہاں ق مقطع
کی عمودی تراش میں کسی مربع اکائیوں
کی تعداد اور ل اُس کے طول میں
متناظر طولی اکائیوں کی تعداد ہے۔

اگر عمودی تراش کے نصف قطر میں رطوبی اکائیاں ہوں تو اس ضابطہ کو اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

توضیح مشالیں



مثال ۱: ایک قائم مشور کا قاعدہ ۲ فٹ
منبع کا ایک منتظم شمشن ہے۔ اس مشور کا
کچھ حصہ اس طرح کاٹ کر ایک مقطوع حاصل
کیا گیا کہ آٹھ متوازی کناروں کا مجموعہ
۶۳ فٹ ہے۔ مقطوع کا حجم معلوم کرو۔

مقطوع کا حجم = ق ل مکعب فٹ ... دفعہ ۱۵۲

جہاں $x = (n+1)x^2x^3 = \dots$ وہ ۴۵

$$152 \dots \dots \dots = \frac{12}{8} = 1$$

∴ مقطع کا حجم = $۶۳ (۱ + ۲۱) =$ مکعب فٹ

$$= ۵۳۶.۵۰۹ \text{ مکعب فٹ}$$

مثال ۲: ایک قائم مستدیر اسطوانہ

کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ فٹ ۶ انچ ہے:

اس اسطوانہ کے مقطع کا حجم معلوم کرو اگر مقطع

کا طول ۳ فٹ ۶ انچ ہو۔

مقطع کا حجم = $۱۱۱۱ \frac{۱}{۲}$ مکعب فٹ ... دہو ۱۵۳

جہاں $۱۱۱۱ \frac{۱}{۲} = ۱۱۱۱ \frac{۱}{۲}$ دہو ۱۵۳

$$۱۱۱۱ \frac{۱}{۲} = ۱۱۱۱ \frac{۱}{۲}$$

∴ مقطع کا حجم = $۱۱۱۱ \frac{۱}{۲} \times ۱۱۱۱ \frac{۱}{۲} \times ۱۱۱۱ \frac{۱}{۲}$ مکعب فٹ

$$= ۱۱۱۱ \frac{۱}{۲} \times ۱۱۱۱ \frac{۱}{۲} \times ۱۱۱۱ \frac{۱}{۲}$$

مثال ۳: ایک قائم مستدیر منشور کا کچھ حصہ زمین میں دھنسا ہوا ہے اور اس مقام

پر سطح زمین کا ڈھال ۵۴° ہے۔

منشور اس طرح دھنسا ہوا ہے کہ

اس کا ایک رخ ڈھال کے قدم کے

متوازی اور اس سے دو فٹ

کے فاصلہ پر ہے: اگر منشور کا

اعمال ۱۲ فٹ ہو تو زمین میں دھنسنے

ہوئے حصہ کا حجم معلوم کرو۔

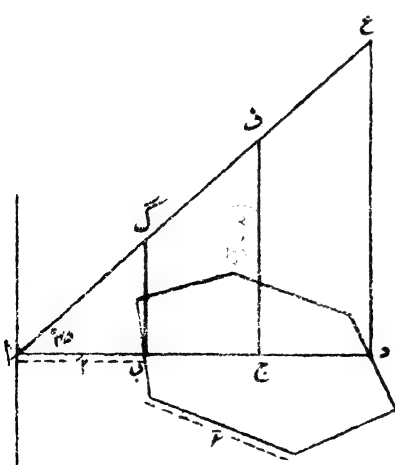
فرض کرو کہ دب دھگ

منشور کے دھنسنے ہوئے حصہ کی

انتصابی وسطی تراش ہے جو ڈھال

کے قدم پر علی القوائم مستوی سطح

سے بنتی ہے۔



تب -

ج ف = اب + با ج اقلیدس مقالہ اول شکل ۶

لیکن اب = ۲ فٹ

اور با ج = سیدس کا ضلع $\times \frac{۳۱}{۲}$ دفعہ ۱

$$= \frac{۳۱}{۲} \times \frac{۱۶}{۲} \text{ فٹ}$$

$$= ۳۱۶ \text{ فٹ}$$

$$\therefore \text{ج ف} = (۳۱۶ + ۲) \text{ فٹ}$$

اس لیے دھننے ہوئے حصہ کا حجم = { ق م \times ل کعب فٹ دفعہ ۱۵۲

$$\text{جہاں ق} = \frac{۳۱۶ \times ۲ \times ۳}{۲} = ۳۱۶ + ۲ = \text{ل}$$

اس لیے دھننے ہوئے حصہ کا حجم = $۳۱۶ \times ۲ \times (۳۱۶ + ۲)$ کعب فٹ

$$= ۳۱۶ \times ۲ \times ۳۱۸ \text{ کعب فٹ}$$

$$= ۳۸۵۶۸۳۲ \text{ کعب فٹ}$$

امثلہ نمبری ۲۵

(فرض کرو کہ $\frac{۱۲}{۲} = ۳$)

۱۔ ایک قائم منشور کا قاعدہ ۲ فٹ ضلع کا ایک منظم مستطی ہے۔ اس منشور کا ایک حصہ کاٹ کر ایک مقطوع حاصل کیا گیا اس طرح کہ چھ متوازی کناروں کا مجموعہ ۵ فٹ ہے۔ مقطوع کا حجم معلوم کرو۔

۲۔ ایک قائم منشور کا قاعدہ ۱ فٹ ضلع کا ایک منظم مثلث ہے؛ اس منشور کا کچھ حصہ کاٹ کر ایک مقطوع حاصل کیا گیا اس طرح کہ آٹھ متوازی کناروں کا مجموعہ ۵۶ فٹ ہے۔ مقطوع کا حجم معلوم کرو۔

۳۔ ایک منشور کی عمودی تراش ۱ انچ ضلع کی ایک منظم بارہ ضلعی شکل ہے۔

اس منشور کا کچھ حصہ کاٹ کر ایک منقطع حاصل کیا گیا اس طرح کہ بارہ متوازی کناروں کا مجموعہ ۷ فٹ ہے۔ منقطع کا حجم معلوم کرو۔

۴۔ ایک منشور کی عمودی تراش آفٹ ضلع کی ایک منظم نو ضلعی شکل ہے۔ اس منشور کا کچھ حصہ کاٹ کر ایک منقطع حاصل کیا گیا اس طرح کہ نو متوازی کناروں کا مجموعہ ۲۵ فٹ ہے۔ منقطع کا حجم معلوم کرو۔

۵۔ ایک قائم مستطی اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف منظم ۹ فٹ ۶ انچ ہے: اسطوانہ کے اس منقطع کا حجم معلوم کرو جس کا طول ۵ فٹ ۶ انچ ہو۔

۶۔ ایک قائم مستطی اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۳ فٹ ۳ انچ ہے: اس اسطوانہ کے ایک منقطع کا حجم معلوم کرو اگر منقطع کا طول ۱۰ فٹ ۸ انچ ہو۔

سوالات امتحانات ۲۵

آء علیہ

۱۔ پتھر کا ایک مشن نما منشور گھاس کی ایک ایسی اٹل سطح کے پایہ کے پاس استعارہ سے جو آفٹ کے ساتھ ۷۴° کا زاویہ بناتی ہے۔ اٹھال اور آفٹ زمین کے قطع کر نیکاط منشور کے ایک رخ کے متوازی ہے اور اس سے آفٹ آگے واقع ہے۔ اگر منشور کی بلندی ۸ فٹ اور اساط ۱۲ فٹ ہو تو پتھر کا اس کے حجم کا کونسا تناسب اٹل سطح کے اوپر واقع ہے؟

(ڈرکی انجینیر: د اضملا)

۲۔ اگر اکب فٹ سنگ مرمر کا وزن ۱۶ء ۲ اونس ہو تو سنگ مرمر کے ایک ایسے ستون کا وزن معلوم کرو جو منقطع اسطوانہ کی وضع کا ہے اور جس کے غلط اور اصغر کنارے بالترتیب ۳ فٹ ۹ انچ اور ۱۱ فٹ ۱ انچ ہیں اور جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۳ انچ ہے۔ (مشرشرکی انجینیر: د اضملا)

۳۔ ایک مربع مخروط منقطع میں جس کی بلندی قاعدہ کے ضلع کے مساوی ہے قعر سے ایک تہائی بلندی پر قاعدہ کی مستوی سطح اور دو رخوں کے متوازی ایک مستطی سورخ بنایا گیا: خارج شدہ مادہ کی مقدار معلوم کرو۔ قاعدہ کا طول

۹ فٹ اور سورخ کا نصف قطر انٹ ہے۔

(دڑکی اپر سب آرڈینیٹ : د ا خ ل ہ)

۴ - ۲ ایچ کنارے والے لکڑی کے کعب میں $\frac{1}{4}$ ایچ قطر کا برا اس طرح کیا گیا کہ برما ایک رخ کے وسط سے داخل ہو کر متصل رخ کے وسط سے خارج ہوتا ہے : خارج شدہ لکڑی کا حجم معلوم کرو۔

(دڑکی انجینیر : فائینل)

۵ - ایک قائم مستطیل اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۶ ایچ ہے :

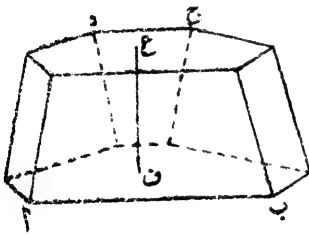
اسطوانہ کے مقطوع کا حجم معلوم کرو اگر مقطوع کا طول ۵ فٹ ۹ ایچ ہے۔

(دڑکی انجینیر : د ا خ ل ہ)

باب بست و ششم

منشور نما۔ فائزہ کا مقطع۔ مضلع مخروط کا مقطع اور مخروط کا مقطع

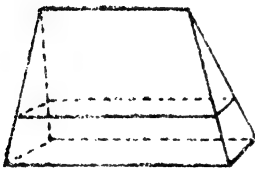
۱۵۵۔ منشور نما ایک ایسا مجسم ہے جس کے سرے دو مستقیم الخطوط اشکال ہیں جن میں اضلاع کی تعداد مساوی ہے اور یہ



اشکال متوازی سطحوں میں واقع ہیں اور اس کے طرئی لوح اشکال منحرف ہیں۔

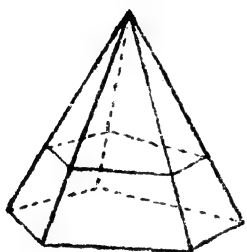
منشور نما کے سرے کے درمیان عمودی فاصلہ کو منشور نما کا اس ارتفاع کہتے ہیں۔

پس ع ف منشور نما ابجد کا ارتفاع ہے۔

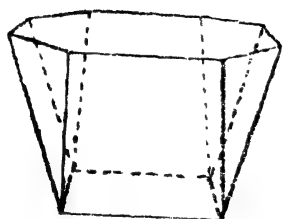


جب منشور نما کے سرے مستطیل ہوتے ہیں تو وہ فائزہ کا مقطع بن جاتا ہے۔ یعنی فائزہ کا ایسا حصہ جو قاعدہ اور قاعدہ کے متوازی ایک مستوی سطح کے درمیان واقع ہوتا ہے۔

منشور نما کے سرے جب متشابه خطی اشکال ہوتے ہیں تو

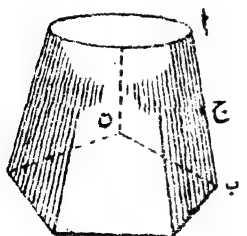


منشور نما مضلع مخروط کا مقطع بن جاتا ہے۔ یعنی مخروط مضلع کا ایسا حصہ جو قاعدہ اور قاعدہ کے متوازی مستوی سطح کے درمیان واقع ہو رہا ہے۔



۱۵۶۔ منشور نما کی تعریف میں اس قدر توسیع کی جا سکتی ہے کہ اس کا اس صورت پر بھی اطلاق ہو جب کہ چھوٹے سروں کے غائب ہو جانے کی وجہ سے منحرف بنا رخوں میں سے چند مثلث بن جائیں جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے۔

۱۵۷۔ منشور نما کی تعریف میں اور اس قدر توسیع کی جا سکتی ہے کہ اس میں وہ صورت بھی شامل ہو جائے جب کہ سرے متوازی سطحوں میں واقع ہونے والی کوئی دو اشکال ہوں اور اس کے رخ سیدھے ہوں جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے۔



رخ سیدھے ہونے کا مطلب یہ ہے کہ ان کی سطح پر کسی نقطہ میں سے ایک خط مستقیم اس طرح کھینچا جاسکے کہ ایک سرے سے دوسرے سرے تک سطح پر لگتی رہے۔

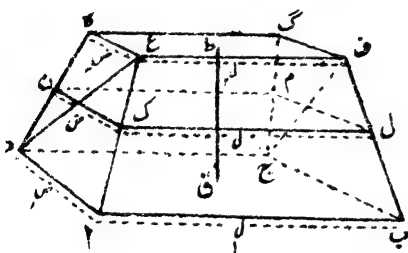
مثلاً منشور نما کے رخ پر کے نقطہ ج سے ایک ایسا خط

مستقیم اب کھینچنا ممکن ہے جو منشور ناما کی سطح پر ایک سرے سے دوسرے سرے تک منطبق رہے۔
خزائے آب، ریلوے کٹائی، اور تالابوں کے کٹے اکثر اوقات منشور ناما کی وضع کے ہوتے ہیں۔

۱۵۸۔ منشور ناما کے حجم کے لئے ضابطہ ثابت کرنے میں ہم صرف مقطوع فانہ کی صورت خاص پر غور کریں گے کیونکہ عام سے عام صورت کا ثبوت طویل ہونے کے علاوہ اس کتاب کے لئے بہت پیچیدہ ہو جائیگا۔

مسئلہ ۳۸

۱۵۹۔ منشور ناما (مقطوع فانہ) کا حجم معلوم کرنا جب کہ اس کا ارتفاع، دونوں سروں کے رقبے، اور سروں کے متوازی اس کی وسطی تراش کا رقبہ دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ
اب گ کا ایک منشور ناما
ہے اور اس کے ارتفاع
ط ق کا ناپ کسی طویل
اکائی کے لحاظ سے ہے۔
نیز فرض کرو کہ سروں اب ج د
اور ع ف گ کا اور وسطی
تراش ک ل م ن کے
ناپ رقبہ کی تناظر اکائی کے
لحاظ سے بالترتیب ق، ق، ق اور ق ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ اب گ کا حجم 'ع' ق، ق، ق اور ق کی
رقوم میں دریافت کیا جائے۔

ع ف اور د ج میں سے گزرنے والی سطح کے ذریعہ نشر نما
 کو دو قانون اب ج د ع ف اور ع ف گ ل ج د میں منقسم کرو۔
 فرض کرو کہ اب، ع، ف، گ، ل، ا، د، ع، گ اور گ ن
 کے ناپ اسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ل، ل، ل، ل، ل، ل، ل، ل، ل
 ہیں۔

فرض کرو کہ قانون اب ج د ع ف اور ع ف گ ل ج د
 کے ناپ متناظر کعب اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ح، اور ح، ہیں۔
 تب۔

$$ح = \frac{ع}{۴} (ل_۱ + ل_۲) \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۳۶}$$

$$ح = \frac{ع}{۴} (ل_۱ + ل_۲) \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۳۶ اور}$$

$$\therefore ح = ح + ح = \frac{ع}{۴} (ل_۱ + ل_۲ + ل_۱ + ل_۲ + ل_۱ + ل_۲ + ل_۱ + ل_۲)$$

$$= \frac{ع}{۴} (ل_۱ + ل_۲ + ل_۱ + ل_۲ + ل_۱ + ل_۲ + ل_۱ + ل_۲)$$

$$= \frac{ع}{۴} (ل_۱ + ل_۲ + ل_۱ + ل_۲ + ل_۱ + ل_۲ + ل_۱ + ل_۲)$$

$$= \frac{ع}{۴} (ل_۱ + ل_۲ + ل_۱ + ل_۲ + ل_۱ + ل_۲ + ل_۱ + ل_۲)$$

$$= \frac{ع}{۴} (۴ ق + ق + ق + ق)$$

پس قاعدہ —

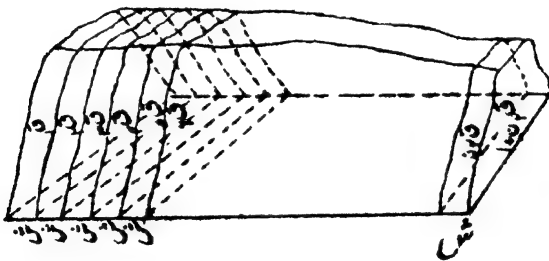
منشور نما کے سروں میں کسی کسی مربع اکائیوں کی تعداد
 میں سروں کے متوازی اور ان کی وسطی تراش میں کی ان ہی مربع
 اکائیوں کی تعداد کا چار گنا جمع کرو۔ پھر اس مجموعہ کو اس کے ارتفاع
 میں کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو تب اس

حاصل ضرب کا چھٹا حصہ متناظر مکعب اکائیوں میں منشور ناما کے حجم کو تعبیر کر دینگا۔
یا اختصاراً —

منشور ناما کا حجم = $\frac{1}{4}$ (سروں کے قیوں کا مجموعہ \times سطحی تراش کا رقبہ)

$$ح = \frac{ع}{4} (ق + ق + ق + ق)$$

۱۶۰۔ منشور ناما کے ضابطہ کا اطلاق کر کے ہم کسی ایسی شکل کا حجم تقریباً معلوم کر سکتے ہیں جس کے دو مقابل سرے متوازی سطحوں میں واقع ہوتے ہیں لیکن حقیقتاً منشور ناما نہیں ہوتے۔ مثلاً سالاہوں کے کٹے اور ریلوے کٹائیاں جہاں زمین کی سطح کلیتہً سطح نہیں ہوتی۔ کیونکہ اگر کٹے کو سروں کی متوازی سطحوں سے کسی تعداد کے مساوی حصص میں تقسیم کیا جائے (دیکھو شکل) تو کوئی سی دو متبادل



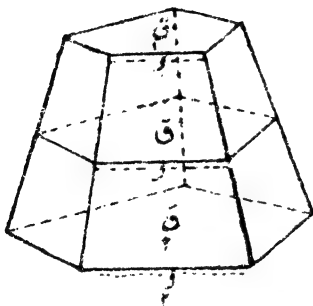
سطحوں (یعنی ایک مستوی سطح چھوڑ کر) کی درمیانی زمین کو ایک منشور ناما تصور کیا جاسکتا ہے اور درمیانی مستوی سطح سے عمودی تراش کو منشور ناما کی عرضی تراش مانا جاسکتا ہے۔

اس لئے اس کا حجم ذیل کے ضابطہ سے علمدہ معلوم کیا جاسکتا ہے۔

سے نہیں کی جاسکتی۔ صرف اتنا کہنا کافی ہوگا کہ ایسے مجسمات منشور نمائی
مجسمات کہلاتے ہیں۔ اور ان میں دیگر مجسمات کے علاوہ کرہ، قطعہ کرہ
اور منقطعہ کرہ چپا کرہ نما اور لمبوتر کرہ نما بھی شامل ہیں۔

خاص صورتیں

۱۶۲ (۱) مخروط مضلع کا مقطوع۔



اس صورت میں دونوں سر
اور وسطی تراش متشابہ شکلیں ہوتی ہیں۔
(دفعہ ۱۵۵)

اب اگر بالائی سرے سے اور
وسطی تراش کے متناظر اضلاع کے باپ
ایک ہی طوی اکائی کے لحاظ سے
بالترتیب $ل$ ، $ل$ اور $ل$ ہوں تو۔

$$ق : ق : ق = ل : ل : ل \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۰۴}$$

$$۲ : ۱ : ۱ = ل : ل : ل$$

لیکن $ل + ل = ۲$

$$۲ : ۱ : ۱ = ل + ل : ل : ل$$

اور مربع لینے سے $۲ ق = ق + ق + ل + ل$
اب تمام فنور نماؤں کے لیے۔

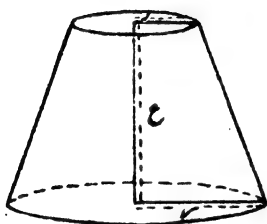
$$ح = \frac{ع}{۲} (ق + ق + ل + ل) \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۶۱}$$

اس لیے مخروط مضلع کے مقطوع کے لیے۔

$$ح = \frac{ع}{۴} \{ (ق_۱ + ق_۲) + (ق_۱ + ق_۲) + (ق_۱ + ق_۲) + (ق_۱ + ق_۲) \}$$

$$= \frac{ع}{۴} (ق_۱ + ق_۲ + ق_۱ + ق_۲ + ق_۱ + ق_۲ + ق_۱ + ق_۲)$$

$$= \frac{ع}{۳} (ق_۱ + ق_۲ + ق_۱ + ق_۲)$$



(۲) مخروط کا مقطع

مخروط کی تعریف اس طرح کی گئی تھی کہ وہ مخروط مضلع کی انتہائی صورت ہے (صفحہ ۱۳۷)۔

اسی طرح مخروط کے مقطع کے متعلق کہا جاسکتا ہے کہ وہ مخروط مضلع کے مقطع کی انتہائی صورت ہوتی ہے۔ پس ضابطہ۔

$$ح = \frac{ع}{۴} (ق_۱ + ق_۲ + ق_۱ + ق_۲)$$

سے مخروط کے مقطع کا حجم دریافت ہو سکتا ہے۔

قائم مستدیر مخروط کی صورت میں ذیل کے اندراجات کرنے سے یہ ضابطہ مختصر صورت میں لکھا جاسکتا ہے:-

$$ق_۱ = ر_۱ \pi \quad ق_۲ = ر_۲ \pi$$

جہاں $ر_۱$ و $ر_۲$ بالترتیب ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے مقطع کے بڑے اور چھوٹے سروں کے نصف قطر ہیں (دیکھو شکل)۔ اس لیے قائم مستدیر مخروط کے لیے۔

$$ح = \frac{ع}{۳} (\pi ر_۱^۲ + \pi ر_۲^۲ + \pi ر_۱ ر_۲)$$

$$= \frac{ع \pi}{۳} (ر_۱^۲ + ر_۲^۲ + ر_۱ ر_۲)$$

نوٹ : مستطیلی مجہات، متوازی السطوح، منشور، اسطوانے، مخروط، معنلع، مخروط اور فائے یہ تمام مجہات منشور نما کی خاص صورتیں تصور کی جاسکتی ہیں۔ اور ہر صورت کے خاص شرائط کو مد نظر رکھ کر ان کے مجموعوں کے ضوابط ذیل کے ضوابط کی مدد سے آسانی اخذ کیے جاسکتے ہیں۔

$$\frac{ع}{۴} = ح \quad (ق + ق + ق + ق + ق)$$

مثلاً فائے کی صورت میں —

$$ق = ض ل$$

$$ق = ق$$

$$ق = \frac{ل + ک}{۲} \times \frac{ض}{۲}$$

$$\therefore \frac{ع}{۴} = ح \quad (ض ل + ۴ \times \frac{ل + ک}{۲} \times \frac{ض}{۲})$$

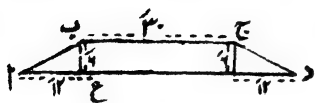
$$\frac{ع}{۴} (۲ ل + ک) = ح \quad \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۳۶}$$

توضیحی مثالیں

منشور نما

۱۶۳ —

مثال ۱: ایک ایسے پستقہ کا حجم معلوم کرو جس کا طول ۴۰ فٹ، سروں پر پلندی بالترتیب ۶ فٹ اور ۴ فٹ، بازو کے ڈھال ۲:۱ اور کل بالائی حصہ کا عرض ۳۰ فٹ ہے اور سرے انتصا بآہیں



ضمن کرو کہ اب ج د سے کٹتہ

کا ۶ فٹ والا سرے تعبیر ہوتا ہے

$$تب ب ج = ۳۰ \text{ فٹ اور ب ع} = ۶ \text{ فٹ}$$

اس لیے چونکہ بازو کے ڈھال کا تناسب ۲:۱ ہے

$$1 د = (12 \times 2 + 30) \text{ فٹ}$$

$52 \text{ فٹ} =$
اسی طرح ہم معلوم کر سکتے ہیں کہ۔

$$م \text{ فٹ والے سرے کی تہ پر } (8 \times 2 + 30) = \text{ فٹ}$$

پشتہ کا عرض

$$26 \text{ فٹ} =$$

$$\therefore \text{پشتہ کا حجم} = \frac{1}{6} (ق_1 + ق_2 + ق_3) \times \text{کعب فٹ} \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$300 = ع$$

$$ق_1 = \frac{52 + 30}{2} \times 4 = 152 \dots \dots \dots \text{دفعہ ۳۹}$$

$$ق_2 = \frac{26 + 30}{2} \times 2 = 152 \dots \dots \dots \text{دفعہ ۳۹}$$

$$ق_3 = \frac{26 + 52}{2} \times \frac{26 + 4}{2} = 200 \dots \dots \dots \text{دفعہ ۳۹}$$

$$\therefore \text{پشتہ کا حجم} = \frac{200}{6} (152 + 152 + 200) \times \text{کعب فٹ}$$

$$= 80266.66 \text{ کعب فٹ}$$

مثال ۷: ایک ایسی موری کی گنجائش معلوم کرو جس کا طول ۱۰۰ فٹ اور جس کے عمق آغاز پر درمیان میں اور اختتام کے مقام پر بالترتیب ۳ م اور ۵ فٹ ہیں۔ نیز بازو کے ڈھال ۱:۲ اور تہ پر عرض ۴ فٹ ہے۔

چونکہ درمیل کی گہرائی ۴ فٹ، دونوں سروں کی گہرائیوں ۳ فٹ اور ۵ فٹ

کا اوسط ہے اس لئے موری کو ایسا منشور تصور کر سکتے ہیں جس کے متوازی سرے اور وسطی تراش ایسی اشکال منحرف ہیں جن کے رتبے $ق_1$ ، $ق_2$ اور $ق_3$ مربع فٹ آسانی کے ساتھ دریافت کیے جاسکتے ہیں۔

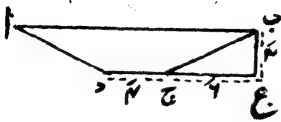


ق معلوم کرنے کے لیے

فرض کر دو کہ اب ج د ایسے منحرف نما سرے کو تعبیر کرتا ہے جس کا

رقبہ = ق مربع فٹ

دج محدودہ پر ب ع عمود نکالو۔
چونکہ ب ج کا ڈھال ۱: ۲ ہے۔
∴ ج ع = ۲ × ب ع = ۶ فٹ



اس لیے اب = (۱۲ + ۲) فٹ = ۱۴ فٹ

اور ق = $\frac{۲+۱۲}{۲} \times ۳۹$ دفعہ ۳۹

(۱۲)

اسی طرح ہم معلوم کر سکتے ہیں کہ۔

ق = ۴۰

ق = ۳۸

∴ موری کا حجم = $\frac{۱}{۶} (ق_۱ + ق_۲ + ق_۳)$ مکعب فٹ . . . دفعہ ۱۶۱

جہاں ع = ۱۰۰

ق = ۳۰

ق = ۴۰

ق = ۳۸

اس لیے موری کا حجم = $\frac{۱}{۶} (۱۹۲ + ۴۰ + ۳۰)$ مکعب فٹ

= ۸۶۶ ۲/۳ مکعب فٹ

مثال ۳: ایک حوض کے بازو بالائی حصہ پر ۳۰ اور ۲۰ فٹ اور پتھر پر ۱۲ اور ۸ فٹ اور اس کا عمق ۸ فٹ ہے۔ ایک ایسے ٹل کے ذریعہ حوض ۳ گھنٹوں میں خالی کیا جاسکتا ہے جس میں سے پانی ۴ فٹ فی ثانیہ کی یکساں رفتار کے ساتھ بہتا ہے۔ ٹل کا قطر معلوم کرو۔

حوض کی گنجائش = $\frac{۱}{۶} (ق_۱ + ق_۲ + ق_۳)$ مکعب فٹ دفعہ ۱۶۱

جہاں $ع = ۸$

ق = $۲۰ \times ۳۰ = ۶۰۰$ دفتہ ۸

ق = $۸ \times ۱۲ = ۹۶$ دفتہ ۸

ق = $\frac{۸+۲۰}{۲} \times \frac{۱۲+۳۰}{۲} = ۲۹۴$ دفتہ ۸

∴ حوض کی گنجائش = $\frac{۱۱۷۶+۹۶+۶۰۰}{۲}$

کعبہ فٹ

= ۲۲۹۶ کعبہ فٹ

فرض کرو کہ رائج = نل کا نصف قطر

تب π مربع رائج = نل کی عمودی تراش

..... دفتہ ۷

اور $\frac{\pi \times ۲۲}{۱۲۳} = \frac{\pi \times ۲۲}{۱۲۳}$ کعبہ فٹ

= پانی کی مقدار جو π فٹ نل میں آ سکتی ہے . . . دفتہ ۱۳۱

لیکن پانی کی اتنی مقدار حوض میں سے ہر ایک سکند میں خارج ہوتی ہے۔

اس لیے حوض (۲۲۹۶) $\div (\frac{\pi \times ۲۲}{۱۲۳})$ ثانیہ میں خالی ہو جائیگا۔

اس لیے $۲۲۹۶ \div \frac{\pi \times ۲۲}{۱۲۳} = ۶۰ \times ۶۰ \times ۳$

∴ $\frac{۴۲۸}{۲۵۵} = ۲$

∴ $۳۶۶۴۲ = ۲$

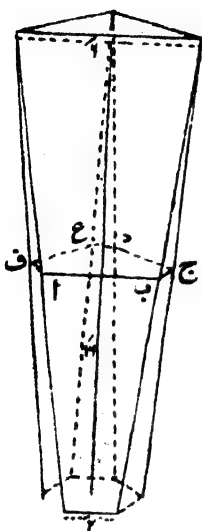
∴ $۱۵۶۲۴۰۰۰۰ = ۲$

اس لیے نل کے قطر کا ناپ تقریباً ۳۶۲۵ رائج ہے۔

مثال ۳: کسی مشورہ نام کا ایک سراسر ۶ فٹ ضلع کا مثلث مساوی الاضلاع

اور دوسرا سراسر ۲۱ فٹ ضلع کا منظم سدس کی وضع کا ہے۔ سدس کے

تین ضلعے دوسرے سرے کے مثلث کے تین ضلعوں کے متوازی ہیں۔ بلندی



۱۶ فٹ ہے۔۔۔ حجم معلوم کرو۔
 فرض کرو کہ اب ج د ع ف سے نشورنا
 کی وسطی تراش تعبیر ہوتی ہے۔ جس میں —
 اب = ج = د = ع = ف = ۴ فٹ
 اور ب ج = د ع = ف = ۱ = ۱ فٹ
 لیکن اب ج د ع ف
 کو دونوں طرف بڑھایا جائے تو معلوم
 ہوگا کہ شکل اب ج د ع ف کا رقبہ
 ذیل کے دو رقبوں کے فرق کے مساوی ہے۔
 ۶ فٹ ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع
 اور ایک فٹ ضلع کے تین مثلثات
 مساوی الاضلاع کے رقبہ کا
 مجموعہ۔

نشورنا { = $\frac{۱}{۴} (۱ + ۴ + ۱۶)$ مکعب فٹ ... دفعہ ۱۶
 کا حجم
 جہاں ۱۶ =

$$۴ = \frac{۳۶ \times ۲ \times ۳}{۲} = ۱۰۸ \text{ فٹ مکعب} \quad \text{دفعہ ۲۵}$$

$$۹ = \frac{۳۶ \times ۳ \times ۳}{۲} = ۱۶۲ \text{ فٹ مکعب} \quad \text{دفعہ ۲۴}$$

$$۱۶ = \frac{۳۶ \times ۴ \times ۴}{۲} = ۲۸۸ \text{ فٹ مکعب} \quad \text{دفعہ ۲۳}$$

اس لیے نشورنا کا حجم = $\frac{۱۶}{۴} (۱۰۸ + ۱۶۲ + ۲۸۸)$ مکعب فٹ
 $۳۶ \times ۱۲۸ = ۴۶۰۸$ فٹ مکعب

$$۲۲۱۵۷۰۲ = ۴۶۰۸ \text{ فٹ مکعب}$$

مثال مسئلہ بناؤ کہ مثلث فی ... ایک فٹ کے حساب سے ذیل کے ابعاد کی خندق

کھدوانے میں کیا اخراجات ہونگے: طول ۲۰ فٹ عرض ۴ پرہ ۱۵ فٹ، تہ کا طولی ڈھال ۱۰۰ میں ۱ کم از کم گہرائی ۱۰ فٹ بازوؤں کا ڈھال ۱۰ میں ۱۔

چونکہ خندق کا طول ۲۰۰ فٹ اور تہ کا طولی ڈھال ۱۰۰ میس ۱ اور بالائی سرے پر گہرائی ۱۰ فٹ ہے

∴ پچھلے سرے پر گہرائی = $(10 + \frac{1}{2} \times 20)$ فٹ = ۱۲ فٹ
 اظہار ہے کہ خندق مشور نما ہے اور اس کے دونوں سرے ایسی اشکال منفرج
 ہیں جن کے قاعدے، ارتفاع اور بازوؤں کے ڈھال ہمیں معلوم ہیں اور اس کے
 مثال ۲ کی طرح ہم ان کے رقبے معلوم کر سکتے ہیں۔

اس لیے —

خندق کا حجم = $\frac{ع}{4} (ق_1 + ق_2 + ق_3)$ مکعب فٹ ... دفعہ ۱۷۱
جہاں $ع = ۲۰۰$

$$39 \dots 120 = 12 \times \left\{ (10 \times 12 \times 2 + 15) + 15 \right\} \div 4 = \text{ق}$$
$$39 \text{ دفره} \dots 1150 = 10 \times \{(10 \times 10 \times 2 + 15) + 15\} \frac{1}{4} = \text{ق}$$
$$34, \dots, 1345 = 11 \times \{ (10 \times 11 \times 2 + 15) + 15 \} \cdot \frac{1}{4} = \text{ق}$$

اس لیے خندق کا حجم = $\frac{20}{4} (550 + 1150 + 1620)$ مکعب فٹ

$$\frac{8240 \times 200}{9} = \text{کعب فٹ}$$

$$\therefore \text{کھدوائی کے اخراجات} = \frac{5 \times 820 \times 200}{100 \times 4} \text{ شلنگ}$$

۶۸ پونڈ ۱۸ شلنگ ۴ پنیس

امثلہ نمبری ۲۶ و

۱۔ ایک مشورہ کا ارتفاع ۱۰ فٹ اور دونوں سرے ایسے مستطیل ہیں جن کے

تساظر ابعاد ۲۸۰ فٹ ۲۵۰ فٹ اور ۲۶۰ فٹ ۱۹۰ فٹ ہیں حجم معلوم کرو۔
۴۔ ایک منشور نام کا ارتفاع ۳ فٹ ۴ انچ اور دونوں سرے ایسے مستطیل ہیں جن کے
تساظر ابعاد ۵ فٹ ۶ انچ ۴ فٹ ۸ انچ اور ۳ فٹ ۲ انچ ۲ فٹ ۱۰ انچ ہیں: حجم
معلوم کرو۔

۳۔ پانی کا وزن معلوم کرو جو ایک ایسے منشور نام گڑھے میں بھرا جاسکتا ہے جس کی
گہرائی ۴ فٹ اور جس کا بالائی حصہ اور ۲ ایسے مستطیل ہیں جن کے تساظر ابعاد ۲۲ فٹ
۱۸ فٹ اور ۲۲ فٹ ۱۴ فٹ ہیں۔ جواب ٹن میں مطلوب ہے۔

۴۔ ۱۲۰ فٹ لمبے ایک گڑھے کا عرض تہ پر ہر جگہ ۴ فٹ ہے۔ ایک سرے پر
اس کی گہرائی ۱۶ فٹ ہے۔ اور گہرائی میں بالترتیب اضافہ ہوتا ہے یہاں تک کہ دوسرے
سرے پر گہرائی ۲۰ فٹ ہو جاتی ہے۔ ان سروں پر بالائی عرض بالترتیب ۴ فٹ
اور ۸ فٹ ہے: کعب گزروں میں اس کی گنجائش معلوم کرو۔

۵۔ سروں کے متوازی اور ان کے وسط میں سے گزرنے والی ایک تراش
کے ذریعہ ایک منشور نام کو دو حصوں میں منقسم کیا گیا۔ اگر منشور نام کے سرے ایسے
مستطیل ہوں جن کے تساظر ابعاد ۱۳ انچ ۱۲ انچ اور ۱۲ انچ ۱۰ انچ ہوں اور اگر
منشور نام کا ارتفاع ۶ انچ ہو تو ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو۔

۶۔ ایک منشور نام ٹھوس کا قاعدہ مثلث مساوی الاضلاع اور بالائی سر ایسا منتظم
سدس ہے جس کے تین متبادل (یعنی کوئی ضلع اور پھر اس کے بعد ایک ضلع چھوڑ کر
دوسرا ضلع) ضلع قاعدہ کے ضلعوں کے متوازی ہیں۔ حجم کا ارتفاع ۱۰ انچ
قاعدہ کا ہر ضلع ۶ انچ اور سدس کا ہر ضلع ۴ انچ ہے۔ حجم معلوم کرو۔

۷۔ ایسے منشور نام وضع کے حوض کو بھرنے کے لیے کتنے اگیلن پانی کی ضرورت
ہوگی جس کی گہرائی ۳ فٹ اور جس کا بالائی سر اور ۲ ایسے مستطیل ہیں جن کے تساظر
ابعاد ۴۰ فٹ ۸ فٹ اور ۳۲ فٹ ۶ فٹ ہیں؟

۸۔ ایک ایسی سڑک کی پشتہ بندی کا ساؤ معلوم کرو جس کا طول ۳۰۰ فٹ ہے اور
طولی آثار یکسال ہے۔ سروں پر بلندی بالترتیب ۵ فٹ اور ۳ فٹ، بازوؤں کے
اُتار ۲ میں ۱ اور بالائی سرے پر ہر جگہ عرض ۲۶ فٹ اور سرے انتصابی مستوی

میں واقع ہیں۔
 ۹۔ بناؤ کہ ۱۰ زنجیر طول کی ایک ریلوے کٹائی میں کتنے مکعب گز مٹی ہوگی
 اگر ذیل کے اعداد مربع گزوں میں اس کی ایسی عرصہ یعنی تراشوں کے رقبوں
 کو ظاہر کرتے ہیں جو ایک زنجیر کے فاصلہ پر لی گئی ہیں۔ ۲۴۰، ۲۵۶، ۲۷۲، ۲۸۸
 ۲۳۸، ۲۵۰، ۲۶۶، ۲۸۲، ۲۹۶، ۳۱۰، ۳۲۴، ۳۳۸

توضیحی مثالیں

مضلع مخروط کا مقطع اور مخروط کا مقطع

۱۶۴



مثال ۱۔ ایک مربع مخروط کی وضع کی چینی کتنے کا کعبی سماء
 معلوم کرو جس کا عرض قاعدہ پر ۴۰ فٹ، بالائی سرے پر ۱۰ فٹ اور تنہ
 کے رخوں کا ڈھال ۱۰ میں ۱۔ دو دکش مستدیر قائم اسطوانہ ہے اور
 اس کا قطر ۴ فٹ ہے۔ (۳۱۶ = ۳۱۶)

تنہ کا کعبی سماء = مقطع ہرم کا کعبی سماء۔ اسطوانہ کا کعبی سماء
 جو کہ تنہ کے رخوں کا ڈھال ۱۰ میں اسے

تنہ کی بلندی : ۱۵ فٹ = ۱:۱۰

تنہ کی بلندی = ۱۵۰ فٹ

مقطع ہرم کا کعبی سماء = $\frac{1}{3} (ق_1 + ق_2 + ق_3)$ کعب فٹ

۱۶۴ دفعہ...

جہاں ع = ۱۵۰، ق = ۱۰۰، ق = ۱۰۰ = ۱۶۰۰

مقطع ہرم کا کعبی سماء = $\frac{1}{3} (۱۶۰۰ + ۱۶۰۰ + ۱۶۰۰)$ کعب فٹ
 = ۱۰۵۰ کعب فٹ

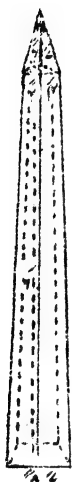
اور اسطوانہ کا کعبی سماء = ق ع کعب فٹ ۱۶۴ دفعہ

جہاں ق = ۲۳۸، ق = ۲۳۸ = ۵۶۶۲۴ دفعہ

ع = ۱۵۰

∴ اسطوانہ کا کعبی سٹاؤ = ۶۰۰ π مکعب فٹ
اس لیے تنہ کا کعبی سٹاؤ = (۱۰۵۰۰۰ - ۶۰۰ × ۳۱۴۱۶) مکعب فٹ
= ۱۰۳۱۱۵۶۰۳ مکعب فٹ

مثال ۱: مربع قاعدہ کے مخروط مضلع کے مقطوع کا ارتفاع ۶۱ فٹ، قاعدہ ۸ فٹ ۸ انچ کا مربع اور بالائی سر ۴ فٹ ۶ انچ کا مربع ہے اور اس کے اوپر ایک ایسا مربع مخروط مضلع رکھا گیا ہے جس کے قاعدہ سے اس تک کا عمودی فاصلہ ۶ فٹ ۶ انچ ہے۔ مینار کا حجم مکعب فٹ میں دریافت کرو۔



مقطوع کا حجم = $\frac{\pi}{3} (Q_1 + Q_2 + Q_3)$ مکعب فٹ
۱۶۲ دفعہ . . .

جہاں ع = ۶۱

$$Q_1 = 2\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} = \frac{25}{4} \text{ دفعہ } ۹$$

$$Q_2 = 4\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{2} = \frac{81}{4} \text{ دفعہ } ۹$$

$$\therefore \text{مقطوع کا حجم} = \frac{71}{3} \left(\frac{25}{4} + \frac{81}{4} + \frac{2049}{9} \right) \text{ مکعب فٹ}$$

$$= \frac{2084}{34} \times \frac{71}{3} \text{ مکعب فٹ}$$

$$\text{مخروط مضلع کا حجم} = \frac{1}{3} \text{ ق ع مکعب فٹ} \text{ } ۱۴۱ \text{ دفعہ }$$

$$\text{جہاں ق} = 2\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} = \frac{25}{4} \text{ دفعہ } ۹ \quad \text{ع} = 4\frac{1}{2}$$

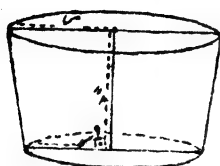
$$\therefore \text{مخروط مضلع کا حجم} = \frac{1}{3} \times \frac{25}{4} \times \frac{15}{4} \text{ مکعب فٹ}$$

$$\text{اس لیے مجموعی مینار کا حجم} = \left(\frac{2084}{34} \times \frac{71}{3} + \frac{305}{8} \right) \text{ مکعب فٹ}$$

$$= \frac{5}{214} \times 2359 \text{ مکعب فٹ}$$

مثال ۳: مخروط کے مقطوع کی وضع کی ایک بالائی کی گنجائش ۴ گیلن ہے۔ اگر گہرائی ۸ انچ اور بالائی سر سے اور تہ کے قطروں کی نسبت ۱۰:۹ ہو تو انہیں معلوم کرو۔

فرض کرو کہ r اینچ = بالٹی کے بالائی سرے کا نصف قطر



تب - بالٹی کا کعبی سماڑ = $\frac{\pi}{3} (r^2 + R^2 + rR)$ کعب اینچ

... دفعہ ۱۶۲

جہاں $h = ۸$

$$r = \frac{9}{10} + r$$

لیکن بالٹی میں ۲ گیلن یا $\frac{1}{4}$ $2 \times 2 \times 2$ کعب اینچ

پانی آسکتا ہے دفعہ ۱۱۲

$$\therefore \frac{\pi}{3} (r^2 + R^2 + rR) = \frac{1}{4} \times 2 \times 2 \times 2$$

$$\therefore r = \frac{10.9 \times 11.9 \times 12.9}{24 \times 22 \times 8}$$

$$= ۳۸۶۸۲۴۹ \dots$$

$$\therefore r = ۶۵۹۸$$

اس لیے بالائی سرے کا قطر = ۱۳۶۹ اینچ

اور تہ کا قطر = ۱۲۶۵ اینچ

مثال ۲: ایک مخروط کے مقطوع کا ارتفاع ۳۱ اینچ اور ایک سرے کا نصف قطر ۱۰ اینچ ہے: اگر اس مقطوع کا حجم ایک ایسے قائم اسطوانہ کے حجم کے برابر ہو جس کا ارتفاع $\frac{1}{3}$ اینچ اور قاعدہ کا نصف قطر ۶۲ اینچ ہو تو مقطوع کے دوسرے سرے کا نصف قطر معلوم کرو۔

فرض کرو کہ r اینچ = دوسرے سرے کا نصف قطر

تب -

$$\text{مقطوع کا حجم} = \frac{\pi}{3} (r^2 + R^2 + rR) \text{ کعب اینچ} \dots \text{دفعہ ۱۶۲}$$

جہاں $h = ۳۱$

$$r = ۱۰$$

امثلہ نمبری ۲۶ ب

$$\left(\frac{12}{4} = 3\right)$$

ذیل کے ابعاد والے مخروط مضلع کے مقطع کا حجم دریافت کرو۔

۱۔ سروں کے رقبے ۸ مربع فٹ اور ۵ مربع فٹ، ارتفاع ۳ فٹ۔

۲۔ ۱۲ مربع انچ اور ۸ مربع انچ، ارتفاع ۶ انچ۔

۳۔ ۳ مربع فٹ ۴ مربع انچ اور ۲ مربع فٹ ۲۸ مربع انچ، ارتفاع ۲ فٹ ۶ انچ۔

۴۔ سروں کے رقبے ۸۵ مربع فٹ اور ۱۵ مربع فٹ، ارتفاع ۲۵ فٹ۔

۵۔ ایک ایسے مخروط مضلع کے مقطع کا حجم معلوم کرو جس کے سرے ایسے مستطیل ہیں جن کے متناظر ابعاد ۳۶ انچ، ۲۴ انچ اور ۲۷ انچ، ۱۸ انچ ہیں اور اس کا ارتفاع ۱۵ انچ ہے۔

۶۔ ایک مخروط مضلع کے مقطع کے سرے بالترتیب ۵ فٹ اور ۷ فٹ ضلعوں کے مثلثات تساوی الاضلاع ہیں۔ مقطع کا ارتفاع ۴ فٹ ہے۔ اس کا حجم معلوم کرو۔
ذیل کے قائم مستدیر مخروط کے مقطع کے حجم دریافت کرو جن میں

۷۔ سروں کے نصف قطر ۵ فٹ اور ۶ فٹ، ارتفاع ۴ فٹ ۶ انچ۔

۸۔ سروں کے نصف قطر ۳ فٹ ۸ انچ اور ۲ فٹ ۴ انچ، ارتفاع ۲ فٹ۔

۹۔ سروں کے نصف قطر ۷ فٹ ۶ انچ اور ۳ فٹ ۵ انچ، ارتفاع ۵ فٹ ۳ انچ۔

۱۰۔ سروں کے نصف قطر ۲ گز ۲ فٹ اور ۲ گز ۱ فٹ، ارتفاع ۲ گز ۹ انچ۔

۱۱۔ ایک قائم مستدیر مخروط کے مقطع کے ایک سرے کا محیط ۲۸ انچ اور دوسرے کا ۳۴ انچ ہے اور مقطع کا ارتفاع ۱۰ انچ ہے: حجم معلوم کرو۔

۱۲۔ ایک مخروط مضلع کے مقطع کے سرے ایسے مربعات ہیں جن کے اضلاع کے طول بالترتیب ۶ انچ اور ۸ انچ ہیں۔ مقطع کا ارتفاع ۴ انچ ہے۔ سروں کے

متوازی اور اُن کے عین وسط میں سے گزرنے والی سطح کے ذریعہ مقطوع کو دو حصوں میں قطع کیا گیا : ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو۔
 ۱۳۔ ایک قائم مستطیر مخروط کے مقطوع کے سروں کے نصف قطر بالترتیب ۲ فٹ ۶ انچ اور ۲ فٹ ۳ انچ ہیں اور اعلیٰ بلندی ۱۰ انچ ہے : حجم معلوم کرو۔
 ۱۴۔ ایک مخروط مضلع کے مقطوع کے سرے ایسے منظم مشن ہیں جن کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳ فٹ ۵ انچ اور ۵ فٹ ہیں۔ ارتفاع ۴ فٹ ہے : حجم معلوم کرو۔

سوالات امتحانات ۲۶

$$\left(\frac{22}{7} = \pi\right)$$

منشور نا

۱۔ تریچہ رُخوں کے ایک پن خزانہ (خزانہ آب) کا قاعدہ ۵۰ فٹ x ۴۰ فٹ اور بالائی سراہ ۵۰ فٹ x ۶۰ فٹ اور اس کی انتصابی بلندی ۱۵ فٹ ہے : بتاؤ کہ اس میں کتنے گیلن پانی آ سکتا ہے ؟
 (جامعہ الہ آباد : انٹر میڈیٹ)

جامعہ ممبئی۔ ڈپلوما آف آگریکلچر : دوسرا امتحان
 ۲۔ منشور نا کی وضع کے ایک پن خزانہ کا بالائی سراہ اور قاعدہ مستطیل ہیں۔ بالائی سرے کے ابعاد ۲۰۰ فٹ x ۱۵۰ فٹ اور قاعدہ کے ابعاد ۱۶۰ فٹ x ۱۳۰ فٹ ہیں۔ اور اس کی یکساں گہرائی ۱۲ فٹ ہے :
 ۱۔ شلنگ ۶ پنس فی کعبہ گز کے حساب سے اس کی کھدوائی کی اجرت معلوم کرو۔

۳۔ منشور نا کی وضع کے ایک پن خزانہ کا طول اور عرض بالترتیب ۱۴۰ فٹ اور ۸۰ فٹ ہے۔ کعبہ کا طول اور عرض بالترتیب ۱۰۰ فٹ اور ۶۰ فٹ ہے اور گہرائی ۱۲ فٹ ہے : بتاؤ کہ کتنے کعبہ فٹ زمین

کھودی گئی تھی ؟

۴۔ ساگوان کا ایک شہتیر ایک سرے پر ۱۲ فٹ ۲ انچ عرض اور ۱۰ انچ دبیز ہے اور دوسرے سرے پر اس کا عرض اور دبازت بالترتیب ۱۲ فٹ ۶ انچ اور ۱۲ فٹ ہے اور اس کا طول ۱۴ فٹ ہے : اس کا حجم معلوم کرو۔

۵۔ سطح زمین پر ایک خط مستقیم میں ایک ایسی بدر زو کھدوانا مطلوب ہے جس کا عرض ۵ فٹ، بالائی سرے پر عمق ۳ فٹ اور طولی اتار ۳۲۰ گز ہیں ۱۰ فٹ ہو : اگر بازوؤں کا ڈھال میں ۱ ہو تو بتاؤ کہ پہلے ایک میل میں کتنے کعب گز زمین کھدوانی پڑیگی ؟

۶۔ منشور نماؤں کے لئے ضوابط بیان کرو اور ذیل کے پُشتہ کا حجم دریافت کرنے کے لیے اسے استعمال کرو : طول = ۱۰۰ فٹ سروں کی بلندیاں ۱۰ فٹ اور ۴ فٹ بالائی سرے کا عرض = ۵ فٹ بازوؤں کا جملہ اتار = ۶ میں ۶

جامعہ ممبئی : ایل۔ سی۔ ای۔ دوسرا امتحان

۷۔ ایک ریلوے کٹائی ایسی زمین میں سے بنائی گئی جو ہموار سطح اُٹل کی وضع کی ہے اور جس کا رخ اُسی طرف ہے جس طرف کہ پٹریاں جاتی ہیں اس مطلب کے لیے کھود کر نکالی ہوئی مٹی کی مقدار معلوم کرو اگر کٹائی کا طول ۱۰۰ گز، نہ پر عرض ۱۲ گز، ایک سرے کے بالائی حصہ پر عرض ۴۵ گز اور دوسرے سرے پر ۲۵ گز ہو اور اگر ان سروں کے عمق بالترتیب ۱۵ گز اور ۷ گز ہوں۔

۸۔ ایک ریلوے کٹائی کے بالائی عرض بالترتیب ۱۲۰ اور ۹۰ فٹ ہیں اور ان کی گہرائیاں ۳۰ فٹ اور ۲۰ فٹ ہیں۔ نیز نہ کا عرض ۳۰ فٹ ہے اور کٹائی کا طول ۶۶ گز، کعب گز میں جسامت معلوم کرو۔

۹۔ ۱/۲ فٹ بلند گھاس کے ایک تودے کے مستطیلی قاعدہ کا طول ۲۰ فٹ اور عرض ۸ فٹ ہے۔ زمین سے ۹ فٹ کے فاصلہ پر اوتلی میں سے گزرنے والی مستطیلی اُفتی تراش کے اضلاع ۲۲ فٹ اور ۱۸ فٹ

ہیں۔ اور اولیٰ کے اوپر کا حصہ ایسا مثلثی منشور ہے جس کا طول ۲۲ فٹ ہے۔ اگر ۱۰ کعب فٹ گھانسن کا وزن ۱ ہنڈر ڈویٹ ہوتا ہو تو بہت بڑا کعب گھانسن کے کل تودے میں کتنے ٹن گھانسن ہوگی؟

۱۰۔ ایک مقطوع مخروط مضلع کے قاعدہ کا طول اور عرض بالترتیب ۴۵ اور

۳۰ انچ ہے اور بالائی سرے کا ۲۶ اور ۲۴ انچ اور اونچائی ۴۰ انچ ہے۔

مقطوع کو قاعدہ کے ایک مضلع میں سے گزرنے والی مستوی سطح سے فائدہ

اور منشور نما میں منقسم کیا گیا ہے۔ مستوی سطح مقطوع کے بالائی سرے کے متناظر

ضلع سے ۱۵ انچ کے فاصلہ پر کاٹتی ہے۔ فائدہ اور منشور نما کا حجم دریافت کرو۔

۱۱۔ ایک غار کا طول ۸۵ فٹ اور تہ پر یکساں عرض ۵۰ فٹ ہے۔ ایک

سرے پر اس کی گہرائی ۱۸ فٹ ہے اور اس میں بالترتیب اضافہ ہوتا

ہے یہاں تک کہ دوسرے سرے پر اس کی گہرائی ۲۰ فٹ ہو جاتی ہے۔

ان سروں کے بالائی عرض بالترتیب ۱۰۴ اور ۱۱۰ فٹ ہیں؛ غار میں

کعب گزروں کی تعداد معلوم کرو۔

۱۲۔ بتاؤ کہ ایک ایسا سطح پستہ بنانے کے لئے کتنے کعب فٹ مٹی

کی ضرورت ہوگی جس کا طول ۱۵۰۰ فٹ، سروں پر گہرائی ۷ فٹ اور

۱۲ فٹ بالائی حصہ پر عرض ۲۰ فٹ ہے اور جس کے بازوؤں کا اتار

۱۱ میں ہے۔ (جامعہ مدرس: امتحان بی۔ ای)

۱۳۔ منشور نما کے حجم دریافت کرنے کا ضابطہ بیان کرو اور اس کا مفہوم

سمجھاؤ۔ ایک تالاب کا ناپ بالائی حصہ پر ۴۳۶ فٹ \times ۳۲۵ فٹ اور تہ پر

۳۷۶ فٹ \times ۲۸۵ فٹ ہے اور اس کا عمق ۱۰ فٹ ہے؛ اگر اس کے

وسط میں ۲ فٹ قطر کا ایک مستدیر بئج ہو تو بتاؤ کہ تالاب کا تین چوتھائی

حصہ بھرنے کے لیے کتنے کعب فٹ پانی کی ضرورت ہوگی؟

(سب پورا انجینیر ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۱۴۔ بتاؤ کہ قائم مستدیر مخروط کا حجم دریافت کرنے کا ضابطہ منشور نما کے ضابطہ

سے کس طرح اخذ کیا جاسکتا ہے۔ (سب پورا پرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

- ۱۵۔ مٹی کے ۳۰۰ فٹ لمبے ایک بند کے دونوں سرے انتصابی ہیں جن میں سے ایک کی بلندی ۲۰ فٹ اور دوسرے کی بلندی ۴۰ فٹ ہے۔ بند کی تہ ایک سرے سے دوسرے کی طرف یکساں طور پر ڈھلواں ہے۔ بند کا بالائی حصہ افقی اور ۲۰ فٹ چوڑا ہے۔ ایک رخ کا طرئی اُتار ۱۲ افقی فاصلہ میں انتصابی ہے اور دوسرے رخ کا اُتار ۴ میں۔ بند میں مٹی کی مقدار کا تخمینہ کرو۔ (سب پورا پرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)
- ۱۶۔ ایک منشور بنا کے سرے ایسے مستطیل ہیں جن کے متناظر ابعاد ۱۲ فٹ \times ۱۰ فٹ اور ۸ فٹ \times ۶ فٹ ہیں اور منشور بنا کا ارتفاع ۴ فٹ ہے۔ سروں کے متوازی اور ان کے وسط میں سے گزرنے والی سطح کے ذریعہ منشور بنا کو دو حصوں میں منقسم کیا گیا ہے: ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو۔ (سب پورا پرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)
- ۱۷۔ ایک سطح زمین کے بڑے سے بڑے اُتار پر ایک سڑک بنائی گئی ہے۔ سڑک کا بالائی عرض ۲۰ فٹ، طرئی اُتار ۲ افقی میں ایک انتصابی ہے۔ سڑک کے ایک ایسے حصہ میں مٹی کی مقدار معلوم کرو جس کا طول ۴ زنجیر ہے۔ اس حصہ سڑک کے آغاز اور اختتام پر پستہ کی بندیاں بالترتیب ۱۰ فٹ اور ۲۰ فٹ ہیں۔ (سب پورا پرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)
- ۱۸۔ کوئلہ کی ایک ایسی واگن کی گنجائش معلوم کرو جس کے بالائی حصہ کا ناپ طول میں ۶ فٹ ۹ انچ اور عرض میں ۴ فٹ ۶ انچ اور تہ کے ناپ ۳ فٹ ۶ انچ \times ۲ فٹ ۶ انچ اور عمقی ۲ فٹ ہے۔ ()
- ۱۹۔ ریل کی ایک سڑک کے پشتہ کا طول نصف میل ہے اور بالائی حصہ کا مستقل عرض ۲۰ فٹ ہے۔ ایک سرے پر اس کی بلندی ۲۵ فٹ ہے اور اس میں بالتدریج کمی ہو کر دوسرے سرے پر بلندی ۱۲ فٹ رہ جاتی ہے قاعدہ پر سروں کے عرض بالترتیب ۱۳۰ فٹ اور ۸۰ فٹ ہیں۔ ۵ روپیہ فی ۱۰۰۰ کعب فٹ کے حساب سے پشتہ بندی کی اُجرت معلوم کرو۔ (سب پورا پرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان فائینل)

۳۔ کسی منشور نما کا ایک سر ۲ فٹ ضلع کا ایک مثلث مساوی الاضلاع اور دوسرا سر ۱ فٹ ضلع کا منظم سدس ہے۔ سدس کے تین تبادله ضلع دوسرے سر کے تین ضلعوں کے متوازی ہیں۔ ارتفاع ۳ فٹ ہے: حجم معلوم کرو۔ (دُر کی انجینیرس: ۱۰۱۰)

۴۔ کوئلہ کی ایک ایسی واگن کا حجم معلوم کرو جس کی گہرائی ۴ انچ ہے اور بالائی حصہ اور تہ ایسے مستطیل میں جن کے تناظر ابعاد ۸ انچ ۵ انچ اور ۲۲ انچ ۳۰ انچ ہیں۔ (سٹرائٹ کی ایپوسب آرڈینیٹ: ۱۰۱۰)

۵۔ منشور نما کی وضع کی ایک ایسی لگن کی گنجائش معلوم کرو جس کی تہ کا طول ۴ انچ اور عرض ۳۰ انچ اور بالائی حصہ کا طول ۵ فٹ اور عرض ۳ فٹ اور گہرائی ۳ فٹ ہے۔ (سٹرائٹ کی ایپوسب آرڈینیٹ: ۱۰۱۰)

۶۔ اس کے آثار پر ایک پستہ بنایا گیا ہے۔ اس کا بالائی حصہ متوازی الاضلاع اور ہر جگہ اس کی تراش شکل منحرف کی وضع کی ہے۔ آثار پر زیادہ سے زیادہ بلندی ۵ فٹ ہے، بالائی حصہ کا عرض ۲۶ فٹ اور بازوؤں کا آثار اس میں ہے۔ پستہ کے ۶۰ گز طول میں کعب گز کی تعداد معلوم کرو۔ (سورپیس پر اکنٹش)

سوالات امتحانات

محزوط مضلع کے مقطوع

۲۴۷۔ ایک محزوط مضلع کے مقطوع کے سرے ایسے ملے ہیں جن کے اضلاع کے طول بالترتیب ۲۰ فٹ اور ۳۰ فٹ ہیں۔ ایک سرے کے کسی ضلع کے نقطہ وسطی کو دوسرے سرے کے تناظر ضلع کے نقطہ وسطی سے ملانے والے خط مستقیم کا طول ۱۳ فٹ ہے۔ حجم معلوم کرو۔ (جامعہ الہ آباد: انٹر میڈیٹ)

- ۲۵۔ ایک مخروط مضلع کے مقطوع کے سرے بالترتیب ۲ فٹ اور ۳ فٹ ضلع کے مسدس ہیں اور اس کی اُبل بلندی ۱۰ فٹ ہے: حجم معلوم کرو۔ (جامعہ مدراس: امتحان بی۔ اے)
- ۲۶۔ ایک غیر مکمل مینار مشن وضع کا ہے اور قاعدہ کا محیط ۸۰ فٹ ہے۔ قاعدہ سے ۵ فٹ کی بلندی پر جہاں کہ تعمیر ختم کر دی گئی ہے اس کے گرد کا نا پ ۲۰ فٹ ہے۔ بتاؤ کہ اس میں کتنے مکعب فٹ چٹائی ہے؟ (جامعہ مدراس: امتحان بی۔ اے)
- ۲۷۔ قائم مخروط مضلع کے مقطوع کا حجم دریافت کرو جس کا قاعدہ n ضلعی منتظم شکل کا ہے۔ (جامعہ کلکتہ: امتحان ایف۔ اے)
- ۲۸۔ ایک قائم مخروط مضلع کے مقطوع کے سروں کے رقبے y ، y_1 ، y_2 اور دیانت k ہے ثابت کرو کہ اس کا حجم $\frac{1}{3}(y + y_1 + y_2)k$ ہے۔ (جامعہ کلکتہ: امتحان ایف۔ اے)
- ۲۹۔ ایک تالاب کی ۱۱ ایکڑ رقبہ کا مربع ہے۔ اس کی گہرائی ۱۰ فٹ اور بازوؤں کے اتار $\frac{1}{4}$ میں اسے کتنے مکعب فٹ پانی اس میں آسکتا ہے۔ (سب پور اپریٹس ڈیپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)
- ۳۰۔ ایک مخروط مضلع کے مقطوع کے سرے مثلثات قائم الزاویہ ہیں۔ ایک سرے کے زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع ۲ فٹ اور ۳ فٹ اور دوسرے سرے کا چھوٹے سے چھوٹا ضلع ۸ فٹ ہے اور مقطوع کا ارتفاع ۷ فٹ ہے: حجم معلوم کرو۔ (سب پور اپریٹس ڈیپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)
- ۳۱۔ ایک مخروط مضلع کے مقطوع کے سرے ایسے مثلثات مساوی الاضلاع ہیں جن کے ضلعوں کے طول بالترتیب ۲ فٹ اور ۷ فٹ ہیں اور مقطوع کے اُبل کنارے کا طول ۹ فٹ ہے: حجم معلوم کرو۔ (سب پور اپریٹس ڈیپارٹمنٹ: امتحان فائنل)
- ۳۲۔ ایک حوض مربع قاعدہ کے ایسے قائم مخروط مضلع کے مقطوع کی وضع کا ہے جو الٹ دیا گیا ہو۔ تہ پر ضلع کا طول ۲۰ فٹ اور زمین کی سطح پر ۱۲۰ فٹ ہے (مخروط مضلع کا ارتفاع اگر مقطوع کو مکمل کر دیا جائے تو قاعدہ کے ضلع کے برابر

ہوتا ہے) - ۲ فٹ دیبازت میں حوض کی چٹنائی کی جائیگی - ۲ روپیہ فی کعب فٹ کے حساب سے چٹنائی کی قیمت معلوم کرو۔
(سُرٹھ کی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۳۳ - ایک منشور نما تجسم کا قاعدہ ایک مربع ہے۔ اور بالائی حصہ ایسا منتظم مشن ہے جس کے چار متبادل اضلاع قاعدہ کے ضلعوں کے متوازی ہیں۔ تجسم کا ارتفاع ۱۶ فٹ، قاعدہ کے اضلاع $\frac{1}{4}$ فٹ اور بالائی حصہ کے اضلاع ۱ فٹ ہیں : اس کا حجم معلوم کرو۔ (=)
۳۴ - اس منتظم سدسی مخروط مضلع کے مقطوع کی جسامت کیا ہے جس کے سروں کے اضلاع ۴ اور ۶ فٹ ہیں اور ارتفاع ۲۲ فٹ ہے ؟

(سُرٹھ کی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)
۳۵ - ایک مخروط مضلع کے مقطوع کا ارتفاع ۵ و ۱۲ انچ ہے۔ اس کے سرے ایسے مشن ہیں جن کے ضلعے بالترتیب ۴ انچ اور ۲ انچ ہیں : مقطوع کا حجم معلوم کرو۔ (سُرٹھ کی انجینیر : فائنل)

مقطوع مخروط

۳۶ - ایک پیپے کی وضع ایسی ہے جو مخروط کے دو مساوی مقطوعیات کو قاعدہ بہ قاعدہ ملا دینے سے بنتی ہے اس کا بالائی قطر ۲۰ انچ درمیانی قطر ۲۵ انچ اور طول ۳ فٹ ۴ انچ ہے : اس کی گنجائش گیلن میں دریافت کرو ($\frac{1}{4}$ کعب انچ = گیلن)

(جامعہ ممبئی - ڈپلوما آف آرکیٹیکچر : دوسرا امتحان)
۳۷ - گھائش کے ایک تودہ کا پچھلا حصہ مقطوع مخروط کی وضع کا ہے اور اوپر کا حصہ مختلف زاویہ کا ایک مخروط ہے اس کے قاعدہ کا محیط ۴۰ اور اونچی کا محیط ۶۰، مقطوع کی عمودی بلندی ۵ فٹ اور مخروط کی بلندی ۱۶ فٹ ہے : بناؤ کہ اس تودہ میں کتنے کعب گز گھائش ہے ؟ (=)

۳۸۔ ایک قائم مستدیر مقطوع مخروط کی وضع کے برتن کی تہ کا قطر ۳۲ انچ ہے۔ محو میں سے گزرنے والی تراش کے وتر اس طرح ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں کہ ہر ایک وتر کے قطعات ۳۰ انچ اور ۲۰ انچ ہیں۔ برتن کا حجم معلوم کرو۔ (جامعہ بمبئی: ایل۔ سی۔ ای۔ دوسرا امتحان)

۳۹۔ اُس قائم مخروط کے مقطوع کا حجم کیا ہے جس کے دو مستدیر سروں کے رقبے بالترتیب ۱۲۵۶۴ و ۵۸۵۶ مربع انچ ہیں اور مکمل مخروط کا ارتفاع ۳۰ انچ ہے؟ (جامعہ پنجاب: سیول انجینئرنگ کا پہلا امتحان)

۴۰۔ چاندی کا ایک جام مقطوع مخروط کی وضع کا ہے۔ بالائی قطر اندر سے ۶ انچ، پتلا قطر ۳ انچ، بلندی ۶ انچ اور دھات کی دبازت $\frac{1}{8}$ انچ ہے۔ وزن معلوم کرو (کثافت اضافی ۱۱۰۰۰) (جامعہ مدراس: امتحان بی۔ ای)

۴۱۔ ایک مستدیر کنویں کا قطر ۱۷ فٹ ۶ انچ اور عمق ۳۳ فٹ ہے: چٹائی کی استکاری کی مقدار معلوم کرو جس کی دبازت بالائی حصہ پر ۲ فٹ (اور تہ پر ۴ فٹ ۹ انچ) بحال عقب کی جانب ہے (جامعہ مدراس: امتحان بی۔ ای)

۴۲۔ قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کا حجم دریافت کرنے کا قاعدہ لکھو۔ (۲) (۲) ۴۳۔ مقطوع مخروط کی وضع کے ایک ڈول کی گہرائی ۱۰ انچ، منہ کا قطر ۱۲ انچ اور تہ کا قطر ۹ انچ ہے: بناؤ کہ ۲۰۰۰ گیلن پانی کے حوض میں یہ ڈول کتنی مرتبہ بھرا جاسکتا ہے (ایک گیلن = ۲۷۷.۷۷ مکعب انچ) (۲) (۲)

۴۴۔ ایک ایکڑ زمین کا پانی نکالنے کے لئے مقطوع مخروط کی شکل کا ایسا کنٹھ کھدوایا گیا ہے جس کی سطحی تراش کا نصف قطر ۳۰ گز اور تہ کا ۲۰ گز ہے اور عمق ۱۵ فٹ ہے۔ یہ فرض کر کے کہ بارش کے پانی کا $\frac{1}{2}$ وال حصہ زمین میں جذب نہیں ہوتا اور کنٹھ میں جاتا ہے اور زیر زمین کے پانی کو نکالنے کے لئے ٹائپوں کا انتظام نہیں ہے نیز تجویز کا عمل نظر انداز کیا جاسکتا ہے تو روزانہ اوسط بارش کی مقدار معلوم کرو جب کہ ۲ ماہ میں حوض کا $\frac{1}{2}$ حصہ بھر جاتا ہے۔

(ایک ماہ = ۳۰ دن)۔ (جامعہ کلکتہ: امتحان ایف۔ ای)

۴۵۔ ایک قائم مستدیر مخروط کا مقطوع لوہے کا بنا ہوا ہے۔ اُس کا

ارتفاع ۱۵ انچ ہے۔ اُس کے چھوٹے رخ کا قطر ۹ انچ اور بڑے رخ کا ۱۶ انچ ہے۔ ہر دو مستوی رخ میں مخروطی وضع کے سور اخ بنائے گئے ہیں۔ ان سور اخوں کے قاعدوں کے قطر اپنے متناظر رخ کے قطر کے نصف ہیں سور اخوں کے محاورہ مقطوع کے محور پر منطبق ہوتے ہیں اور ان کے راس محور کے نقطہ وسطی پر ملتے ہیں۔ سور اخوں میں سیسہ بھر گیا۔ مرکب جسم کا وزن معلوم کرو اگر لوہے کی کثافت اصنافی ۷.۸ ہے اور سیسہ کی ۱۱.۴ ہے۔ (سب پورا پورٹنس ڈیپارٹمنٹ : سالانہ)

۴۶۔ لوہے کے ایک قائم مستدیر مخروط کی بلندی ۱۰ انچ اور نصف راس زاویہ ۳۰ ہے۔ مخروط کو قاعدہ کی متوازی تراش سے بلندی کے نقطہ وسطی پر دو حصوں میں کاٹا گیا۔ اس طرح حاصل شدہ مقطوع سے ۱/۲ انچ قطر کا تار بنایا گیا : تار کا طول دریافت کرو۔ ()

۴۷۔ پومپی (Pompey) کے ستون کا تنہ ایک ہی سنگ مرمر کا بنا ہوا ہے۔ اس کی بلندی ۹ فٹ ہے۔ ایک سرے پر قطر و فٹ اور دوسرے سرے پر ۶ فٹ ۶ انچ ہے۔ حجم معلوم کرو۔ (سب پورا پورٹنس ڈیپارٹمنٹ : ماہانہ)

۴۸۔ ایک قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کی مائل بلندی ۵ فٹ اور سروں کے نصف قطر ۱۰ فٹ ہیں : حجم معلوم کرو۔ ()

۴۹۔ دو یا تین صورتوں میں محسب کر کے ذیل کے مسئلہ کی تصدیق کرو : اگر ایک قائم مستدیر مخروط کو ایک مخروط اور ایک مقطوع مخروط میں تقسیم کیا جائے اور مقطوع کو ٹھیک اس قدر تراشا جائے کہ وہ قائم مستدیر اسطوانہ میں تبدیل ہو جائے۔ اگر مقطوع کا ارتفاع ابتدائی مخروط کے ارتفاع کا ایک تہائی ہو تو اسطوانہ کا حجم باقی تمام اشکال سے زیادہ اور ابتدائی مخروط کا ۱/۲ ہو گا۔ (سب پورا پورٹنس ڈیپارٹمنٹ : امتحان فائینل)

۵۰۔ ایک مخروط کے مقطوع کا ارتفاع ۷ فٹ اور دونوں سروں کے نصف قطر بالترتیب ۴ فٹ اور ۵ فٹ ہیں۔ سروں کے متوازی اور چھوٹے سرے سے ۳.۸۴ فٹ کے فاصلہ پر مستوی سطح سے مقطوع کو دو حصوں میں تراشا

گیارہ - ثابت کرو کہ دونوں ٹکڑے مساوی حجم کے ہیں۔
(سب پورا پورٹنس ڈپارٹمنٹ: امتحان فائینل)

سڑا کی انجینیر: د احکمہ

۵۱ - ایک مستول کا قطر ۳۰ انچ اور بالائی حصہ پر ۱۵ انچ ہے: اگر مستول میں $\frac{1}{4}$ ، ۱۳ کعب فنٹ لکڑی ہو تو اس کی بلندی فنٹ میں معلوم کرو۔
۵۲ - ایک ڈول مقطوع مخروط کی وضع کا ہے (بلندی = ۹ انچ، بالائی سرے اور تہ کے قطر بالترتیب = ۱۰ انچ اور $\frac{1}{4}$ انچ): بتاؤ کہ ۵ فنٹ قطر کے کنویں میں سے جو میں مرتبہ ڈول بھر کر نکالنے کے بعد کنویں میں پانی کی سطح کس قدر نیچے اتر جائیگی۔

۵۳ - ایک مرتبہ بارش کے دوران میں ۱۲ انچ گہری ایک معمولی بالٹی کو سطح چھت پر رکھا گیا اور ایک گھنٹہ کے بعد معلوم ہوا کہ بالٹی میں پانی کی انتہائی بلندی ۳ انچ ہے۔ منہ اور تہ پر بالٹی کے قطر بالترتیب ۹ انچ اور ۳ انچ ہیں۔ بتاؤ کہ فی گھنٹہ کس شرح سے بارش ہو رہی تھی۔

۵۴ - مقطوع مخروط کی وضع کے ایک سنگ مرمر کے ٹکڑے کے سروں کے قطر $\frac{1}{4}$ اور ۳ فنٹ ہیں۔ اور اس کی بائل بلندی ۸ فنٹ ہے: ۱۲ شلنگ فی کعب فنٹ کے حساب سے اس کی کیا قیمت ہوگی؟

۵۵ - ایک کسار ارادہ کرتا ہے کہ مقطوع مخروط کی وضع کی ایسی کیتسلی بنائے جس میں ۸۸۲ و ۳ اگیلن پانی آسکے۔ کیتسلی کی گہرائی ۱ فنٹ اور بالائی حصہ اور تہ کے قطروں کی نسبت ۵:۳ ہے، قطر کیا ہیں؟

۵۶ - دو مخروطی مقطوعات کو قاعدہ پر ملا کر ایک پیہ بنایا گیا ہے۔ اگر اس کا درمیانی قطر ۳۶ انچ اور بالائی قطر ۲۰ انچ اور طول ۴۰ انچ ہو تو بتاؤ کہ کتنے شاہی گیلن اس میں سما سکتے ہیں۔

۵۷ - ایک برآمدہ ذیل کے ابعاد والے سنگ مرمر کے چھ متونوں سے سہارا ہوا ہے: ہر ایک کے بالائی اور نچلے حصوں کا قطر بالترتیب ۲ فنٹ $\frac{1}{4}$ فنٹ ہے اور طول ۲۰ فنٹ ہے۔ ۲ روپیہ فی کعب فنٹ کی شرح سے

ان کی مجموعی قیمت کیا ہوگی ؟ -

ڈرڈ کی اپر سب آرڈینینٹ : داخلہ

۵۸ - لکڑی کی ایک ناٹ مقطوع مخروط کی وضع کی ہے - بڑے سرے کا قطر

۱۶ انچ اور چھوٹے سرے کا ۱۲ انچ ہے - انتصابی بلندی ۹ فٹ : ۱ روپیہ

۸ آنہ فی کعب فٹ کے حساب سے اس کی قیمت کیا ہوگی ؟

۵۹ - مربع قاعدہ کے ایک مخروط منقطع کے منقطع کو ٹھیک اس قدر تراشا گیا

ہے کہ وہ مقطوع مخروط میں تحول ہو جائے : بتاؤ کہ اس طرح ابتدائی حجم کے $\frac{1}{8}$ دیں

حصہ سے قدر سے زیادہ ادھ نکل گیا -

۶۰ - ایک مقطوع مخروط کے سروں کے نصف قطر ۱۵ اور ۲۴ فٹ ہیں اور مائل

بلندی ۱۲ فٹ ہے : حجم معلوم کرو -

۶۱ - گھاس کے ایک تودہ کا پچھلا حصہ اٹھ مقطوع مخروط کی وضع کا ہے اور

اُس کے اوپر کا حصہ مختلف زاویہ کا ایک مخروط ہے - زیادہ سے زیادہ بلندی

۲۵ فٹ بڑے سے بڑا محیط ۵ فٹ، مقطوع کا ارتفاع ۱۵ فٹ اور قاعدہ

کا قطر ۱۵ فٹ ہے : کعب گزوں میں حجم معلوم کرو -

ڈرڈ کی اپر سب آرڈینینٹ : ماہانہ

۶۲ - ایک بالٹی مقطوع مخروط کی وضع کی ہے - تہ کا قطر ۱ فٹ اور بالائی قطر

۳ فٹ ۳ انچ ہے - گہرائی ۶ فٹ ۶ انچ ہے - قریب ترین پونڈ تک معلوم کرو کہ

پانی سے بھری ہوئی بالٹی کا وزن، خالی بالٹی کے وزن سے کس قدر زیادہ ہوگا -

۶۳ - ذیل کے ابعاد والے چینی کے تنہ میں چینی کی مقدار کعب فٹ میں معلوم

کرو، قاعدہ کا قطر ۳ فٹ اور بالائی قطر ۶ فٹ، قاعدہ پر دوز کش کا قطر ۳ فٹ اور

بالائی حصہ پر ۲ فٹ چینی کے بیرونی رخ کی سلامی ۲۰ میں ایک ہے -

۶۴ - ۴ فٹ چوڑے اور ۱۲ فٹ گہرے اسطوانہ کی وضع کے ایک کنوس کو ایک

ایسی بالٹی سے خالی کیا جاتا ہے جس کا بالائی عرض ۲۱ انچ، تہ پر عرض ۱۸ انچ اور

گہرائی ۱۵ انچ ہے : یہ فرض کر کے کہ ہر مرتبہ بالٹی کا $\frac{1}{4}$ حصہ پانی سے بھر کر باہر

آتا ہے بتاؤ کہ کنوس کو خالی کرنے کے لئے بالٹی کو کتنی دفعہ نیچے اتارنا ہوگا -

سڑھ کی انجینیر: فائینل

۶۵۔ ایک مستدیر چنی کے تنہ کی دائری ٹھوس بنیاد کا قطر ۳ فٹ اور گہرائی ۱۰ فٹ ہے۔ تنہ کے ناپ حسب ذیل ہیں:-

(۱) عمودی بلندی ۲۰۰ فٹ

(۲) بیرونی قطر قاعدہ پر ۲۸ فٹ

(۳) بیرونی قطر بالائی حصہ پر ۲۸ فٹ

(۴) دُور کش کا قطر ۳ فٹ

پوری چٹائی کی مقدار معلوم کرو۔

۶۶۔ ایک بالٹی کا اندرونی قطر بالائی اور سچلے حصہ پر بالترتیب ۱۵ اینچ اور ۸ اینچ

اور گہرائی ۱۳ اینچ ہے۔ اسے دوران بارش میں ہموار سطح پر رکھ دیا گیا ہے۔ اگر ۳۰

منٹ کے بعد بالٹی میں پانی کی گہرائی ۴ اینچ ہو تو بارش کی مقدار فی گھنٹہ پوریا منت کرو۔

۶۷۔ ایک پہاڑی پر جس کا اتار ۳ میں ایک ہے ایسا ٹیلا بنوانا مطلب ہے جس کا

بالائی سر ۲ فٹ ضلع کا جو رس مربع ہے۔ مربع کے دو اضلاع اتار کی سمت میں

ہیں اور دوسرے کے علی القوائم۔ ٹیلے کے بازوؤں کا میلان ۴۵° ہے۔ مربع کا

ایک ضلع زمین کی ابتدائی سطح سے ۵ فٹ بلند ہے اور اس کے مقابل کا ضلع

۱۲ فٹ بلند ہے۔ ٹیلے کا حجم کعب فٹ میں معلوم کرو۔

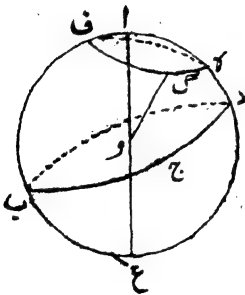
(سڑھ کی انجینیر: داخلہ)

باب بست و ہفتم

کرہ۔ کروی خول اور کرہ نما

۱۶۵۔ کوکہ وہ مجسم ہے جو ایک ایسی سطح سے گھرا ہوا ہو کہ مجسم کے اندر ایک خاص نقطہ سے سطح تک کھینچے ہوئے تمام خطوط مستقیم ایک دوسرے کے مساوی ہوں۔

یہ نقطہ کرہ کا مرکز کہلاتا ہے۔
کرہ کے نصف قطر سے وہ خط مستقیم مراد ہے جو اس کے مرکز سے حائط سطح تک کھینچا جائے۔



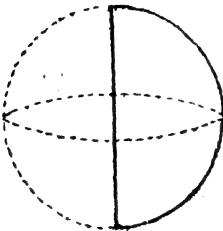
کرہ کا قطر وہ خط مستقیم ہے جو مرکز میں سے گزر کر دونوں طرف حائط سطح تک پہنچتا ہے۔

کسی مستوی سطح سے کرہ کی تراش ایک دائرہ ہوتی ہے۔

اگر کاٹنے والی مستوی سطح کرہ کے مرکز میں سے گزرے تو ایسی تراش کو دائرہ کہتے ہیں۔

اگر کاٹنے والی مستوی سطح کرہ کے مرکز میں سے نہ گزرے تو تراش کو دائرہ صغیر کہتے ہیں۔

مثلاً کرہ ا ب ع د میں۔



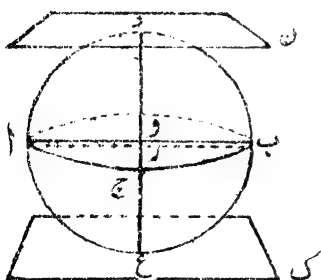
و کرہ کا مرکز ہے۔
 و گ نصف قطر ہے۔
 ا ع قطر ہے۔
 ب ج د دائرہ کبیر ہے۔
 ف گ ہ دائرہ صغیر ہے۔
 اگر کسی نصف دائرہ کو اس کے قطر کے گرد گھمایا جائے تو کرہ بنتا ہے
 (دیکھو شکل)۔
 مینس کا گیند کرہ کی عام مثال ہو سکتا ہے۔

مسئلہ (۳۹)

۱۶۶۔ کوہ کا حجم معلوم کرنا جب کہ اس کا قطر دیا ہو اھو۔
 فرض کرو کہ ا د ب ع ایک کرہ ہے اور اس کے قطر ا ب کا
 ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے رہے۔
 مطلوب یہ ہے کہ ا د ب ع کا حجم کی رقم میں معلوم کریں۔
 چونکہ کرہ، منشور ثلثی مجسم ہے (صفحہ ۱۶۱)
 اس لئے ضابطہ —

$$ح = \frac{ع}{۳} (ق + ق۲ + ق۳)$$

سے کرہ کا حجم دریافت ہو سکتا گا۔ دفعہ ۱۶۱



اب اگر ہم کرہ اور دو متوازی
 ماسی مستوی سطحوں ن اور ک کے نقاط
 تماس کو کرہ کے دو متوازی سرے تصور
 کریں تو دائرہ ا ب ج کو ا ب متوازی سرو
 کے درمیان کی وسطی تراش تصور کیا جاسکتا
 ہے اور قطر د ع متوازی سروں کا درمیانی

فاصلہ ہوگا۔

اس لئے منابطہ $ج = \frac{ق}{۴} - (ق + ق_۱ + ق_۲ + \dots + ق_n)$ میں ہم قبل کے اندراجات کر سکتے ہیں :-

$$ع = ۱$$

$$ق = ۰$$

$$ق = ۰$$

$$ق = \frac{۲ \pi}{۴} = \frac{\pi}{۲} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱}$$

$$\therefore \text{کرہ کا حجم} = \frac{۱}{۴} - \left(\frac{\pi}{۴} \cdot ۲ + ۰ + ۰ + \dots \right) \text{ مکعب اکائیاں}$$

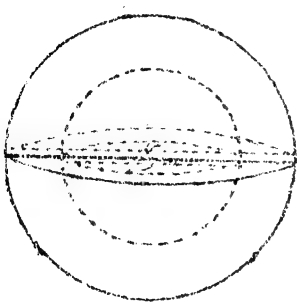
$$= \frac{۲ \pi}{۴} \text{ مکعب اکائیاں}$$

قاعدہ۔ کرہ کے قطروں کی طولی اکائیوں کی تعداد کے مکعب کو ۲ سے ضرب دو۔ تب حاصل ضرب کا چھٹا حصہ کرہ کے حجم میں متناظر مکعب اکائیوں کو تعبیر کریگا۔
یا مختصراً۔

$$\text{کرہ کا حجم} = \frac{\pi}{۴} \times (\text{قطر})^۲$$

$$\text{ج} = \frac{۲ \pi}{۴} \dots \dots \dots (۱)$$

$$ر = \frac{\pi}{۴} \dots \dots \dots (۲)$$



۱۴۷۔ کروی غول کے حجم کے لئے دو ہم مرکز گولوں کے قطروں کی درمیان منابطہ آسانی کے ساتھ اخذ کیا جاسکتا ہے۔ کیونکہ غول کا حجم دو ہم مرکز گولوں کے حجموں کے حاصل ضرب کے مساوی ہوتا ہے۔

$$\text{یعنی ج} = \frac{\pi}{۴} \times \frac{۲ \pi}{۴} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۴۶}$$

$$= \frac{\pi}{۴} \times (\text{م}^۲ - \text{م}^۳) \dots \dots \dots$$

جہاں r اور R دونوں کُرّوں کے قطر اور H خول کا حجم ہے۔

$$\therefore H = \frac{\pi}{4} (R - r) (R^2 + rR + r^2)$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot R \cdot (R - r) \left(1 + \frac{r}{R} + \frac{r^2}{R^2}\right)$$

اب فرض کر دو کہ خول کی دبازت قطر r کے مقابلہ میں کم ہے۔
تب $\frac{r}{R}$ تقریباً اکائی کے مساوی ہے اور

$$H = \frac{\pi}{4} \cdot R \cdot (R - r) \approx 2 \times \text{تقریباً}$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot R \cdot 2 \times \text{تقریباً} \quad (\text{جہاں } \theta = \text{خول کی دبازت})$$

۳۔ $H = \frac{\pi}{4} \cdot R \cdot \theta \approx \text{تقریباً}$
نیز اگر خول کی دبازت قطر r کی تقریباً نصف ہو یعنی اگر خول تقریباً ٹھوس کرہ ہو تو $\frac{r}{R}$ بہت چھوٹی مقدار ہوگی۔
اور —

$$H = \frac{\pi}{4} \cdot R \cdot (R - r) \approx \text{تقریباً}$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot R \cdot 2 \times \text{تقریباً} \quad (\text{جہاں } \theta = \text{خول کی دبازت})$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot R \cdot \theta \approx \text{تقریباً}$$

۱۶۸۔ اگر کرہ کو مقابل کے قطبین پر چبٹا کر دیا جائے تو اسے کسلا کر نما کہتے ہیں۔

زمین ایک کرہ نما ہے۔

قطع ناقص کو اگر اس کے

ایک محور کے گرد گھمایا جائے تو ایسا

مجسم پیدا ہوتا ہے۔

اگر قطع ناقص اپنے محور

۱۔ اصغر کے گرد گھومے تو بزرگ کرہ نما



شکل ۱۔



شکل ۱

پیدا ہوتا ہے اس کو چپٹا کرہ نما کہتے ہیں (دیکھو شکل ۱)
اگر قطع ناقص اپنے محور اعظم کے گرد گھومے تو بر کرہ نما پیدا ہوتا ہے اس کو لمبوتر کرہ نما کہتے ہیں (دیکھو شکل ۲)۔
گھڑی تقریباً پچھٹے کرہ نما کی

عام مثال اور گبی (Rugby) فٹ بال لمبوترے کرہ نما کی عام مثال ہو سکتے ہیں۔

جیسا کہ بیان کیا جا چکا ہے کرہ نما فٹ بالی مجسم ہیں۔ دفعہ ۱۶۱ اس لئے ان کے حجم بھی ذیل کے ضابطہ سے دریافت کیے جا سکتے ہیں:-

ح = $\frac{4}{3} \pi \left(\frac{a+b+c}{3} \right)^3$ (۱)
اس کرہ کی طرح کرہ نما دو متوازی ماسی سطحوں کے قیاط تماس کو کرہ نما کے دو متوازی سرے تصور کر سکتے ہیں۔
اس لئے ہم لکھ سکتے ہیں کہ -

$$c = a$$

$$c = b$$

اور قطع ناقص (جس کے گھومنے سے کرہ نما بنتا ہے) کا محور اعظم ۲ اور محور اصغر ۲ ہو تو ہم یہ بھی مندرج کر سکتے ہیں -

$$ع = ۲ = ب \text{ اور } ق = ۳ \text{ اور } ۲ \text{ جب کہ کرہ نما چپٹا ہے}$$

$$ع = ۲ = ب \text{ اور } ق = ۳ \text{ جب کہ کرہ نما لمبوتر ہے}$$

ان اندراجات کی بنا پر ہمیں ذیل کے ضابطے حاصل ہوتے ہیں:-
(۱) چپٹے کرہ نما کے لیے
$$ح = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{۲ \times ۳ + ۰ + ۰}{۳} \right)^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi \left(\frac{۶}{۳} \right)^3$$

$$(۲) \text{ لمبوترے کرہ نما کے لیے}$$

$$7 = \frac{12}{4} (\pi \times 3 + 0 + 0) \text{ (ب)}$$

$$= \frac{3}{4} \pi \text{ (ب)}$$

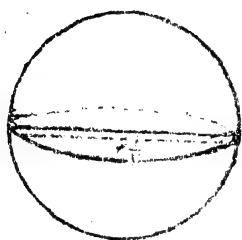
توضیحی مثالیں

- ۱۶۹

مثال ۱: $\frac{1}{4}$ انچ قطر کے ایک کرہ کا وزن ۹ اونس ہے: اُس مادہ کے ایک مکعب فٹ کا وزن معلوم کرو جس سے کرہ بنایا گیا ہے۔

$$\text{کرہ کا حجم} = \frac{3}{4} \pi \text{ مکعب انچ} \dots \text{دفعہ ۱۶۶}$$

$$\text{جہاں } r = \frac{1}{8}$$



$$\therefore \text{کرہ کا حجم} = \frac{3}{4} \pi \left(\frac{1}{8}\right)^3 \text{ مکعب انچ}$$

$$= \frac{539}{128} \text{ مکعب انچ}$$

$$\therefore \frac{539}{128} \text{ مکعب انچ مادہ کا وزن ۹ اونس ہے}$$

$$\therefore \frac{1}{128} \text{ مکعب فٹ مادہ کا وزن}$$

$$\text{اونس} = \frac{128 \times 1428 \times 9}{539} = 333.18 \text{ پونڈ}$$

مثال ۲: بتاؤ کہ ۳ انچ قطر کے سیدھے گولے سے $\frac{1}{4}$ انچ قطر کی کتنی گولیاں ڈھالی جاسکتی ہیں اگر دورانِ عمل دھات کا کچھ بھی حصہ ضائع نہ ہو۔

$$\frac{1}{4} \text{ انچ قطر کی ہر ایک گولی کا حجم} = \frac{3}{4} \pi \left(\frac{1}{8}\right)^3 \text{ مکعب انچ} \dots \text{دفعہ ۱۶۶}$$

$$3 \text{ انچ قطر کے گولے کا حجم} = \frac{3}{4} \pi (3)^3 \text{ مکعب انچ} \dots \text{دفعہ ۱۶۶}$$

$$\therefore \text{گولیوں کی مطلوب تعداد} = \frac{(3)^3 \times \pi}{\left(\frac{1}{8}\right)^3 \times \pi} = 1428$$

مثال ۳: ۶ انچ قطر کے توپ کے ایک کروی گولے کو بچھا کر ایک ایسے مخروطی

ساینے میں ڈھالا گیا ہے جس کے قاعدہ کا قطر ۱۲ انچ ہے : مخروط کا ارتفاع معلوم کرو۔
توپ کے گولہ کا حجم = $\frac{\pi}{4} \times ۱۲^3$ مکعب انچ دفعہ ۱۶۶
یہاں $r = ۶$ انچ

$$\therefore \text{توپ کے گولہ کا حجم} = \frac{\pi}{4} \times ۱۲^3 \text{ مکعب انچ}$$

اور اگر E انچ = مخروط کا ارتفاع

تو مخروط کا حجم = $\frac{1}{3} \times \pi \times ۶^2 \times E$ مکعب انچ دفعہ ۱۴۲
 $\therefore \frac{1}{3} \times \pi \times ۶^2 \times E = \frac{\pi}{4} \times ۱۲^3$

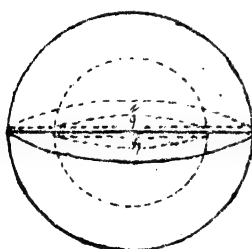
$$E = ۳$$

اس لیے مخروط کا ارتفاع ۳ انچ ہے۔

مثال ۴: اگر ۴ انچ قطر کے لوہے کے ایک گولہ کا وزن ۹ پونڈ ہو تو بتاؤ کہ
لوہے کے اُس خول کا وزن کیا ہوگا جس کے بیرونی اور اندرونی قطر بالترتیب ۹ انچ
اور ۶ انچ ہیں؟

خول کی جسامت = $\frac{\pi}{4} \times (۹^2 - ۶^2)$ مکعب انچ . . دفعہ ۱۶۷

جہاں $r = ۹$ اور $r = ۶$



$$\therefore \text{خول کی جسامت} = \frac{\pi}{4} \times (۹^2 - ۶^2) \text{ مکعب انچ}$$

نیز گولہ کا حجم = $\frac{\pi}{4} \times ۹^3$ مکعب انچ . . دفعہ ۱۶۶
لیکن گولہ کا وزن ۹ پونڈ ہے

$$\therefore \text{خول کا وزن} = \frac{\pi \times ۹ \times (۹^2 - ۶^2)}{4 \times ۹^3}$$

$$= \frac{۹ \times ۲۷}{۹^3} \text{ پونڈ}$$

مثال ۵: ایک ایسے کرہ کا نصف قطر دریافت کرو جس کے محیط اور حجم کی عددی
قیمتیں وہی ہیں۔

فرض کرو کہ رطولی اکائیاں = کرہ کا نصف قطر

تب کرہ کا حجم = $\frac{2}{3} \pi r^2 h$ کعب اکائیاں دفعہ ۱۲۶
جہاں $r = ۲$

∴ کرہ کا حجم = $\frac{2}{3} \pi \times ۲^2 \times ۲$ کعب اکائیاں

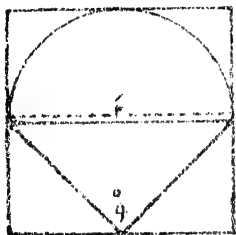
نیز کرہ کا محیط = $2 \pi r$ رخلی اکائیاں دفعہ ۶۹
اس لیے $\frac{2}{3} \pi \times ۲^2 = ۲$

$$۱۵ = ۲$$

$$۱۵۲۲۲ = ۲$$

مثال ۱: ایک قائم مخروط اور ایک نصف کرہ ۲ فٹ قطر کے مشترک قاعدہ پر متقابل سمتوں میں واقع ہیں۔ مخروط کا اسی زاویہ قائم ہے: اس وضع میں اگر ایک اسطوانہ ان کا احاطہ کرے تو بتاؤ کہ اس سے کتنی زائد فضا بچ جائیگی؟
تینوں شکلوں کے مجموعہ کی ایک استعاب

تراش پر غور کرو۔



ہر ایک شکل کے قاعدہ کا قطر ۲ فٹ ہوگا۔
اسطوانہ کا ارتفاع نصف کرہ کے نصف قطر سے دو چہ
اور مخروط کی بلندی نصف کرہ کے نصف قطر کے برابر
ہوگی۔

∴ نصف کرہ کا حجم = $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \pi \times ۲^2 \times ۲$ کعب فٹ
..... دفعہ ۶۶

مخروط کا حجم = $\frac{1}{3} \pi \times ۲^2 \times ۲$ کعب فٹ دفعہ ۱۲۶

اسطوانہ کا حجم = $\pi \times ۲^2 \times ۲$ کعب فٹ دفعہ ۱۳۱
پس اسطوانہ کے احاطہ کرنے کی وجہ سے زائد فضا =

$$\left\{ \pi \times ۲^2 - \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \pi \times ۲^2 \times ۲ + \frac{1}{3} \pi \times ۲^2 \times ۲ \right) \right\}$$

$$= \pi \text{ کعب فٹ}$$

مثال ۲: ایک کرہ کے قطر کا پانچواں حصہ ہے: تقریباً معلوم کر کہ اس کا حجم ایک دوسرے سے

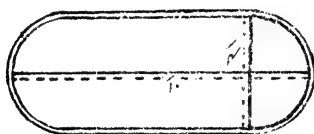
ایسے کرہ کے حجم سے کتنے مکعب میل زیادہ ہوگا جس کا قطر پہلے کرہ کے قطر سے ۵۰ گز کم ہے؟
 بھوٹے کرہ پر پڑے کرہ کی زیادتی = ۳۳ مسٹ مکعب میل تقریباً... دفعہ ۱۶۷
 جہاں سم = ۶۰۰ اور ٹ = $\frac{۲۵}{۱۰۶۰}$

$$\therefore \text{زیادتی} = \frac{۲۵ \times ۶۰۰ \times ۶۰۰ \times \pi}{۱۰۶۰} \text{ مکعب میل تقریباً}$$

$$= \frac{۲۵ \times ۶۰۰ \times ۶۰۰ \times \pi}{۱۰۶۰ \times ۴} \text{ مکعب میل تقریباً}$$

$$= \frac{۱۶۰۰ \times ۱۶۰۰ \times \pi}{۲} \text{ مکعب میل تقریباً}$$

مثال ۷: پٹواں لوسہ کے ایک بند اسطوانہ نما جو اشارہ کا طول ۱۰ فٹ قطر ۴ فٹ اور دروازت $\frac{۳}{۸}$ انچ ہے اور اُس کے سرے نصف کروی ہیں : اگر اکعب فٹ پٹواں لوسہ کا وزن ۴۹۶ پونڈ ہوتا ہو تو اس جو اشارہ کی دھات کا وزن معلوم کرو۔



جو اشارہ کا حجم = بیرونی
 سطح سے گھری ہوئی فضا -
 اندرونی سطح سے گھری ہوئی
 فضا۔

$$\text{بیرونی سطح سے گھری ہوئی فضا} = \left\{ ۲ \times \left(۲۴ \frac{۳}{۸} \right) \pi + \frac{\pi \left(۲۴ \frac{۳}{۸} \right)^3}{۶} \right\} \text{ مکعب انچ}$$

(دفعات ۱۶۶، ۱۳۱)

$$= \left(۲۴ \frac{۳}{۸} \right) \pi \left\{ ۲ + \frac{۸ \times ۲۴ \frac{۳}{۸}}{۶} \right\} \text{ مکعب انچ}$$

$$= \frac{۶۶۴}{۶} \times \left(\frac{۱۹۵}{۸} \right) \pi \text{ مکعب انچ}$$

$$\text{اندرونی سطح سے گھری ہوئی فضا} = \left\{ ۲ \times \left(۲۴ \right) \pi + \frac{\pi \left(۲۴ \right)^3}{۶} \right\} \text{ مکعب انچ دفعات ۱۶۶، ۱۳۱}$$

$$= \left(۲۴ \right) \pi \left\{ ۲ + \frac{۸ \times ۲۴}{۶} \right\} \text{ مکعب انچ}$$

$$= \pi (22)^2 \times \frac{122}{4} \text{ مکعب انچ}$$

$$= \pi (22)^2 \times 10.2 \text{ مکعب انچ}$$

$$\therefore \text{جو شمارہ کا حجم} = \pi \left\{ \left(\frac{19.5}{8} \right)^2 \times \frac{122}{4} - (22)^2 \times 10.2 \right\} \text{ مکعب انچ}$$

$$= \pi \times 21815995$$

$$= 359480 \text{ مکعب فٹ}$$

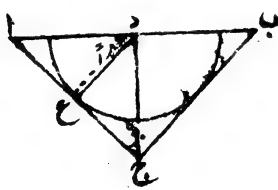
اس لیے۔

$$\text{وحدات کا وزن} = 359480 \times 294 \text{ پونڈ} = 105485160 \text{ پونڈ تقریباً}$$

نوٹ۔ جو غلو کی سطح کو وحدات کی دیارت سے ضرب دے دیا جائے تو اس کا تقریبی حجم زیادہ آسانی کے ساتھ معلوم ہو سکتا ہے۔

مثال ۹: مخروطی وضع کے ایک ایسے جام شراب میں پانی بھر گیا جس کا راسی زاویہ ایک قائمہ ہے۔ پھر ایک انچ نصف قطر کے ایک نصف کرہ کو پانی میں اس طرح ڈبوایا گیا کہ اس کی ممئی سطح نیچے کی طرف رہے۔ اب معلوم ہوا کہ جب نصف کرہ جام شراب کے بازوئل پر تک جاتا ہے تو اس کی استوی سطح عین پانی کی سطح میں رہتی ہے۔

نصف کرہ کو ڈبوئے کے بعد جام میں جو پانی باقی رہ جاتا ہے اس کی مقدار معلوم کرو۔



فرض کرو کہ شکل سے مخروط اور نصف کرہ کی انتصابی وسطی قرائش تبصیر ہوتی ہے۔

چونکہ مثلثات ۱ دج

اور د ع ج قسادی الساقین قائم الزویہ مثلث ہیں اور د ع کا طول = انچ

ہے۔

$$\therefore ۱ د = د ج = ۲۶ انچ \dots \dots \dots \text{و غیر ۱۱}$$

ہر ایک کو مس کرے ؟

چاروں گوشے جب حسب شرائط سوال رکھے ہوئے ہوں تو ان کے مرکز ایک ایسے مربع کے چار گوشے ہونگے جس کے ضلع کا ناپ ۱۶ انچ ہے۔
اس لیے اگر شکل سے اس مربع کے وتر میں سے گزرنے والے گوشوں کی انتصابی تراش تعبیر ہو اور اگر پانچویں گوشہ کا نصف قطر لا انچ ہو تو۔

$$اب = ۱۶ \times ۲۱ \text{ انچ} \quad \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۷}$$

$$ج = ۸ \times ۲۱ \text{ انچ}$$

$$ج = (۸ + ۱۱) \text{ انچ}$$

$$د = (۱۱ - ۸) \text{ انچ}$$

$$\text{لیکن } ج = ج + د = ۲۱ + ۲ = ۲۳ \dots \dots \dots \text{اقلیدس متلاہ اول شکل ۷۷}$$

$$\therefore (۸ + ۱۱) + ۱۲ = ۲(۱۱ - ۸)$$

$$۱۲۸ = ۱۱۲$$

$$۲ = ۱۱$$

اس لیے پانچویں گوشہ کا قطر ۸ انچ

امثلہ نمبری (۲۷)

(جب تک کہ خاص طور سے ذکر نہ کیا جائے $\pi = \frac{22}{7}$)

ذیل میں مندرج قطروں کے حجم معلوم کرو:-

۱۔ ۹ فٹ - ۲ - ۳ فٹ ۲ انچ - ۳ - ۱۲۵ ۶۱ انچ۔

۴۔ اگر ۲ فٹ، انچ

گردوں کے قطر معلوم کرو جن کے حجم ذیل میں مندرج ہیں:-

۵۔ $\frac{2}{9}$ ، ۱۱ کعب فٹ ۶ - $\frac{1}{2}$ ۱۱۳ کعب انچ۔

کعب انچ میں اعشاریہ کے دو مقامات تک ان گردوں کے حجم معلوم کرو جن کے محیط ذیل میں مندرج ہیں:-

- ۷۔ ۱۰ انچ - ۸ - ۲ فٹ ۲ انچ
- ۹۔ بتاؤ کہ سیسہ کے ایک ایسے کعب سے کرودی وضع کی کتنی گولیاں بنائی جاسکتی ہیں جس کے کنارے کا ناپ ۱۰ انچ ہے اس طرح کہ ہر گولی کا قطر ۱ انچ ہو؟
- ۱۰۔ نصف کرودی وضع کے ایک ایسے پیارے میں کتنے گیلن پانی آئیگا جس کا نصف قطر ۲ فٹ ہے؟
- ۱۱۔ دھات کے ایک ٹھوس کرہ کا وزن معلوم کرو جس کا نصف قطر ۸ انچ ہے اگر اکعب ۱ انچ دھات کا وزن ۸ اونس (Avoirdupois)
- ۱۲۔ ایک نل کے ذریعہ نصف کرودی وضع کا ایک تالاب ۸ گیلن فی منٹ کی شرح سے خالی کیا جاتا ہے۔ بتاؤ کہ اگر تالاب کا قطر ۲ فٹ ۶ انچ ہو تو اس کا نصف حصہ خالی کرنے کے لیے کتنی مدت صرف ہوتی؟
- ۱۳۔ ایک ایسے قائم شدہ اسطوانہ کا حجم معلوم کرو جس کے سرے نصف کرے ہیں اگر اُس کا زیادہ سے زیادہ طول ۲۲ فٹ اور قطر ۲ فٹ ۶ انچ ہے۔
- ۱۴۔ بتاؤ کہ ایک ایسے کرودی خول میں کتنے وزن کا سفوف بھرا جاسکتا ہے جس کا اندرونی قطر ۸ انچ ہے اگر ۳ کعب انچ سفوف کا وزن ۱ پونڈ ہو؟
- ۱۵۔ اس کرودی خول کا حجم معلوم کرو جس کے اندرونی اور بیرونی قطر بالترتیب ۸ انچ اور ۱۰ انچ ہیں۔
- ۱۶۔ ایک کرودی خول کا اندرونی قطر ۱ انچ اور اس کی دیوارت ۱/۲ انچ ہے: خول کا وزن معلوم کرو اگر وہ ایسے مادہ کا بنا ہوا ہو جس کا وزن ۸۰ پونڈ فی کعب فٹ ہے۔
- ۱۷۔ ایک کرودی خول کا بیرونی قطر ۱ انچ اور اُس کی دیوارت ۱ انچ ہے: اس کا وزن معلوم کرو اگر وہ ۵ اونس فی کعب انچ وزنی مادے کا بنا ہوا ہو۔
- ۱۸۔ ایک قطع ناقص کے محور اعظم اور محور اصغر کے ناپ بالترتیب ۲ فٹ ۸ انچ اور ۴ انچ ہیں۔ یہ اپنے محور اصغر کے گرد گھومتا ہے اس طرح بننے والے کرہ نما کا حجم معلوم کرو۔
- ۱۹۔ ایک قطع ناقص کا محور اعظم ۲۲ و ۷ انچ اور محور اصغر ۸۲ و ۳ انچ ہے اور یہ اپنے محور اعظم کے گرد گردش کرتا ہے اس طرح بننے والے کرہ نما کا حجم دریافت کرو۔ (۳۵۱۳۳۳۳۳)

سوالات امتحانات

- ۱۔ قائم مخروط کی وضع کے ایک ایسے ٹھوس کو جس کا قاعدہ نصف کرہ ہے پانی سے بھرے ہوئے ایک قائم اسطوانہ کی وضع کے برتن میں ڈال دیا گیا اور وہ برتن کی تہ کو مس کرتا ہے۔ ہٹائے ہوئے پانی کا حجم معلوم کرو اگر اسطوانہ کا قطر ۳ فٹ، بلندی ۴ فٹ، نصف کرہ کا نصف قطر ۴ فٹ اور مخروط کا ارتفاع ۴ فٹ ہو۔ (جامعہ الہ آباد: انٹر میڈیٹ)
- ۲۔ پانی کے ایک قطرہ کو $\frac{1}{16}$ انچ قطر کا کرہ فرض کیا جائے تو بتاؤ کہ ایسے ... قطروں سے ایسے مخروط نامیہ جام شراب میں کتنی گرائی تک پانی بھر جائیگا جس کا ارتفاع اس کے بالائی کنارہ کے قطر کے برابر ہو۔ (جامعہ الہ آباد: انٹر میڈیٹ)
- ۳۔ وہ کون سے تین صحیح اعداد ہیں جو کرہ اس کے حافظ اسطوانہ اور مسائط مساوی الاضلاع مخروط کے مجموعوں کے تناسب ہیں۔ (جامعہ ممبئی: ایل۔ سی۔ ای۔ دوسرا امتحان)
- ۴۔ مخروط کے حجم سے ایک کرہ کا حجم اخذ کرو۔ ()
- ۵۔ ایک کرہ کا قطر ۳۶ انچ ہے۔ اس کا حجم کعب فٹوں میں معلوم کرو۔ (جامعہ پنجاب: سیول انجینئرنگ کا پھلا امتحان)
- ۶۔ توپ کے ایک کروی گولہ کا قطر ۹ انچ ہے اس کو پھلا کر ایک ایسے مخروطی سا پنچ میں ڈھالا گیا جس کے قاعدہ کا قطر ۱۸ انچ ہے: مخروط کا ارتفاع معلوم کرو۔ (جامعہ پنجاب: سیول انجینئرنگ کا پھلا امتحان)
- ۷۔ اس کرہ کا حجم کیا ہے جس کا قطر ۲۱ انچ ہے؟ ()
- ۸۔ یہ تخمینہ ہے کہ ایک سال میں آفتاب سے زمین کو جتنی حرارت پہنچتی ہے وہ تمام سطح زمین پر ۱۰۰ فٹ دبازت کی برف کی بل کو گھلا دینے کے لئے کافی ہو جائیگی۔ زمین کو ۴۰۰۰ میل نصف قطر کا کرہ فرض کر کے اس برف کا حجم

کعب میلوں میں معلوم کرو۔ (جامعہ مدلاس۔ بی۔ ۱۔ ۱۱۔ امتحان)

۹۔ ۱۲ اینچ پیردنی قطر کا ایک کھوکھلا خول ایک ایسے مخروطی برتن میں رکھا گیا جس کا ارتفاعی زاویہ ۹۰ ہے اور اس میں یہاں تک پانی بھرا گیا کہ خول ٹھیک ٹھیک ڈھک جائے اور اس میں کاغذ بھر جائے۔ پھر خول کو پانی سے خالی کر کے برتن میں سے نکال لیا جاتا ہے اور اس کے بجائے اتنے ہی قطر کا ایک ٹھوس گولہ اس میں رکھا جاتا ہے تو اس سے پانی $\frac{1}{4}$ اینچ اوپر چڑھ جاتا ہے۔ خول کی دہلیز تقریباً معلوم کرو۔ (جامعہ کلکتہ: امتحان ایف۔ ۱۔ ۱۱)

۱۰۔ لوہے کا ایک ٹھوس کعب جس کے کنارہ کا طول ۲ فٹ ہے اور افٹ نصف قطر کا $\frac{1}{2}$ ہے کا ایک ٹھوس کرہ کعب وضع کے ایک ایسے حوض میں ڈال دیے گئے جس کا ضلع ۶ فٹ ہے اور جو نصف حصہ تک پانی سے بھرا ہوا ہے۔ اگر کعب اور کرہ دونوں پانی میں کلیئہ ڈوب جائیں تو اعشاریہ کے پانچ مقامات تک دریافت کرو کہ پانی کی سطح کتنے اینچ چڑھ جائیگی (جامعہ کلکتہ۔ ۱۔ امتحان۔ ایف۔ ۱۱۔ ۳۱ = ۳۱۵۹)

۱۱۔ ایک ایسے اسطوانہ سے جس کا ارتفاع قطر کے مساوی ہے کتنا بڑے سے بڑا کرہ بنانا ممکن ہے۔ بتاؤ کہ ابتدائی مجسم کے حجم کا کونسا کسری حصہ کاٹ ڈالا گیا؟ (جامعہ کلکتہ: امتحان ایف۔ ۱۱)

سب پورا پورے ڈیپارٹمنٹ: ماہانہ

۱۲۔ لوہے کے ایک ایسے مخروط مضلع کا وزن معلوم کرو جس کا ارتفاع ۸ اینچ اور جس کا قاعدہ ۲ اینچ ضلع کا ایک مثلث مساوی الاضلاع ہے۔ یہ فرض کر لیا جائے کہ ۴ اینچ قطر کے لوہے کے کرہ کا وزن ۹ پونڈ ہوتا ہے۔

۱۳۔ ۱۵ فٹ قطر کے ایک نصف کروی برتن کی گنجائش ایک ایسے اسطوانہ نما برتن کی گنجائش کی ایک سو بیس گنی ہے جس کی گہرائی ۶ فٹ ۶ اینچ ہے۔ اسطوانہ نما برتن کا قطر معلوم کرو۔

۱۴۔ کسی آدہ کے ۴ اینچ نصف قطر کے گولہ کا وزن ۸ پونڈ ہے۔ اسی آدہ کے ایک ایسے کروی خول کا وزن معلوم کرو جس کے اندرونی اور

بیرونی قطر بالترتیب ۸ انچ اور ۱۰ انچ ہیں۔
۱۵۔ ایک ایسے مخروط کے قاعدہ کا نصف قطر معلوم کرو جس کا حجم ۵ فٹ نصف قطر کے کرہ کے حجم کے مساوی ہے اور مخروط کا ارتفاع کرہ کے نصف قطر کا نصف ہے۔

۱۶۔ اگر زمین کا قطر ۸۰۰۰ میل ہو اور ماہران علم طبقات الارض سطح کے نیچے ۵ میل گہرائی تک زمین کی اندرونی حالت سے واقف ہو چکے ہوں تو بتاؤ کہ زمین کی کل مساحت کے کونسے کسری حصہ سے واقفیت ہو چکی ہے ؟
۱۷۔ ایسے مستطیلی جسم سے ۱۰ انچ قطر کی کتنی کرودی گولیاں بنائی جاسکتی ہیں جس کے ابعاد ۱ فٹ ۳ انچ ۱ فٹ ۲ انچ اور ۵ انچ ہیں ؟
۱۸۔ ایک مخروط کے قاعدہ کا نصف قطر ۲ انچ ہے اگر اس کا حجم ۲ انچ قطر کے کرہ کے حجم کے مساوی ہو تو اس کا ارتفاع معلوم کرو۔

۱۹۔ ایک مجسم ایک مخروط اور ایک نصف کرہ پر اس طرح مشتمل ہے کہ یہ فٹ قطر کے ایک مستطیر قاعدہ کے مقابل جانبوں پر واقع ہیں اور مخروط کا راسی زاویہ ایک قائمہ ہے : مجسم کا حجم معلوم کرو۔

(سب پورا پورینٹس ڈپارٹمنٹ : امتحان سالانہ)
۲۰۔ نصف کرودی وضع کے ایک برتن کے بالائی کنارہ کا طول ۵ فٹ ۶ انچ ہے : اگر وہ نصف مجسم تک شربت سے بھرا ہوا ہو تو بتاؤ کہ ۱۲ انچ قطر کے نصف کرودی پیالوں میں کتنے گودیوں کو شربت پلایا جاسکتا ہے ؟
(سب پورا پورینٹس ڈپارٹمنٹ : امتحان سالانہ)

۲۱۔ ۲ فٹ لمبی نلی میں کچھ پانی ہے ایک کرہ جوتلی میں ٹھیک ٹھیک سما سکتا ہے اس کے اندر ڈالا گیا اور معلوم ہوا کہ پانی کی سطح ٹھیک ٹھیک کرہ کے بلند ترین نقطہ تک پہنچ گئی۔ نلی میں کتنا پانی تھا ؟
(سب پورا پورینٹس ڈپارٹمنٹ : فائنل)

۲۲۔ لوہے کے ایک خول کا بیرونی قطر ۱ فٹ ۵ انچ ہے اور دھات کی دیوارت ۲ انچ ہے۔ خول کا وزن معلوم کرو [اکعب فٹ لوہے کا وزن = ۴۵۰ پونڈ] (۲)

۲۳- ۶ اینچ نصف قطر کے سیسہ کے ایک نصف کرہ سے ایک ٹھوس مکعب بنایا گیا۔ اعشاریہ کے تین مقامات تک مکعب کے کنارہ کا طول معلوم کرو (۳ = ۱۵۹/۳۱)۔
(سٹراکی انجینیر: د اخلہ)

۲۴- ایک ایسے خول کی دبازت معلوم کرو جس کے بیرونی قطر کا ناپ ۷ اینچ اور جس کا وزن اتنے ہی قطر کے ایک ٹھوس گولہ کے وزن کا نصف ہے۔
(سٹراکی انجینیر: د اخلہ)

۲۵- لوہے کے ایک خول کا وزن معلوم کرو جس کا بیرونی قطر ۱۳ اینچ اور لوہے کی دبازت ۲ اینچ ہے۔ (لوہے کا وزن فی مکعب اینچ = ۴۵۲ اونس)
(سٹراکی انجینیر: د اخلہ)

۲۶- اگر ایک کروی خول سے ایک ٹھوس کرہ بنایا جائے اور اس کا حجم خول کے کھوکھلے حصہ کے حجم کے برابر ہوتا ہو تو بتاؤ کہ خول کی دبازت کیا ہونی چاہیئے؟
(سٹراکی انجینیر: د اخلہ)

سٹراکی اپر سب آرمڈ اینٹ: د اخلہ
۲۷- ۴ فٹ قطر کے مشترک قاعدہ کے مقابل جانبوں پر ایک نصف کرہ اور ایک قائم مخروط واقع ہیں اور مخروط کا راسی زاویہ ایک قائمہ ہے۔ اس وضع میں اگر ایک اسطوانہ ان کا احاطہ کرے تو بتاؤ کہ کس قدر زائد نقصا گھر جائیگی؟

۲۸- اگر ۲۰ مکعب اینچ بارود کا وزن ایونڈ ہو تو اس کھوکھلے کرہ کا قطر معلوم کرو جس میں ایونڈ بارود آسکتی ہے۔

۲۹- بتاؤ کہ ۲ فٹ ۴ اینچ قطر کے ایک نصف کروی کوئٹے میں کتنے گیلن پانی آسکتا ہے؟

۳۰- نصف کروی سروں والا لوہے کا ایک اسطوانہ پانی میں ڈبو دیا گیا۔ ہٹائے ہوئے پانی کی مقدار معلوم کرو۔ جسم کا بڑے سے بڑا طول ۱۲ فٹ اور قطر ۳ فٹ ہے۔

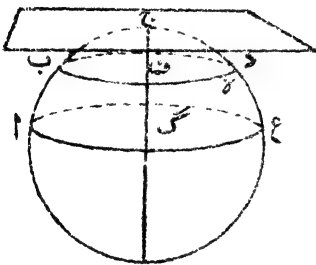
۳۱- ایک کروی خول کے بیرونی اور اندرونی قطر بالترتیب $\frac{1}{10}$ ۱۵ اینچ اور

- ۳۱۔ انچ ہیں حجم معلوم کرو۔
- ۳۲۔ ۱۳ انچ کے گوبے کے خول کا وزن معلوم کرو جس کی دبازت ۲ انچ ہے ایک مکعب فٹ گوبے کا وزن ۲۴۱ پونڈ ہوتا ہے۔
- ۳۳۔ گوبے کے اس خول کا وزن کیا ہوگا جس کا بیرونی اور اندرونی قطر بالترتیب ۱۳ انچ اور ۱۰ انچ ہے۔ اگر ۱۱ انچ قطر کے گوبے کے گول کا وزن ۹ پونڈ ہوگا۔
- ۳۴۔ ایک نصف کروڑی کوٹا جس کا اندرونی نصف قطر ۱۱ انچ ہے پانی سے بھرا گیا اور اس طرح رکھا گیا کہ اس کا بالائی کنارہ متوازی الافق رہے پھر ایک مخروط کو جس کا راسی زاویہ ۹۰ ہے اس کے اندر اس طرح ڈلوایا گیا کہ اس کا محور انتصباہ رہے اور قاعدہ کو ٹکڑے کے بالائی کنارہ کی سطح میں اور راس برتن کی سطح کے مرکز پر رہے۔ بتاؤ کہ مخروط کو اس طرح ڈالنے کے بعد برتن میں کتنا پانی باقی بچے گا۔
- ۳۵۔ گوبے کے اس کروڑی خول کا وزن معلوم کرو جس کے اندرونی اور بیرونی قطر بالترتیب ۱۱ انچ اور ۱۰ انچ ہیں۔ ایک مکعب فٹ گوبے کا وزن ۲۴۰ پونڈ ہوتا ہے۔ [اسٹاف کالج]۔

باب بست و ہشتم

منطقہ کرہ - قطعہ کرہ اور قطاع کرہ

باب منطقہ کرہ سے کرہ کا وہ حصہ مراد ہوتا ہے جو کوئی سی دو متوازی سطحوں کے درمیان ہوتا ہے۔
 قطعہ کرہ ارتفاع سے ہے جو عمودی فاصلہ مراد ہے جو دو متوازی سطحوں کے درمیان ہوتا ہے۔



جب دو متوازی سطحوں میں سے ایک سطح کو کاٹ لیا جائے گا تو اس کو منحنی کرہ کی دو متوازی سطحوں میں منطقہ کرہ کہتے ہیں۔

اس لیے قطعہ کرہ کی تعریف اس طرح کی جاسکتی ہے کہ اس سے وہ شکل مراد ہے جو کوئی سی ایک مستوی اور اس سے کاٹے ہوئے کرہ کے حصہ پر مشتمل ہوتی ہے۔

قطعہ کا قاعدہ کرہ کی وہ تراش ہے جو مستوی سے بنتی ہے۔



پس کرہ اب ج د ع میں اب د ع ایک سطح ہے جس کا ارتفاع ف ا گ ہے اور ج ا د ایک قطعہ ہے جس کا ارتفاع ج ف اور قاعدہ ج ب ا د ہے۔

∴ منطقہ اب ج دکا حجم = $\frac{ع}{۴} (\pi ر^۲ + ۲\pi ر + \pi ل)$ کعب اکائیاں۔
اب اگر ہم کو کم کر ادوع کی رقم میں ظاہر کر سکیں تو ہمارا مطلب پورا ہو جائیگا۔

اب —
$$\left\{ \begin{aligned} ۲ + (م + \frac{ع}{۴}) ۲ &= ۲ \\ ۲ &= ۲ + م \\ ۲ &= ۲ + (م + ع) ۲ \end{aligned} \right.$$
 دفعہ ۱۶

$$\left\{ \begin{aligned} ۲ &= \frac{۲ع}{۴} + م + ۲ \\ ۲ &= ۲ + م \\ ۲ &= ۲ + م + ع + ۲ \end{aligned} \right.$$

اس لیے تفریق کرنے سے —

$$\left\{ \begin{aligned} ۲ + م + ع - \frac{۲ع}{۴} &= ۲ \\ ۲ + م + ع - ۲ &= ۲ \end{aligned} \right.$$

اس لیے م کو ساقط کرنے سے —

$$\frac{۲ + ۲ + ع}{۴} = ۲$$

اب ر کی یہ قیمت رکھنے سے حاصل ہوتا ہے کہ
منطقہ اب ج دکا حجم = $\frac{ع}{۴} \{ ۲ + ۲ + (م + \frac{ع}{۴}) ۲ \}$ کعب اکائیاں

$$= \frac{ع}{۴} \{ ۲ + ۲ + (م + \frac{ع}{۴}) ۲ \}$$
 کعب اکائیاں

پس قاعدہ — منطقہ کرہ کے سروں کے نصف قطروں میں کی طولی
اکائیوں کی تعداد کے مربعوں کے مجموعہ کے تین گنے میں اس کے ارتفاع
میں کی ان ہی طولی اکائیوں کی تعداد کا مربع جمع کرو اور اس مجموعہ کو ارتفاع میں
کی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو تب اس حاصل ضرب کو ۴۔

سے ضرب دیا جائے تو یہ حاصل ضرب منطقہ کے حجم کو متناظر کعبہ اکائیوں میں تعبیر کریگا۔

یا اختصاراً۔ منطقہ کرہ کا حجم = $\frac{\pi}{4} \times \text{ارتفاع} \times (سروں کے نصف قطروں کے مربعوں کا مجموعہ + ارتفاع^2)$

$$ح = \frac{\pi}{4} \{ ۲ع + (۲ + ۲) \}$$

صورت خاص

۱۷۳۔ قطعہ کرہ۔

یہاں $۲ = \frac{\pi}{4} \{ (۳ + ۲) \}$ کعبہ اکائیاں
 قطعہ کرہ کا حجم = $\frac{\pi}{4} \{ (۳ + ۲) \}$ کعبہ اکائیاں
 اگر کرہ کے قطر کا نام ۲ مائلی اکائیاں ہوں تو

$۲ = ع (۳ - ع)$ قطعہ کرہ
 اور ضابطہ بالا اس طرح لکھا جاسکتا ہے :

$$ح = \frac{\pi}{4} \{ ۲ع + (۳ - ع) \}$$

ظہور کرے یا $ح = \frac{\pi}{4} \{ (۳ - ع) \}$
 اگر قطعہ کرہ کا ارتفاع کرہ کے نصف قطر کے مساوی ہو تو اس صورت میں قطعہ کرہ کا حجم ایک نصف کرہ ہوگا۔ تب ضابطہ

$$\frac{\pi}{4} \{ (۳ - ع) \}$$

میں $ع = \frac{۲}{۲}$ لکھنے سے۔

نصف کرہ کا حجم = $\frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot (3r - r)$ مکعب اکائیاں

$$= \frac{\pi r^3}{12} \text{ مکعب اکائیاں}$$

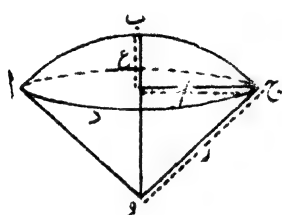
اور یہ دفعہ ۱۶۶ میں حاصل شدہ نتیجہ کے مطابق ہے۔

مسئلہ (۴۱)

۱۶۴-

قطاع کرہ کا حجم معلوم کرنا جب کہ اس کے قطعہ کا ارتفاع اور کرہ کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ AB ج D ایک قطاع کرہ ہے اور اس کے قطعہ AB ج D کا ارتفاع اور کرہ کا نصف قطر بالترتیب E اور R طولی اکائیاں ہیں۔



مطلوب یہ ہے کہ قطاع کا حجم E اور R کی رقم میں دریافت کیا جائے۔

فرض کرو کہ اسی طولی اکائی کے لحاظ سے قطعہ کے قاعدہ کا نصف قطر R ہے۔

اب قطاع AB ج D کا حجم = قطعہ AB ج D کا حجم + مخروط AB ج D کا حجم

$$= \frac{\pi}{4} \{ (3 + E^2) \} \text{ مکعب اکائیاں} + \frac{1}{3} (R - E) \pi R^2$$

مکعب اکائیاں ... و قعات ۱۶۳، ۱۶۲

لیکن $R^2 = E(2 - E)$ دفعہ ۵۵

∴ قطاع کا حجم = $\frac{\pi}{4} \{ (3 + E^2) \} + \frac{1}{3} (R - E) \pi R^2$
 $= \frac{\pi}{4} \{ (3 + E^2) \} + \frac{1}{3} (R - E) \pi R^2$

$$= \frac{\pi}{4} (ع^2 - ر^2) \text{ کعب اکائیاں} + \frac{\pi}{4} (ع^2 - ر^2) \text{ کعب اکائیاں}$$

کعب اکائیاں

$$= \frac{\pi}{4} (ع^2 - ر^2 + ع^2 - ر^2 + ع^2 - ر^2 + ع^2 - ر^2 + ع^2 - ر^2) \text{ کعب اکائیاں}$$

$$= \frac{\pi}{4} (ع^2 - ر^2) \text{ کعب اکائیاں}$$

پس قاعدہ

کرہ کے قطاع کے قطعہ کے ارتفاع میں جو طولی اکائیوں کی تعداد ہوتی ہے اُس کو کرہ کے نصف قطر میں لایہ طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع سے ضرب دیا جائے تو اس حاصل ضرب کا نتیجہ ہے قطعہ کرہ اکائیوں میں قطاع کے حجم کو تعبیر کریگا۔

یا اختصاراً

$$\text{قطاع کرہ کا حجم} = \frac{\pi}{4} \times \text{کرہ کا نصف قطر} \times \text{قطاع کرہ کا ارتفاع}$$

$$= \frac{\pi}{4} \times \text{ارتفاع} \times \text{قطاع کرہ کا ارتفاع}$$

توضیحی مثالیں

-۱۷۵

مثال ۱: ایک منطقہ کرہ کے سروں کے نصف قطر ۱۰ فٹ اور ۲۰ فٹ اور اس ارتفاع ۱۰ فٹ ہے۔ حجم معلوم کرو۔



$$\text{منطقہ کرہ کا حجم} = \frac{\pi}{4} \times \left\{ (ع^2 - ر^2) + (ع^2 - ر^2) + (ع^2 - ر^2) \right\} \times \text{ارتفاع}$$

$$\text{جہاں } ع = ۱۰, ر = ۲۰, \text{ ارتفاع} = ۱۰$$

$$= \text{منطقہ کرہ کا حجم} = \frac{\pi}{4} \times \left\{ (۱۰^2 - ۲۰^2) + (۱۰^2 - ۲۰^2) + (۱۰^2 - ۲۰^2) \right\} \times ۱۰$$

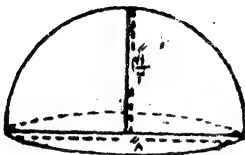
$$= \frac{11}{11} \times 22 \times 22 \text{ مکعب فٹ تقریباً}$$

$$= 1944.9 \text{ مکعب فٹ تقریباً}$$

مثال ۲: ایک ایسے قطعہ کرہ کا حجم دریافت کریں جس کا ارتفاع $\frac{1}{2}$ انچ اور قاعدہ کا قطر ۱ انچ ہے۔

$$\text{قطعہ کا حجم} = \frac{\pi}{4} (2 + \frac{1}{2})^2 \times \frac{1}{2} \text{ مکعب انچ}$$

... وغیرہ



$$\text{جہاں } 2 = 2, \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ جہاں } 2 = 2, \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{قطعہ کا حجم} = \frac{\pi}{4} (2 + \frac{1}{2})^2 \times \frac{1}{2} \text{ مکعب انچ}$$

$$= \frac{22 \times 22 \times 9 \times \frac{1}{2}}{4 \times 2 \times 2} \text{ مکعب انچ تقریباً}$$

$$= 14.08 \text{ مکعب انچ تقریباً}$$

مثال ۳: ایک کرہ کے قطعہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۱ انچ اور اس کا ارتفاع ۲ انچ ہے۔ اگر قطعہ کو کوٹ کر ۲۰ انچ قطر کی سستہ بنائی جائے تو سطح کی دبازت معلوم کرو۔



$$\text{قطعہ کا حجم} = \frac{\pi}{4} (2 + \frac{1}{2})^2 \times \frac{1}{2} \text{ مکعب انچ}$$

... وغیرہ

$$\text{جہاں } 2 = 2, \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ جہاں } 2 = 2, \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{قطعہ کا حجم} = \frac{\pi}{4} (2 + \frac{1}{2})^2 \times \frac{1}{2} \text{ مکعب انچ}$$

$$= \frac{\pi \times 182}{4} \text{ مکعب انچ}$$

اس لیے اگر لا انچ = سطح کی دبازت

$$\frac{\pi \times 182}{4} = \frac{\pi}{4} \times 182 \text{ ... وغیرہ}$$

$$\frac{182}{4} = 45.5$$

یعنی سطح کی دبازت = ۴۵.۵ انچ

مثال ۴: ایک کرہ کا قطر ۱۲ انچ ہے بناؤ کہ دو متوازی سطحوں کے درمیان اس کا جو حصہ ہوگا اُس کے حجم کا تناسب کرہ کے حجم سے کیا ہوگا؟ متوازی سطحوں کے مرکز کے متقابل جانوروں میں اُس سے ۴ اور ۶ انچ کے فاصلوں پر ہیں۔

فرض کرو کہ شکل سے برتن اور پتھر کی انتصابی وسطی تراش تعبیر ہوتی ہے۔
فرض کرو کہ د ع اور ا ب بالترتیب پتھر کے ڈوبنے سے پہلے
اور بعد پانی کی سطح کو تعبیر کرتے ہیں۔

تب —

$$\text{گ ج} = ۳ \frac{۱}{۲} \text{ فٹ}$$

$$\text{فنگ} = ۱ \frac{۱}{۲} \text{ فٹ}$$

$$\text{ف ب} = ۴ \text{ فٹ}$$

$$\text{اور اگر گ ع} = ۱ \frac{۱}{۲} \text{ فٹ}$$

$$\text{تو } ۳ \frac{۱}{۲} \times ۱ \frac{۱}{۲} = ۴ \frac{۱}{۲} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۵،}$$

$$\frac{۹۳}{۴} =$$

$$\frac{۹۳}{۲} = ۱$$

$$\therefore \text{گ ع} = ۱ \frac{۹۳}{۲} \text{ فٹ}$$

اب پتھر کی جسامت = اُس سے ہٹائے ہوئے پانی کا حجم
= منطقہ ا ب ع د کا حجم

$$= \frac{(\frac{۱}{۲}) \pi}{۴} \left\{ ۳ + \left(۱ + \frac{۹۳}{۲} \right) \right\} + \left(\frac{۱}{۲} \right) \pi \text{ مکعب فٹ}$$

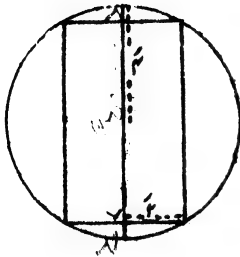
... (دفعہ ۱۲)

$$= \frac{۱۹۱}{۲} \pi \text{ مکعب فٹ}$$

$$= ۲۵۰.۱۱ \text{ مکعب فٹ تقریباً}$$

مثال ۷: ۴ فٹ نصف قطر کے ایک کرہ میں ۲ فٹ نصف قطر کا ایک اسطوانہ
اس طرح رکھا جائے گا کہ دونوں ہم مرکز رہیں۔ اس مطلب کے لیے کرہ کے جتنے حصہ
کو کاٹ کر نکالنا پڑیگا اُس کا حجم معلوم کرو۔ (۳۵۱.۴۱۶ = ۳۳)
فرض کرو کہ شکل سے کرہ اور اسطوانہ کی ایک انتصابی وسطی تراش
ظاہر ہوتی ہے۔

کرہ کے اُس حصہ کا حجم چھٹا کر نکال دیا جائیگا =



کرہ کے دو مساوی قطعات کا حجم + اسطوانہ کا حجم
فرض کرو کہ لا فٹ = ہر ایک قطعہ کا ارتفاع

تب —

$$لا (۸ - لا) = ۴ \dots \dots \dots \text{دفعہ ۵۰}$$

$$لا = ۴ - ۴\sqrt{۲}$$

∴ ہر ایک قطعہ کا ارتفاع = $(۴ - ۴\sqrt{۲})$ فٹ

اور اسطوانہ کا طول = $\{۲ - ۸(۴ - ۴\sqrt{۲})\}$ فٹ

$$= ۴\sqrt{۲} \text{ فٹ}$$

اس لیے ہر ایک قطعہ کا حجم = $\frac{\pi (۴ - ۴\sqrt{۲})^2}{4} \{۲ + ۲ \times ۴\sqrt{۲} + (۴ - ۴\sqrt{۲})^2\}$ مکعب فٹ

... دفعہ ۵۱

$$= \frac{\pi (۴ - ۴\sqrt{۲})}{3} \cdot (۴ - ۴\sqrt{۲}) \text{ مکعب فٹ}$$

اور —

اسطوانہ کا حجم = $\pi \times ۴\sqrt{۲} \times (۴ - ۴\sqrt{۲})$ مکعب فٹ ... دفعہ ۵۲

$$= ۱۶\pi \times ۴\sqrt{۲} \text{ مکعب فٹ}$$

∴ کرہ کے اس حصہ کا حجم جو کاٹ کر نکال دیا جائیگا = $\left\{ \frac{\pi (۴ - ۴\sqrt{۲})^2}{3} \times (۴ - ۴\sqrt{۲}) + ۱۶\pi \times ۴\sqrt{۲} \right\}$ مکعب فٹ

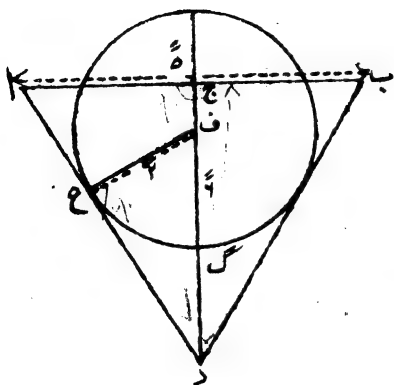
$$= \pi \left\{ \frac{(۴ - ۴\sqrt{۲})^2}{3} + ۱۶\sqrt{۲} \right\} \text{ مکعب فٹ}$$

$$= ۱۶\pi (۱۴۳۲۰.۵ + ۰.۶۳۷۹۵۵) \text{ مکعب فٹ}$$

$$= ۱۶ \times ۳.۱۴۱۵۹۲ \times ۱۴۳۲۰.۵ \text{ مکعب فٹ}$$

$$= ۹۳۶۹۵ \text{ مکعب فٹ تقریباً}$$

مثال ۷: مخروطی وضع کے ایک گھاس کی گہرائی ۱۶ انچ اور اس کے



بالائی کنارہ کا قطرہ ایچ ہے۔ اس
میں پانی بھرا جاتا ہے اور پانی سے
زیادہ کشیف مادہ کا ۴ ایچ قطرہ کا ایک
کرہ اس میں ڈالا جاتا ہے۔ بتاؤ کہ
کس قدر پانی بہ جائیگا؟
فرض کرو کہ شکل سے
گلاس اور کرہ کی ایک انتصابی
وسطی تراش ظاہر ہوتی ہے۔
مشابہ اشکات سے۔

$$\begin{aligned} \text{دع : ع ف} &= \text{ج د : ا ج} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۶۶} \\ \text{دع : ع} &= \frac{۲}{۱} \text{ ایچ} = ۲ : ۱ \\ \therefore \text{دع} &= \frac{۲۲}{۵} \text{ ایچ} \end{aligned}$$

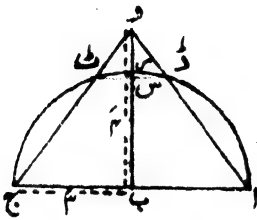
$$\therefore \text{ف د} = \sqrt{\left(\frac{۲۲}{۵}\right)^2 + ۲^2} \text{ ایچ} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{۲۶}{۵} \text{ ایچ} \\ \therefore \text{ج ف} &= \left(\frac{۲۶}{۵} - ۱\right) \text{ ایچ} = \frac{۲۱}{۵} \text{ ایچ} \\ \text{اور ج گ} &= \frac{۲۱}{۵} \text{ ایچ} \\ \text{ڈوبے ہوئے قطعہ کرہ کا حجم} &= \frac{۲۱}{۹} \times (۳ - \sqrt{۲}) \times \text{کعب ایچ} \dots \dots \text{دفعہ ۱۶۳} \\ \text{جہاں ع} &= \frac{۲۱}{۵} \text{ اور د} = ۴ \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ڈوبے ہوئے قطعہ کرہ کا حجم} = \frac{۲۱}{۹} \times \left(\frac{۲۱}{۵} - ۱۲\right) \times \frac{۱۹۶}{۲۵} \times \text{کعب ایچ}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{۳۲ \times ۱۹۶ \times ۲۱}{۵ \times ۲۵ \times ۹} \times \text{کعب ایچ تقریباً} \\ &= ۲۶۶۲۸ \times \text{کعب ایچ تقریباً} \\ &= \text{پانی کی مقدار جو گلاس میں سے بہ جائیگی} \end{aligned}$$

مثلاً: ایک نصف کرہ کا قطر ۴ فٹ ہے اس میں اسی قاعدہ کا مخروط جس کا ارتفاع ۳ فٹ ہے دھنسا دیا جاتا ہے۔ نصف کرہ کے باقی ماندہ حصہ کا حجم معلوم کرو۔
فرض کرو کہ شکل سے نصف کرہ اور مخروط کی انتہائی وسطی تراش تعبیر ہوتی ہے۔



تب —

$$و ب = ۴ \text{ فٹ}$$

$$ب ج = ۳ \text{ فٹ}$$

$$و س = ۱ \text{ فٹ}$$

$$\text{فرض کرو کہ } و س = ۲ \text{ فٹ}$$

تب —

$$۶۶ \text{ و فٹ} \quad \dots \quad ۲ \text{ فٹ} = ۲ \text{ فٹ}$$

$$س س = (۱ - ۲) \text{ فٹ}$$

$$س ب = (۲ - ۲) \text{ فٹ}$$

$$ا ب = (۱ - ۲) (۱ - ۲) = ۱ \text{ فٹ} = ۱ \text{ فٹ}$$

$$۱ - ۱ = ۰ \text{ فٹ}$$

$$۱ - ۱ = ۰ \text{ فٹ}$$

$$۱ - ۱ = ۰ \text{ فٹ}$$

$$۱ - ۱ = ۰ \text{ فٹ}$$

$$\text{مقطوعہ } \theta \text{ ج } \theta \text{ کا حجم} = \frac{1}{3} \times \frac{4}{3} \times \pi = \frac{4}{3} \times \pi$$

$$۱۹۲ \text{ و فٹ} \quad \dots \quad \text{کعبہ } \theta \text{ کا حجم} = \frac{4}{3} \times \pi$$

$$\text{قطعہ } \theta \text{ کا حجم} = \left\{ \left(\frac{3}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \right) \times 3 \right\} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} \times \pi = \left\{ \left(\frac{3}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \right) \times 3 \right\} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} \times \pi$$

$$\text{کعبہ } \theta \text{ کا حجم} = \frac{1332}{425} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} \times \pi =$$

$$\therefore \text{مجموعی حجم جو کٹ کر نکل جائیگا} = \frac{2 \times 9 \times 3 \times \pi}{425 \times 3 \times 25} = \left(36 + 829 \times 12 \right) \text{ مکعب فٹ}$$

$$= \frac{\pi \times 392}{425} \text{ مکعب فٹ}$$

$$\text{تمام نصف کرہ کا حجم} = \frac{36 \pi}{12} \text{ مکعب فٹ} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۶۶}$$

$$= 3\pi \text{ مکعب فٹ}$$

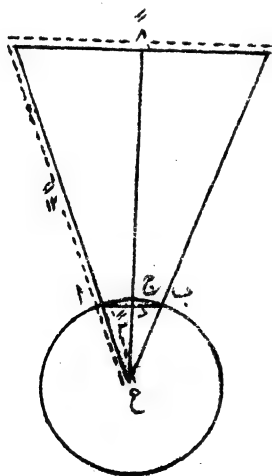
$$\therefore \text{باقیمانہ حصہ کا حجم} = \pi \left(\frac{4392}{425} - 18 \right) \text{ مکعب فٹ}$$

$$= \frac{3888}{425} \times \frac{22}{7} \text{ مکعب فٹ تقریباً}$$

$$= 1955 \text{ مکعب فٹ تقریباً}$$

مثال ۹: ایک قائم مخروط کے قاعدہ کا قطر ۸ ہے اور اٹل بلندی ۱۲۔ اس کو ۳ نصف قطر کے ایک کرہ کے اندر اس طرح رکھا جاتا ہے کہ مخروط کا اس اور کرہ کا مرکز ایک دوسرے پر منطبق ہوتے ہیں: مجسم کا حجم دریافت کرو۔

فرض کرو کہ شکل سے مجسم کی ایک ایسی تراش ظاہر ہوتی ہے جو مخروط کے محور میں سے گزرتی ہے۔



$$\text{مخروط کا ارتفاع} = \sqrt{14^2 - 12^2} \text{ انچ}$$

... دفعہ ۱۶

$$= 8 \sqrt{2} \text{ انچ}$$

تشابہ مثلثات سے —

$$12 : 3 = 8 \sqrt{2} : 14 \text{ انچ}$$

... دفعہ ۶۶

$$\therefore 8 \sqrt{2} = 14 \text{ انچ}$$

$$\therefore 8 \sqrt{2} (2 - 3) = 14 \text{ انچ}$$

منطقہ کرہ۔ قطعہ کرہ اور قطاع کرہ

اس لیے کرہی قطاع ع ا ج ب $= \frac{1}{2} \times \pi \times (2)^2 \times (3) = \pi \times 6$ کعب انج ... دفعہ ۱۷۴

$$= 6 \times \pi \times 3.14159 = 59.2176$$

$$= 59.2176 \times \pi = 186.968$$

اس لیے مخروط $= \frac{1}{2} \times \pi \times (2)^2 \times (3) = \pi \times 6$ کعب انج ... دفعہ ۱۷۵

$$= 6 \times \pi \times 3.14159 = 59.2176$$

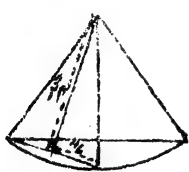
اور کرہ $= \frac{4}{3} \times \pi \times (2)^3 = \frac{32}{3} \times \pi$ کعب انج ... دفعہ ۱۷۶

$$= 32 \times \pi \times 3.14159 = 321.699$$

∴ مطلوبہ حجم $= \pi \times (3.14159 \times 321.699 - 59.2176 + 186.968) = 321.699 \times \pi$ کعب انج تقریباً

$$= 1011.37$$

مثال ۱۷۶: ایک مخروط کا ارتفاع ۲۴ انچ اور اس کے قاعدہ کا قطر ۱۴ انچ ہے۔ اس کو ایک ایسے خط کے گرد گھمایا جاتا ہے جو قاعدہ کے محیط کے کسی نقطہ کو اس سے ملتا ہے۔ اس طرح بننے والی شکل کا حجم دریافت کرو۔



بننے والی شکل ایک کرہی قطاع ہے۔ اس قطاع کی ایک ایسی وسطی تراش پر غور کرو جو کرہ کے مرکز میں سے گزرتی ہے۔

کرہ کا نصف قطر $= \sqrt{(24)^2 + (7)^2} = 25$ انچ ... دفعہ ۱۷۷

$$= 25$$

اور اگر قطاع کے قطعہ کا ارتفاع ع انچ اور اس کے قاعدہ کا نصف قطر ص ہو تو۔

$$ع = (25 - 7) = 18 \text{ ص} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۷۸}$$

$$\text{اور ص}^2 = (18)^2 - 7^2 = 295 \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۷۹}$$

$$\therefore ع = (25 - 7) = 18$$

$$ع = \frac{98}{5}$$

∴ کروی قطاع کا حجم = $\frac{2}{3} \cdot 33 \cdot 24$ ع کعب انچ دفعہ ۴۷
 جہاں $r = 25$ ع $\frac{98}{15} =$
 اس لیے کروی قطاع کا حجم = $\frac{22}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot (25) \cdot \frac{98}{15}$ ع کعب انچ تقریباً
 $= \frac{1}{3} 1133$ ع کعب انچ تقریباً

امثلہ نمبری (۲۸)

($\frac{22}{3} = 33$ فرض کرو)

- ۱۔ ایک منطقہ کرہ کے سروں کے نصف قطر بالترتیب ۵ انچ اور ۶ انچ اور اس کا ارتفاع ۴ انچ ہے۔ حجم معلوم کرو۔
- ۲۔ ایک منطقہ کرہ کے سروں کے نصف قطر بالترتیب ۹ انچ اور ۱۰ انچ اور ارتفاع ۶ انچ ہے : حجم معلوم کرو۔
- ۳۔ ایک قطعہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۳ انچ اور اس کا ارتفاع ۲ انچ ہے۔ حجم معلوم کرو۔
- ۴۔ ایک قطعہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۶ انچ اور ارتفاع ۹ انچ ہے : حجم معلوم کرو۔
- ۵۔ ایک قطعہ کرہ کا ارتفاع ۳ فٹ اور کرہ کا قطر ۱۰ فٹ ہے : قطعہ کا حجم معلوم کرو۔
- ۶۔ ایک قطعہ کرہ کا ارتفاع ۶ انچ اور کرہ کا نصف قطر ۲ فٹ ہے : قطعہ کا حجم معلوم کرو۔
- ۷۔ ۱۸ انچ قطر کے ایک کرہ کو ایک ایسی مستوی سطح سے کاٹا جاتا ہے جس کا عمود فاصلہ مرکز سے ۳ انچ کے فاصلہ پر ہے : ان دو قطعات کے حجم دریافت کرو جن میں کرہ منقسم ہو جاتا ہے۔
- ۸۔ ایک کرہ کا قطر ۱۰ انچ ہے اور دو متوازی مستویوں سے مساوی بلندیوں کے تین حصوں میں اسے منقسم کیا جاتا ہے : ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔
- ۹۔ اس منطقہ کا حجم معلوم کرو جو ۶ انچ قطر کے ایک کرہ میں سے دو متوازی مستویوں کے ذریعہ کاٹا جاتا ہے۔ یہ مستوی مرکز کے ایک طرف اس سے بالترتیب ۵ اور ۲ انچ کے فاصلے پر واقع ہیں۔

۱۰۔ اُس منطقہ کا حجم دریافت کرو جو ۳ فٹ ۲ انچ قطر کے ایک کرہ میں سے دو ایسی متوازی مستوی سطحوں سے کاٹا جاتا ہے جو مرکز کے مقابل جانبوں میں اُس سے بالترتیب ۱۰ انچ اور ۷ انچ کے فاصلوں پر واقع ہوتے ہیں۔

۱۱۔ قریب ترین گیلن تک پانی کی وہ مقدار دریافت کرو جو ایک ایسے کنٹورے میں سا سکتی ہے جس کی وضع ایک قطعہ کرہ کی ہے۔ کنٹورے کی گہرائی ۷ انچ اور اُس کے بالائی سرے کا نصف قطر ۱۱ انچ ہے۔

۱۲۔ تین متوازی مستوی سطحوں سے ۱۰ فٹ قطر کا ایک کرہ مساوی بندیلوں کے چار حصوں میں تقسیم کیا گیا: ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

۱۳۔ ذیل کے ابعاد کے کروی قطاع کا حجم دریافت کرو: کرہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۱۱ انچ اور قطعہ کا ارتفاع ۹ انچ۔

۱۴۔ ذیل کے ابعاد کے کروی قطاع کا حجم دریافت کرو: کرہ کا نصف قطر ۱۴ انچ، قطعہ کا ارتفاع ۲ انچ۔

سوالات امتحانات

$$\left(\frac{12}{5} = \pi\right)$$

منطقہ کرہ

۱۔ ایک منطقہ کرہ کی دبازت ۴ فٹ اور اُس کے مقابل کے رُخوں کے قطر ۱۲ فٹ اور ۸ فٹ ہیں: حجم دریافت کرو۔

(جامعہ ممبئی: ایل۔ سی۔ ای۔ دوسرا امتحان)

۲۔ ۱۲ انچ قطر کے ایک کرہ کے حجم کا کونسا حصہ اُن دو متوازی مستویوں کے درمیان ہوگا جو مرکز کے ایک ہی طرف اُس سے ۲ انچ اور ۴ انچ کے فاصلوں پر ہیں۔

(جامعہ ممبئی: ایل۔ سی۔ ای۔ دوسرا امتحان)

۳۔ اُس کروی منطقہ کا حجم دریافت کرو جس کے سروں کے نصف قطر بالترتیب

۳ فٹ اور ۲ فٹ اور ارتفاع $\frac{1}{4}$ فٹ ہے۔

(سب پور اپرینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۴۔ ۴ فٹ قطر کے ایک نصف کروی کوٹے کا کچھ حصہ منہ کے بل اُفتی وضع میں زمین کے اندر دفون ہے، اس طرح کہ اُس کی بلندی کا صرف ایک تہائی حصہ زمین کے اوپر ہے۔ بتاؤ کہ مٹی کی کتنی مقدار کھودی جانی چاہیے تاکہ وہ کوٹھا پورا زمین سے کھلا ہوا ہو اور مٹی کی اسطوانہ خاد دیوار سے گھیرے ہوئے ہو۔

(سب پور اپرینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۵۔ کروی منطقہ کے دونوں سروں کو کرہ کے مرکز کے ایک ہی طرف اور اُس سے بالترتیب ۱۰ انچ اور ۵ انچ کے فاصلوں پر فرض کر کے اُس کا حجم دریافت کرو۔ کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے۔ (سٹراکی انجینیر: داخلہ)

۶۔ ۱۶ انچ قطر کا ایک کرہ تین متوازی مستوی سطحوں سے مساوی بلندیوں کے چار حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔ (۳۱۴۱۶ = ۳۱)۔
{سٹراکی اپر سب آرڈینیٹ: ماہانہ}

۷۔ ۱۸ انچ قطر کا ایک کرہ متوازی مستویوں سے مساوی بلندیوں کے تین حصوں میں منقسم کیا گیا۔ ان حصوں کے حجم کیا ہونگے؟ ()

۸۔ اُس منطقہ کی مساحت کیا ہوگی جس کا بڑا قطر ۹ فٹ ۳ انچ، چھوٹا قطر ۶ فٹ ۹ انچ اور ارتفاع ۵ فٹ ۶ انچ ہے؟ (سٹراکی انجینیر: فائنل)

کرؤں کے قطعے

۹۔ لوہے کے ایسے ڈبل (Dumb-bell) کا وزن معلوم کرو جو ۴ فٹ قطر کے دو کرؤں کے قطعوں پر مشتمل ہے اور یہ کرے ۷ انچ لمبی اور ۲ انچ قطر کی

اسطوانہ ناسلاخ سے ملا دیے گئے ہیں: فرض کرو کہ ۴ انچ قطر کے لوہے کے

کرہ کا وزن ۹ پونڈ ہوتا ہے۔ (جامعہ بمبئی: ایل۔ سی۔ ای: دوسرا امتحان)

۱۰۔ سٹلٹن (Stilton) پنیر اسطوانہ ناسلاخ میں بنایا جاتا ہے اور بالکل پیر کروی وضع

سٹلٹن پنیر کے اُس ٹکڑے کی بلندی دریافت کرو جس کے قاعدہ کا قطر ۶ انچ اور جسامت اُسی ہی ہے جتنی کہ $\frac{1}{4}$ ۴ انچ دبیز اور $\frac{1}{2}$ ۱۳ انچ قطر کے ہالینڈ پنیر کے ٹکڑے کی جسامت ہے۔

(جامعہ ممبئی: ایل۔ سی۔ ای۔ دوسرا امتحان)

۱۱۔ قطعہ کرہ کا حجم دریافت کرو جب کہ قاعدہ کا نصف قطر ۱۶ فٹ اور قطعہ کا ارتفاع

۵ فٹ ہے۔ (جامعہ مدرس اس: امتحان بی۔ ای)

۱۲۔ ایک کرہ کا قطر ۱۸ فٹ ہے۔ اس کو دو ایسے قطعات میں منقسم کیا گیا جن

میں سے ایک کی بلندی دوسرے کی بلندی سے دو چند ہے: ہر ایک کا حجم

دریافت کرو۔ (سب پورا پورینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۱۳۔ قطعہ کرہ کی وضع کا ایک کٹورہ ہے اس کی گہرائی ۹ انچ اور بالائی سرے کا

قطر ۳ فٹ ہے: قریب ترین گیلن تک پانی کی وہ مقدار دریافت کرو جو کٹورہ

میں سما سکیگی۔ (سب پورا پورینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۱۴۔ ۴ انچ قطر کا ایک وزنی کرہ ایک ایسے پانی سے بھرے ہوئے مخروط نما گلاس

میں ڈالا جائے جس کے بالائی کنارے کا قطر ۵ انچ اور گہرائی ۶ انچ ہے

تو بتاؤ کہ کس قدر پانی بہ جائیگا؟ (سب پورا پورینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۱۵۔ ایک قطعہ کرہ کی بلندی ۵ فٹ اور کرہ کا قطر ۱۸ فٹ ہے: حجم دریافت کرو۔

(سب پورا پورینٹس ڈپارٹمنٹ: فائینل)

۱۶۔ ایک قطعہ کرہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۱ انچ اور کرہ کا نصف قطر $\frac{1}{2}$ انچ

ہے: قطعہ کا حجم دریافت کرو۔ (سٹامپی اپر سب آرڈینیٹ: دااخلہ)

۱۷۔ ایک قطعہ کرہ کی بلندی ۲ فٹ ۳ انچ اور کرہ کا قطر ۶ فٹ ۳ انچ ہے:

حجم دریافت کرو۔ (سٹامپی اپر سب آرڈینیٹ: دااخلہ)

۱۸۔ اُس بڑے سے بڑے کعب کے کنارے کا طول دریافت کرو

جو ایک ایسے قطعہ دائرہ میں سے کاٹا جاسکتا ہے جس کے قاعدہ کا

نصف قطر ۱۰ انچ اور بلندی ۵ انچ ہے۔ ()

۱۹۔ کعب ۱۰ درجہ تراشی کے دو ایک سٹیل کال ہوگا جو ایک قطعہ کرہ سے بھرے ہوئے

سٹیل کالیا لٹارہ کلب موٹر اور ہوٹل لٹارہ کلب کے قاعدہ

قطاع دائرے

۱۹۔ ۱۰۔ فٹ نصف قطر کے ایک کرہ میں سے ایک ٹھوس قطاع ایسے مخروط سے کاٹا جاتا ہے جس کا زاویہ 120° ہے۔ اس کرہ کا نصف قطر دریافت کرو جس کی جسامت قطاع کی جسامت کے مساوی ہے۔

(جاسٹس بمبئی: ایل۔ سی۔ ای۔ پھلا امتحان)

۲۰۔ کسی کرہ میں ایک مخروط داخل کیا گیا اس طرح کہ مخروط کا اس دائرہ کے مرکز پر منطبق ہو گیا۔ کرہ کا قطر ۲۲ انچ۔ مخروط کے قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ اور اس کی بلندی ۲۰ انچ ہے۔ بتاؤ کہ کرہ کے وزن میں کس قدر کمی ہو جائیگی؟
اکعب انچ ماوہ کا وزن ۶۰۰ پونڈ فرض کرو۔ (سٹراکی انجینیر: داخلہ)
۲۱۔ ایک مخروط کی بلندی اور اس کے قاعدہ کا قطر بالترتیب ۴ فٹ اور ۶ فٹ ہیں۔ اس کو ایک ایسے خط کے گرد گھمایا جاتا ہے جو قاعدہ کے محیط کے کسی نقطہ کو اس سے ملتا ہے۔ اس طرح بننے والی شکل کا حجم دریافت کرو۔

(سٹراکی انجینیر: فائنل)

ضمیمہ سوالات امتحانات



۲۲۔ محیط کے نقاط اور ق پر ۸ انچ نصف قطر کے ایک دائرہ کے دو مماس ط ن اور ط ق اس طرح کھینچے گئے کہ ان کے درمیان ۶۰ کا زاویہ بنتا ہے۔ اگر نقطہ ط اور مرکز دائرہ کو ملانے والے خط کے گرد شکل کو گھمایا جائے تو بتاؤ کہ اس طرح بننے والے جسم کا حجم کیا ہوگا؟

(سٹراکی ایپریسب آرڈینٹ: داخلہ)

۲۳۔ دو فٹ قطر کے کرہ کے ایک منطقہ کے سرے دو ایسے متوازی دائرے ہیں جو ایک مشترک قلب سے بالترتیب ۳ انچ اور ۹ انچ کے فاصلوں پر ہیں۔ اس منطقہ کا حجم دریافت کرو۔

(سٹراکی انجینیر: داخلہ)



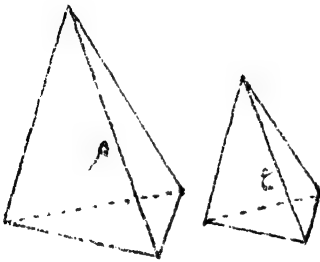
$$4 - 12 = 8$$

$$3 - 12 = 9$$

باب بست و نہم

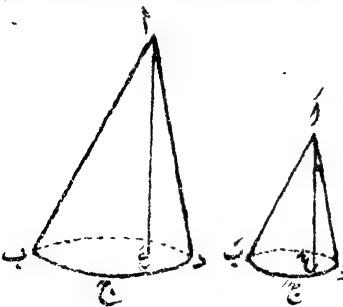
مقشابہ مجسمات

۱۷۶۔ مجسمات متشابه کہلاتے ہیں اگر ان کی وضع قطع ایک ہی ہو لیکن ان کی جسامتوں کا مساوی ہونا ضروری نہیں۔ شکل منسلک میں مخروط مضلع مر اور مخروط مضلع ع مقشابہ ہیں۔ تمام کعب ایک دوسرے کے مقشابہ ہوتے ہیں اور اسی طرح تمام کرے بھی۔



کسی مشین کا نقشہ خود مشین کے مقشابہ ہوتا ہے۔ کسی جسم کی تکبیر خود اُسی کے مقشابہ ہوتی ہے۔

اگر کسی بڑے مخروط مضلع میں سے قاعدہ کے متوازی کسی تراش سے ایک چھوٹا مخروط مضلع کاٹ لیا جائے تو یہ ابتدائی مخروط مضلع کے مقشابہ ہوتا ہے۔



۱۷۷۔ اگر کسی مجسمہ میں دو خطوط مستقیم یا منحنی کھینچ جائیں اور دو متناظر خطوط کسی مقشابہ مجسمہ میں بھی کھینچ جائیں تو یہ چاروں خطوط متناسب ہوں گے۔

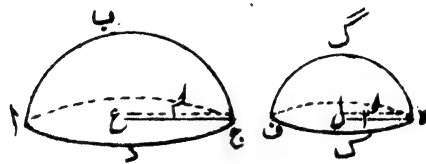
اس طرح مقشابہ مخروطوں

اب ج د اور ا ب ج د ہیں۔

محیط ب ج د : محیط ب ج ر
= ارتفاع ا ع : ارتفاع ا ر ع

مسئلہ (۴۲)

۱۷۸۔ دو متشابہ مجسمات میں کھینچے ہوئے دو متناظر خطوط کے طول اور ان مجسمات میں سے ایک کا حجم دے ہوئے ہوں تو دوسرے مجسم کا حجم دریافت کرنا۔



فرض کرو کہ اب ج د اور ف گ ہک دو متشابہ مجسمات ہیں جن کے متناظر خطوط ع ج اور ل ہ کے اب ایک ہی طول اکائی کے لحاظ سے بالترتیب لہ اور لہ ہیں۔ نیز فرض کرو کہ مجسم ف گ ہک کا حجم کسی مکعب اکائی میں ج ہے۔ مطلوب یہ ہے کہ مجسم اب ج د کا حجم لہ اور ج ہ کی رقوم میں دریافت کریں۔

یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ متشابہ مجسمات کے حجم ایک دوسرے کے ساتھ وہی نسبت رکھتے ہیں جو ان میں کھینچے ہوئے کوئی سے دو متناظر خطوط کے طولوں کے مکعبوں کی نسبت ہوتی ہے۔

∴ مجسم اب ج د کا حجم : مجسم ف گ ہک کا حجم = ع ج : ل ہ = ۳ : ۲ یعنی —

جسم اب ج د کا حجم : ح = $\frac{۱}{۲} : \frac{۱}{۲}$: $\frac{۱}{۲}$
پس قاعدہ —

کسی مجسم کا حجم معلوم ہو سکتا ہے اگر اُس کی نسبت کسی متشابه مجسم کے معلوم حجم سے دریافت کی جائے اور اُس (نسبت) کو دونوں مجسمات میں کے معلوم متناظر طولوں کے مکعبوں کی نسبت کے مساوی رکھا جائے۔
یا اختصاراً —

پہلے جسم کا حجم : دوسرے جسم کا حجم = پہلے جسم اور دوسرے جسم میں کے متناظر طولوں کے مکعبوں کی نسبت

اس لیے } $\frac{ح : ح}{۱ : ۱} = \frac{۱ : ۱}{۱ : ۱}$ (۱)
} $\frac{۱ : ۱}{۱ : ۱} = \frac{۱ : ۱}{۱ : ۱}$ (۲)

توضیحی مثالیں

۱۶۹

مثال ۱: بتاؤ کہ ۲۰ فٹ ارتفاع کے مخروط مضلع کی کس قدر بلندی کا ٹلی جانی چاہیے تاکہ اس طرح حاصل شدہ مخروط مضلع کل کا چہار بے پانچواں حصہ ($\frac{۱}{۵}$) ہو؟

جھوٹا مخروط مضلع اور وہ جس سے کہ وہ کاٹا جاتا ہے دونوں متشابه مجسمات ہیں۔۔۔ دفعہ ۱۶۹

اس لیے اگر ۱۰ فٹ = چھوٹے مخروط مضلع کا ارتفاع

تو — $\frac{۱ : ۱}{۱ : ۱} = \frac{۱ : ۱}{۱ : ۱}$ (۱) دفعہ ۱۶۸

جہاں $\frac{۱ : ۱}{۱ : ۱} = \frac{۱ : ۱}{۱ : ۱}$ اور $\frac{۱ : ۱}{۱ : ۱} = \frac{۱ : ۱}{۱ : ۱}$

۲۰ : ۱۰ = ۲ : ۱

$\frac{۱۰ : ۱}{۱ : ۱} = \frac{۱ : ۱}{۱ : ۱}$

مطلوبہ بلندی = ۱۰ فٹ

مثال ۲: ایک مکعب فٹ پیتل کا وزن ۹۰۰۰ اونس ہوتا ہے۔ پیتل کے

ایک ایسے کعب کا وزن دریافت کرو جس کا وتر ۱۲ انچ ہے۔

ایک کعب فٹ کے وتر کا ناپ ۳ فٹ ہوتا ہے دفعہ ۱۱۹
اس لیے اگر ۱۲ انچ وتر کے کعب کا وزن ۱۰۰ انس ہو تو مشابہ مجسمات سے —

$$۱۰۰ : ۹۰۰۰ = ۳۱ : (۳۱) \quad \text{دفعہ ۱۷۸}$$

$$\therefore ۱۰۰ = \frac{۹۰۰۰}{۳۱(۳۱)} = ۱۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰$$

مطلوبہ وزن = ۱۰۰۰۰۰ انس

مثال ۳: قاعدہ کے متوازی متوازی سطحوں سے ایک مخروط کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کرو اور ان سطحوں کے مقام معلوم کرو۔ مخروط کا ارتفاع ۳۰ انچ ہے۔

فرض کرو کہ مخروط کے راس سے متوازی سطحیں بالترتیب لا انچ اور ۱۲ انچ

کے فاصلوں پر ہیں۔

تب مشابہ مجسمات سے —

$$۱ : \frac{۳۰}{۳۰} = ۱ : ۱ \quad \text{دفعہ ۱۷۸}$$

$$\therefore ۱ : ۱ = ۳۰ : ۳۰$$

$$\frac{۱۸}{۳۰} = ۱۰$$

$$\text{اور } ۱ : \frac{۳۰}{۳۰} = ۳۰ : ۳۰ \quad \text{دفعہ ۱۷۸}$$

$$\therefore ۱ : ۱ = ۳۰ : ۳۰$$

$$\frac{۱۸}{۳۰} = ۱۰$$

سطحیں مخروط کے راس سے بالترتیب ۱۰ انچ اور ۱۲ انچ کے

فاصلوں پر ہیں۔

مثال ۴: اگر لوہے کو شاہ بلوط کی لکڑی سے آٹھ گنا بھاری فرض کیا جائے تو لوہے کے اُس گولہ کا قطر کیا ہونا چاہیئے جس کا وزن ۱۸ انچ قطر والے شاہ بلوط کے گولہ کے وزن کے برابر ہے۔

فرض کرو کہ دو پونڈ ہر ایک گولہ کا وزن ہے اور ح اور ح بالترتیب

لوہے اور شاہ بلوط کے گولوں کو تعبیر کرتے ہیں۔

تب - $\frac{و}{ح} = \frac{و}{ح}$

یا $ح : ح = ۸ : ۱$

لیکن اگر $و$ انج = لوہے کے گولہ کا قطر

تو $ح : ح = ۳ : ۱۸ = ۱ : ۶$ دفعہ ۱۷۸

∴ $۸ : ۱ = ۳ : ۱$

$\frac{۳}{۸} = \frac{۱}{۱}$

$۹ = \frac{۱۸}{۳} = ۶$

لوہے کے گولہ کا قطر ۹ انج ہوگا۔

مثال ۵: ایک مخروط کے قاعدہ کا رقبہ ۲۵ مربع انج ہے: ایک تشابہ مخروط کے قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے حجم اور اول الذکر مخروط کے حجم کا تناسب ۸:۱ ہے۔

فرض کرو کہ $و$ انج اور $و$ انج دونوں مخروطوں میں کے متناظر طول ہیں

تب -

$و : و = ۳ : ۸$ دفعہ ۱۷۸

اور نیز $و : و = ۳ : ۲۵$ دفعہ ۱۰۳

جہاں $و$ مربع انج = تشابہ مخروط کے قاعدہ کا رقبہ

∴ $۳ : ۲۵ = ۸ : ۳$

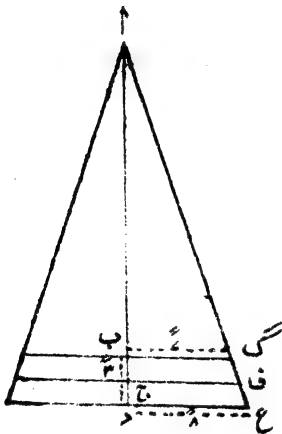
∴ $۱۰ = ۳$

$۱۰۰ = ۳$

تشابہ مخروط کے قاعدہ کا ناپ ۱۰۰ مربع انج ہے۔

مثال ۶: ایک قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کے سروں کے نصف قطر بالترتیب

۸ انج اور ۸ انج ہیں اور اس کا ارتفاع ۳ انج ہے۔ سروں کے متوازی ایک



ایسی تراش کا مقام دریافت کرو جو اس کے حجم کو دو مساوی حصوں میں منقسم کر دے گی۔
اس مخروط کو مکمل کرو جس کا ایک حصہ دیا ہوا مقطوع ہے۔

شکل سے مخروط کی ایک ایسی تراش ظاہر ہوتی ہے جو اس کے محور میں سے گزرتی ہے۔

تب —

$$گ ب = ا ایچ$$

$$ع د = ا ایچ$$

$$ب د = ا ایچ$$

$$ا ب = لا ایچ —$$

$$لا : لا + ا = ۳ : ۴ = ۸ : ۷ \dots \dots \dots \text{دفعہ ۶۶}$$

$$\therefore لا = ۲۱$$

اب فرض کرو کہ ف ج سے کاٹنے والی مستوی سطح تعبیر ہوتی ہے اور
ا ج = ا ایچ

یعنی فرض کرو کہ تینوں مخروطوں ا ب گ، ا ج ف اور ا د ع کے حجم بالترتیب ج، ح اور ح کے کعب ایچ ہیں۔
تب مشابہ مجہدات سے —

$$ج : ج : ج = ۳ : ۲ : ۱ \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۷}$$

$$\text{لیکن } ج - ج = ج - ج \text{ بموجب طرفہ اولیٰ}$$

$$\therefore ۳۲۱ - ۳۱ = ۲۱ - ۲۲$$

$$۲۳۰۸۵ = ۳۲۱ + ۳۲۲ = ۲۱۲$$

$$\therefore ۱۱۵۳۲۵ = ۲۱$$

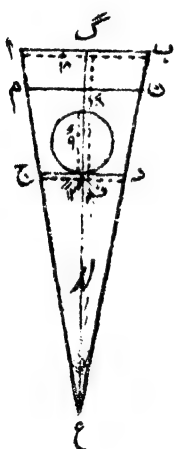
$$\therefore ۲۲۵۵۹۹ = ۱$$

∴ ب ج = (۲۱ - ۲۲۵۹۹.....) انج

= ۱۵۹۹..... انج

اور اس سے کاٹنے والی مستوی سطح کی تعیین ہو جاتی ہے۔
مثال ع: مقطوع مخروط کی وضع کی ایک بالٹی کا بالائی قطر ۱۰ انچ، آٹھ انچ اور گہرائی ۱۰ انچ ہے۔ بالٹی کے نصف حصہ تک پانی بھرا ہوا ہے۔
اگر وہ انچ قطر کا ایک کرہ اس میں ڈال دیا جائے تو بتاؤ کہ پانی کتنی بلندی تک چڑھ جائیگا؟

بالٹی کا حجم = $\frac{1}{3} \times \pi \times \left[\left(\frac{3}{8}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{8}\right)^2 \right] =$ مکعب فٹ دفعہ ۱۶۲



= $\frac{19}{32}$ مکعب فٹ

= ۱۰.۲۶ مکعب انچ

∴ نصف بالٹی کا حجم = ۳۵۱۳ مکعب انچ

اب مخروط کو مکمل کر دیں کہ جس کا ایک حصہ بالٹی ہے۔
اگر شکل اس مخروط کے محور میں سے گزرنے والی
تراش کو تعبیر کریں

تو اب = ۱۸ انچ

ج د = ۱۲ انچ

گ ف = ۱۸ انچ

اور اگر ع ف = لا انچ —

لا انچ: (لا + ۱۸) انچ = ۱۸:۱۲ دفعہ ۶۶

∴ لا = ۳۶

∴ مخروط ع ج د کا حجم = $\frac{1}{3} \times \pi \times (۶)^2 \times ۳۶$ مکعب انچ دفعہ ۱۴۲

= ۳۳۳۲ مکعب انچ

۹ انچ قطر کا کرہ ڈالنے سے $\frac{9 \times \pi}{4}$ مکعب انچ حجم کا پانی چڑھ جائیگا دفعہ ۱۶۶

= $\frac{2233}{4}$ مکعب انچ

= ۱۲۱۶۵ مکعب انچ

اس لئے اگر خط م ن گرہ ڈالنے کے بعد پانی کی سطح کو تعبیر کرے تو مقطوع ج م ن د کا ناپ $(\pi 1215 + \pi 513)$ کعب انج ہوگا
 $= \pi 6325$ کعب انج
 فرض کرو کہ ا انج = وہ بلندی جہاں تک کہ پانی چڑھ گیا۔
 تب تشابہ اشکال سے —

$$148 : 36 :: 36 : 148 \quad \dots \dots \pi 232 : \pi 1065 = 36 : 3$$

$$\sqrt[3]{\frac{29}{3}} 18 = 148$$

$$\sqrt[3]{158} 9 =$$

$$28655 =$$

$$12655 = 1 \therefore$$

پانی ۱۲۶۵۵ انج بلندی تک چڑھ جائیگا
 مثال ۵: ایک گروی خول میں ایک مخروطی سوراخ کیا گیا اس طرح کہ مخروط کا راس خول کے مرکز پر واقع ہوتا ہے۔ سوراخ کا بیرونی قطر ۲۵۲۵ انج خول کا اندرونی قطر ۱۳ انج اور مادہ کی دباؤ ۲۵۲۵ انج ہے۔ بتاؤ کہ ایسا سوراخ بنانے سے خول کے حجم کا کتنا حصہ ضائع ہو جائیگا؟ $(\pi 31216 = \pi)$
 اگر شکل سے گرہ کے مرکز میں

سے گزرنے والی تراش تعبیر ہو تو —

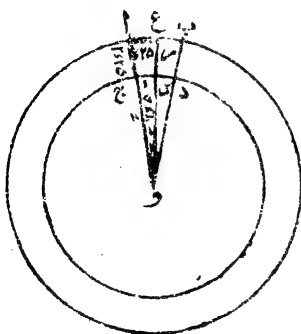
$$اب = 2525 \text{ انج}$$

$$و ج = 655 \text{ انج}$$

$$ج ا = 2525 \text{ انج}$$

$$\text{فرض کرو کہ س ع} = \text{ل}$$

تب —



$$ل (148 - ل) = (15125) \dots \dots \dots \text{دفعہ ۴۵}$$

$$= \frac{1}{4r} + \frac{1}{2} \frac{r^5}{r} - \frac{1}{2}$$

0504242 = J

∴ قطاع و ا ع ب کا حجم = $\frac{2}{3} \times 30$ رال کعب انچ دفعہ ۴۳، ۱

جہاں $1 = 8545 = 1$ ل $5.4242 = 1$

اس لئے قطاع و اع ب کا حجم $= \frac{2}{3} \pi r^2 l$ کعب ایچ

$$= \frac{2}{3} \times 351316 \times (8565) \times 2 \times 22250 = \text{کعب انجی}$$

اب قطاع وجک د اور قطاع و ا ع ب دونوں متشابه ہیں۔

$$\therefore \text{قطاع وج ک د کا حجم} = \frac{\pi}{4} \times 351214 \times (15.45) \times 2.62 = 1046222.5$$

$$\frac{(455)}{3(1555)} \times \text{کعب پنج} \dots \text{دفعه ۱}$$

اس لئے خارج شدہ حجم = $\frac{2}{3} \times 5.4242 \times 3.51314 \times \left[\frac{(1.65)}{5.425} - (1.65) \right]$ کمپلیٹ

$$= \frac{2}{F} \times 351119 \times 5.4172 \times 10^{-4} \times 105144 \times \text{کعب انچ}$$

$$= \frac{1}{2} \times 351216 \times 3528043 \text{ کعب انج}$$

$4586 =$ كعب النخ تقریباً

خول کے حجم میں تقریباً ۶۵۸۷ کعب انچ کی کمی ہو جاتی ہے۔

امثلہ نمبری (۲۹)

۱۔ دو ایسے گروں کے جموں کا تناسب معلوم کرو جن کے قطروں کا تناسب ۲:۱ ہے۔

۲۔ ایک کعب کا حجم کسی دوسرے کعب کے حجم سے آٹھ گنا ہے۔ اگر پہلے کعب کا کنارہ ۲ فٹ ۶ انچ ہو تو دوسرے کا کنارہ کیا ہوگا؟

۳۔ دو تنابہ مخروطیہاں مصلع کے ارتفاع بالترتیب ۶ انچ اور ۷ انچ ہیں مگر پہلے کا حجم ۵۰ کعب انچ ہو تو دوسرے مخروط کا حجم دریافت کرو۔

۴۔ اگر کسی Δ ایچ قطر کے کُرہ کا وزن ۸ پونڈ ہو تو اُسی مادہ کے ایک ایسے کُرہ کا وزن دریافت کرو جس کا قطر Δ ایچ ہے۔

۵۔ ایک مخروط کا ارتفاع ۵ فٹ ہے۔ ایک ایسے تشابہ مخروط کا ارتفاع دریافت کرو جس کا حجم پہلے مخروط کے حجم کا ستائیس گنا ہے۔

۶۔ ۲۰ ایچ ارتفاع کے ایک مخروط مضلع کو قاعدہ کے متوازی سطح سے دو مساوی حصوں میں کاٹا گیا۔ ہر ایک حصہ کی بلندی معلوم کرو۔

۷۔ دو تشابہ منشوروں کے حجموں میں نسبت ۳۴۳:۲۵ ہے۔ ان کی بلندیوں میں نسبت دریافت کرو۔

۸۔ توپ کے دو گولوں کے وزنوں کا تناسب ۱۰۰۰:۷۲۹ ہے۔ ان کے نصف قطروں کا تناسب دریافت کرو۔

۹۔ دو تشابہ مخروطوں کے وزن بالترتیب ۵۸۳۲ اونس اور ۲۹۱۳ اونس ہیں اگر پہلے مخروط کا ارتفاع ۹ فٹ ہو تو دوسرے کا ارتفاع معلوم کرو۔

۱۰۔ قاعدہ کے متوازی اور اس قاعدہ کی وسطی مستوی سطح سے ایک مخروط مضلع کو کاٹا گیا۔ مقطوع اور پورے مخروط مضلع کے حجموں کا تناسب معلوم کرو۔

۱۱۔ ایک مقطوع مخروط کے سروں کے قطر بالترتیب ۱۲ فٹ اور ۸ فٹ ہیں اور اس کا ارتفاع ۳ فٹ ہے۔ سروں کے متوازی ایک مستوی سطح سے مقطوع کو دو حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ چھوٹے سرے سے سطح کا فاصلہ دریافت کرو۔

۱۲۔ قاعدہ کے متوازی مستویوں سے ایک مخروط مضلع کو تین مساوی حصوں میں منقسم کرو اور ان حصوں کی بلندیاں دریافت کرو۔ مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۲ فٹ ہے۔

سوالات امتحانات ۲۹

۱۔ ایک بالٹی مقطوع مخروط کی وضع کی ہے۔ Δ قطر Δ ایچ بالائی حصہ کا قطر ۱ فٹ اور بلندی ۱۳ ایچ ہے: اگر بالٹی کا نصف حجم پانی سے بھرا ہوا ہو تو پانی کی گہرائی معلوم کرو۔ (جامعہ ممبئی۔ انگریزی ڈپلوما۔ دوسرا امتحان)

۲۔ ایک مکعب کے ہر ایک کنارہ میں اس کے طول کے دسویں حصہ کی کمی کر دی جاتی ہے۔ بتاؤ کہ حجم میں کس قدر کمی ہو جائیگی۔

(جامعہ پنجاب: سیڈل انجینئرنگ)

۳۔ ایک قائم مستطیر مخروط کو قاعدہ کے متوازی دو ایسی مستوی سطحوں سے منقسم کر دیا گیا ہے جو مخروط میں مساوی حصوں میں تقسیم کر دیتی ہیں۔ ان تین حصوں کے حجموں کا مقابلہ کرو۔ (جامعہ کلکتہ: امتحان ایف۔ ای)

۴۔ ایک مخروط مضع کا قاعدہ $\frac{1}{4}$ ، اونچ مضع کا مربع ہے۔ ایک ایسے تشابہ مخروط مضع کا قاعدہ مطلوب ہے جس کے حجم اور پہلے مخروط مضع کے حجم کا تناسب ۱۱:۱۱ ہے۔ (سب پور اپرینٹس ڈپارٹمنٹ: ماہانہ)

۵۔ دو ایسے تشابہ مخروطوں کے حجموں کا مقابلہ کرو جن کے محیط بالترتیب ۱۵ فٹ اور ۱۲ فٹ ہیں۔ (سب پور اپرینٹس ڈپارٹمنٹ: ماہانہ)

۶۔ اگر ایک قائم الزاویہ متوازی السطوح کا طول عرض اور بلندی بالترتیب ایک دوسرے قائم الزاویہ متوازی السطوح کے طول عرض اور بلندی سے بمقدار ایک چوتھائی کے زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ پہلا حجم دوسرے سے تقریباً بقدر دو چہند کے بڑا ہے۔ (سب پور اپرینٹس ڈپارٹمنٹ: ماہانہ)

۷۔ قاعدہ کے متوازی اور قاعدہ اور اس کے نقطہ وسطی میں سے گزرنے والی مستوی سطح سے ایک مخروط مضع کو دو حصوں میں کاٹا گیا: ثابت کرو ایک کٹا اور دوسرے کا سات گنا ہوگا۔

(سب پور اپرینٹس ڈپارٹمنٹ: فائینل)

۸۔ ایک مقطوع مخروط کے سروں کے قطر بالترتیب ۲۰ فٹ اور ۱۶ فٹ ہیں اور مقطوع کا ارتفاع ۵ فٹ ہے۔ سروں کے متوازی ایک سطح سے مقطوع کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ چھوٹے سروے سے سطح کا فاصلہ دریافت کرو۔ (ٹرینیٹی اپر سب آرٹیفینٹ: د اقلہ)

۹۔ ایک مقطوع مخروط کے سروں کے قطر بالترتیب ۲۰ فٹ اور ۱۶ فٹ اور اس کا ارتفاع ۵ فٹ ہے۔ سروں کے متوازی مستوی سطحوں سے مقطوع کو



۲۰

۱۱:۱۱ = ۱۱:۱۱

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

- تین مساوی حصوں میں منقسم کیا گیا۔ چھوٹے سروں سے متویوں کے فاصلے دریافت کرو۔ (سُرٹھ کی اپر سبب آرڈینیٹ : د اخلہ)
- ۱۰۔ اے ایچ ارتفاع کے ایک مخروط کو قاعدہ کے متوازی مستوی سطحوں سے تین مساوی قطعات میں تقسیم کرو اور ہر ایک حصہ کی عمودی بلندی دریافت کرو۔ (سُرٹھ کی اپر سبب آرڈینیٹ : د اخلہ)
- ۱۱۔ اگر اسٹیم انجن کے ایک نمونہ کا وزن ۸۰ پونڈ ہو تو انجن کا وزن معلوم کرو۔ انجن اُسی مادہ کا بنا ہوا ہے جس کا کہ نمونہ بنایا گیا تھا لیکن اُس کے طولی ابعاد نمونہ کے ابعاد سے نو گنے ہیں۔ (سُرٹھ کی اپر سبب آرڈینیٹ : ماہانہ)
- ۱۲۔ دو گروں کے وزنوں کا تناسب ۴ : ۲۵ اور ان کے ایک کعب ایچ مادہ کے وزنوں کا تناسب ۹ : ۱۵ ہے۔ گروں کے قطروں کا مقابلہ کرو۔ (سُرٹھ کی اپر سبب آرڈینیٹ : ماہانہ)
- ۱۳۔ ثابت کرو کہ ۶ ایچ نصف قطر کے کرہ کا حجم ان گروں کے حجموں کے مجموعہ کے برابر ہے جن کے نصف قطر ۳ ایچ ۴ ایچ اور ۵ ایچ ہیں۔ (سُرٹھ کی انجینیر : فائینل)
- ۱۴۔ قاعدہ کے متوازی تراشوں سے ایک مخروط کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کرو اور ان حصوں کے ارتفاع دریافت کرو۔ مخروط کا ارتفاع ۲۰ ایچ ہے۔ ()
- ۱۵۔ کعب بنار د پتھروں کا مجموعی حجم ۱۷۹۱۵۳ کعب ایچ ہے اور چھوٹے کعب اور بڑے کعب کے کناروں کا تناسب ۳ : ۲ ہے۔ ہر ایک کا کنارہ دریافت کرو۔ (جامعۃ الہ آباد : انٹرمیڈیٹ)
- ۱۶۔ مخروطی وضع کے ایک گلاس کا بالائی قطر ۲ ایچ ہے اور اُس کی گہرائی ۴ ایچ ہے، اُس کا نصف حجم پانی سے بھرا ہوا ہے۔ بتاؤ کہ اُس میں کس قدر پانی ہے اور گلاس میں اُس کی بلندی کیا ہوگی؟ (سُرٹھ کی اپر سبب آرڈینیٹ : ماہانہ)

حصہ سوم

باب سی ام

مستوی سطحوں سے گھرے ہوئے مجسمات

۱۸۰۔ کسی مجسم کی مجموعی سطح کا رقبہ اُس کو احاطہ کرنے والی سطحوں کے رقبوں کے مجموعہ کے برابر ہوتا ہے۔

اگر یہ احاطہ کرنے والی سطحیں اشکال مستوی ہوں تو ان کے رقبے ساحت مستوی (حصہ اول) میں ثابت شدہ کسی نہ کسی قاعدہ سے دریافت کئے جاسکتے ہیں اور اس کے لیے مزید مددگار ہے۔

ذیل کے مجسمات مستوی سطحوں سے گھرے ہوئے ہوتے ہیں:-

مستطیل مجسم

منشور

مخروط مضلع

فانہ

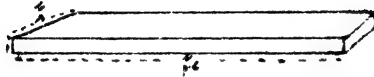
منشور کا اہل مقطع

منشور نما

مضلع مخروط کا مقطع

توضیحی مثالیں

۱۸۱۔ مثال ۱: ایک موٹی ۸ انچ چوڑی اور ۲۴ انچ لمبی ایک دھاتی تختی کو پگھلا کر ایک مکعب بنایا گیا۔ دونوں مجسمات کی سطحوں کا فرق معلوم کرو۔



دھاتی تختی کی سطح = $2 \times (8 \times 24 + 24 \times 8 + 8 \times 2)$ مربع انچ دفعہ ۸

$$= 504 \text{ مربع انچ}$$

دھاتی تختی کا حجم = $8 \times 24 \times 2$ مکعب انچ دفعہ ۱۱۵

$$= 384 \text{ مکعب انچ}$$

∴ مکعب کا کنارہ = $\sqrt[3]{384}$ انچ دفعہ ۱۱۷

$$= 7.25 \text{ انچ}$$

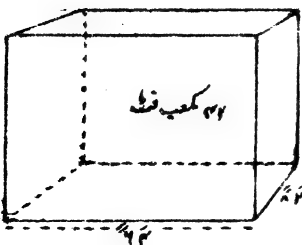
∴ مکعب کی سطح = $6 \times (7.25 \times 7.25)$ مربع انچ دفعہ ۹

$$= 314 \text{ مربع انچ}$$

اس لئے دونوں مجسمات کی سطحوں کا فرق = $(314 - 504)$ مربع انچ = ۱۹۰

مثال ۲: ایک حوض کی استرکاری سیسہ کی چادروں سے جن کا وزن $5\frac{1}{2}$ پونڈ فی مربع فٹ ہے کیا نیگی۔ حوض کا طول ۲ فٹ ۶ انچ عرض ۲ فٹ ۸ انچ اور اسکی گنجائش ۲۲ مکعب فٹ ہے: مطلوبہ سیسہ کا وزن دریافت کرو۔

اگر لا فٹ = حوض کی گہرائی



$$22 = 2\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{3} \text{ دفعہ ۱۱۵}$$

$$22 = 2\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{3}$$

یعنی حوض کی گہرائی = $2\frac{2}{3}$ فٹ

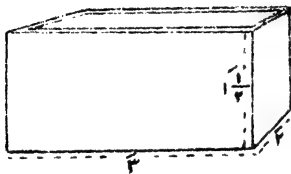
∴ عرض کی استرکاری کے لئے سیسہ کی مطلوبہ مقدار -

$$= \left(3 \frac{1}{4} \times 2 \frac{2}{3} \times 2 + 3 \frac{1}{4} \times 2 \frac{1}{4} \times 2 + 2 \frac{2}{3} \times 2 \frac{1}{4} \times 2 \right) \text{ مربع فٹ } 4 \text{ فٹ}^2 = 42 \frac{1}{4} \text{ مربع فٹ}$$

∴ مطلوبہ سیسہ کا وزن = $42 \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = 5 \frac{1}{4}$ پونڈ

$$= 331 \frac{11}{12} \text{ پونڈ}$$

مثال ۳۔ بیفر ڈھکن کا ایک صندوق، اس کے دبیز کٹڑی سے بنا ہوا ہے اور اس کے اندر اور باہر رنگ کروایا جائیگا۔ اس کا بیرونی طول، عرض اور گہرائی بالترتیب ۲، ۳ اور ۱ فٹ ہے۔ ایک مرتبہ رنگنے کے لیے رنگ کے کتنے سطحی فٹ درکار ہونگے؟



بیرونی سطح -

$$= \{ 2 \times 3 \times 2 + 2 \times 1 \times 2 + 3 \times 1 \times 2 \} = 2 \left(2 \times 3 + 2 \times 1 + 3 \times 1 \right) \text{ مربع فٹ } \dots \text{ فٹ}^2$$

$$= (4 + 15 + \frac{19}{3}) \text{ مربع فٹ}$$

$$= 21 \frac{19}{34} \text{ مربع فٹ}$$

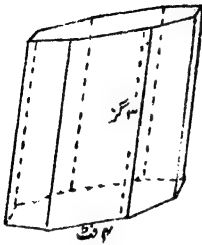
$$\text{اندرونی سطح} = \{ 2 \times 3 \times 2 + 2 \times 1 \times 2 + 3 \times 1 \times 2 \} = 2 \left(2 \times 3 + 2 \times 1 + 3 \times 1 \right) \text{ مربع فٹ } \dots \text{ فٹ}^2$$

$$= \left(\frac{119}{4} + \frac{186}{34} \right) \text{ مربع فٹ}$$

$$= 18 \frac{5}{12} \text{ مربع فٹ}$$

ایک مرتبہ رنگنے کے لئے $40 \frac{5}{12}$ مربع فٹ پر رنگ لگایا جائیگا۔

مثال ۴۔ ۴ فٹ ضلع کے منظم مشن قاعدہ کے ایک ترچھے منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔ منشور کے طرزی کنارے ۳ گز اور ان پر علی القوائم تراشش کا احاطہ ۹ گز افٹ ہے۔



منشور کے دونوں سروں کی سطحوں کا رقبہ —

$$= ۲ \times ۲ \times (۳۷ + ۱) \text{ مربع فٹ} \dots \text{دفعہ ۲۵}$$

$$= ۶۲ \times (۳۷ + ۱) \text{ مربع فٹ}$$

اب چونکہ منشور کے تمام طرفی رخ ایسے متوازی الاضلاع

ہیں جن کا طول مشترک اور طرفی کنارہ کے مساوی ہے —
∴ طرفی سطح کا رقبہ = علی القوائم تراش کا احاطہ x طرفی کنارہ

$$= (۹ \times ۲۸) \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۲۵۲ \text{ مربع فٹ}$$

اس لئے مجموعی سطح کا رقبہ = $\{۶۲ + ۲۵۲\} \times (۳۷ + ۱) \text{ مربع فٹ} = ۴۶۵۰.۹ \text{ مربع فٹ}$

مثال ۷: ایک مخروط مضلع کا قاعدہ اٹھ ضلع کا مثلث

تساوی الاضلاع ہے اور اُس کا اُلّ کنارہ ۳ فٹ ہے — مجموعی سطح معلوم کرو —

$$\text{مخروط مضلع کی اُلّ سطح} = ۳ \times \frac{۳}{۲} \times \left[۲ - \frac{۱}{۲} \times ۳ \right] \text{ مربع فٹ} \dots \text{دفعہ ۲۱}$$

$$\text{جہاں } ۳ = \frac{۱}{۲} \times ۳$$

$$\therefore \text{مخروط مضلع کی اُلّ سطح} = ۳ \times \frac{۱}{۲} \times \left[۳ - \frac{۱}{۲} \times ۳ \right] \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۲۶۳۴ \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{مخروط مضلع کا قاعدہ} = \frac{۳}{۲} \times \frac{۳}{۲} \text{ مربع فٹ} \dots \text{دفعہ ۲۱}$$

$$= ۰.۵۶۲۵ \text{ مربع فٹ}$$

∴ مجموعی سطح = $۲۶۳۴ + ۰.۵۶۲۵ \text{ مربع فٹ تقریباً}$

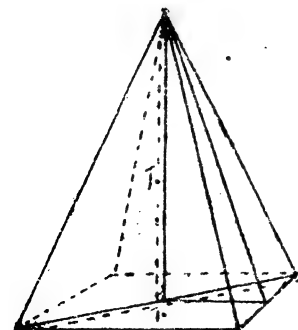
مثال ۸: ۱۰ فٹ ارتفاع کے ایک

تنام مخروط مضلع کا قاعدہ ایسا مربع ہے جس کے وتر کا ناپ ۱۰ فٹ ہے: اُس کی اُلّ

سطح دریافت کرو —

چونکہ مربع قاعدہ کا وتر = ۱۰ فٹ —

$$\therefore \text{مربع قاعدہ کا ہر ضلع} = \frac{۱۰}{\sqrt{۲}} \text{ فٹ} \dots \text{دفعہ ۱۰}$$



اور چونکہ مخروط مضلع کا ارتفاع = ۱۰ فٹ -

$$\therefore \text{مخروط مضلع کا اُل ارتفاع} = \left[\frac{2}{3} \left(\frac{5}{31} \right) + 2(10) \right] \text{ فٹ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= \frac{15}{31} \text{ فٹ}$$

$$\therefore \text{مخروط مضلع کی اُل سطح} = 3 \times \frac{1}{3} \times \frac{10}{31} \times \frac{15}{31} \text{ مربع فٹ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$= ۱۵۰ \text{ مربع فٹ}$$

مثال ۷: اُس منشور مثلثی کی مجموعی سطح دریافت کرو جس کے قاعدہ کا ہر ضلع $\frac{1}{3}$ فٹ اور جس کی عمودی بلندی ۳۰ فٹ ہے -

کسی اُل کنارہ مثلاً اب اور قاعدہ کے ایک ضلع کے نقطہ وسطی ج میں سے گزرنے والی مخروط مضلع کی تراش میں اس ب سے قاعدہ پر کا عمود د واقع ہوگا -

اور اس عمود کا پائین د اس طرح واقع ہوتا ہے کہ

$$\text{دج} = \frac{1}{3} \text{ ا ج} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۹۳}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{31}{3} \text{ فٹ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۷}$$

$$= \frac{11}{312} \text{ فٹ}$$

اس لئے

$$\text{ب ج} = \left[\frac{2}{3} \left(\frac{11}{312} \right) + 2(30) \right] \text{ فٹ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= 30.5 \text{ فٹ}$$

$$\therefore \text{اُل سطح کا رقبہ} = 3 \times \frac{1}{3} \times \frac{11}{312} \times 30.5 \text{ مربع فٹ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$= 23.4823 \text{ مربع فٹ}$$

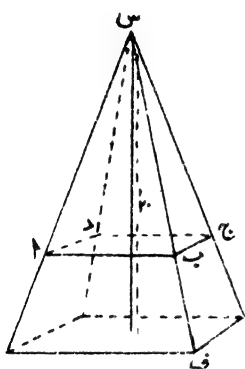
$$\text{نیز قاعدہ کا رقبہ} = \left(\frac{1}{3} \right) \times \left(\frac{31}{3} \right) \text{ مربع فٹ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۱}$$

$$= 13.5098 \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{اس لئے مجموعی سطح کا رقبہ} = 26.992 \text{ مربع فٹ}$$



مثال ۵: مربع قاعدہ کے ایک مخروط مضلع کا ارتفاع ۲۰ فٹ ہے: اس سے ایک ایسی افقی سطح کا عمودی فاصلہ دریافت کرو جو اس سطح کے رقبہ کو دو مساوی حصوں میں کاٹتی ہو۔



شکل میں فرض کرو کہ ا ب ج د سے کاٹنے والی سطح تعبیر ہوتی ہے اور فرض کرو کہ لافٹ = مخروط مضلع کے اس سے کاٹنے والی مستوی سطح تک کا عمودی فاصلہ۔
تب متشابہ اشکال سے۔

$$\text{لا: ۲۰} = \text{س ب: س ف} \dots \text{دفعہ ۱}$$

لیکن متشابہ اشکال سے۔

$$\text{س ب: س ف} = \text{ا ب: ا ج} \dots \text{دفعہ ۱۰۴}$$

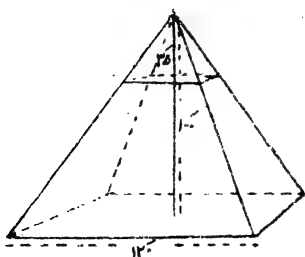
$$\therefore \text{لا: ۲۰} = \text{ا ب: ا ج}$$

$$\text{یا لا} = ۱۰$$

$$۱۳۲۱/۱۳۲۱ =$$

مطلوبہ فاصلہ ۱۳۲۱ و ۱۳ فٹ ہے۔

مثال ۶: ایک مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۰۰ فٹ اور اس کا قاعدہ ۱۲۰ فٹ ضلع کا مربع ہے۔ اس سے ۳۵ فٹ کے انتصابی فاصلے پر مخروط مضلع کو مستوی سطح سے کاٹ دیا گیا ہے۔ بتاؤ کہ بقیہ کی مجموعی برہنہ سطح کا رقبہ کیا ہوگا؟



بقیہ حصہ مخروط مضلع کا مقطع ہوگا اور مقطع کا بالائی سرا مربع ہوگا۔

فرض کرو کہ بالائی سرے کا ضلع = لافٹ

تب متشابہ اشکال سے۔

$$\text{لا: ۱۲۰} = \text{۱۰۰: ۳۵} \dots \text{دفعہ ۱}$$

$$\text{یا لا} = ۴۲$$

پھر۔

مخروط مضلع کی اُل بلندی = $\sqrt{(100)^2 + (90)^2}$ فٹ دفعہ ۱۶

$$= 130 \sqrt{3} \text{ فٹ}$$

اور اگر افٹ = مقطوع کے ہر ایک اُل رخ کے متوازی اضلعوں کے درمیان عمودی فاصلہ تو متشابہ اشکال سے —

$$100 : 95 = 130 \sqrt{3} : 124 \text{ دفعہ } 16$$

$$124 \sqrt{3} = 130$$

اس لئے اُل سطح کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times 130 \times (120 + 124) \sqrt{3}$ مربع فٹ دفعہ ۳۹

$$= 22559594 \text{ مربع فٹ}$$

نیز بالائی سطح کا رقبہ = $(120)^2$ مربع فٹ

$$= 14400 \text{ مربع فٹ}$$

اس لئے مجموعی برہمنہ سطح = $22559594 + 14400$ مربع فٹ

امثلہ نمبری (۳۰)

مستطیلی مجسمات

ان مستطیلی مجسمات کی مجموعی سطحوں کے رقبے دریافت کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں:۔

۱۔ ۳ فٹ ۶ انچ، ۲ فٹ ۹ انچ، ۲ فٹ ۶ انچ۔

۲۔ ۴ فٹ ۸ انچ، ۳ فٹ ۱۰ انچ، ۳ فٹ ۸ انچ۔

۳۔ ۲ گز ۲ فٹ ۹ انچ، ۲ گز ۲ فٹ ۹ انچ، ۲ گز ۲ فٹ ۹ انچ۔

ان کعبوں کی مجموعی سطحوں کے رقبے دریافت کرو جن کے کناروں کے طول حسب ذیل ہیں:۔

۷۔ ۳ فٹ ۷ انچ ۵۔ اگر ۲ فٹ ۶ انچ ۶۔ ۲ گز ۲ فٹ ۸ انچ
۷۔ بتاؤ کہ اس مستطیلی وضع کے صندوق کو باہر کی جانب ۳ ہنس فی مربع گز کے حساب سے رنگوانہ میں کیا لاگت ہوگی جس کا طول ۵ فٹ ۴ انچ، عرض ۲ فٹ ۶ انچ اور بلندی ۲ فٹ ۳ انچ ہے؟

۸۔ اس مکعب کا کنارہ معلوم کرو جس کی سطح کا رقبہ دہی ہوتا ہے جو کہ ایک ایسے مستطیلی مجسم کا ہے جس کا طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۱۰ فٹ، ۷ فٹ اور ۶ فٹ ہے۔

۹۔ اس مکعب کی سطح کا رقبہ معلوم کرو جس کا حجم دہی ہے جو کہ ایک ایسے مستطیلی مجسم کا حجم ہے جس کے ابعاد حسب ذیل ہیں: طول ۹ فٹ، عرض ۷ فٹ اور بلندی ۵ فٹ ہے۔
۱۰۔ ایک مستطیلی مجسم کا قاعدہ ایک مربع ہے اور اس کی بلندی اس کے طول سے دو گنا ہے۔ اگر اس کا حجم ۲۰۰۰ مکعب انچ ہو تو اس کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۱۔ مستطیلی وضع کے ایک ڈبہ کا قاعدہ مربع ہے اور اس کی اندرونی گہرائی اس کے اندرونی طول کی نصف ہے: اگر ڈبہ کی گنجائش ۳۰۰ مکعب انچ ہو اور وہ ڈبہ بغیر ڈھکن کے ہر تو اس کی اندرونی سطح دریافت کرو۔

۱۲۔ مستطیلی وضع کا ایک ڈبہ مع ڈھکن ۱۱ انچ موٹی لکڑی سے بنایا گیا ہے۔ اگر اس کے اندرونی ابعاد ۴ فٹ ۶ انچ، ۳ فٹ ۸ انچ اور ۳ فٹ ۵ انچ ہوں تو اس کی مجموعی بیرونی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۳۔ راج کے سویر حصہ تک اس مکعب کا کنارہ معلوم کرو جس کی سطح ۱۰ مربع فٹ ہے۔
۱۴۔ ۱۰ فٹ ۲ انچ لمبے ۶ فٹ ۲ انچ چوڑے اور ۶ فٹ ۸ انچ گہرے مستطیلی وضع کے ایک شخص کہ پہلوؤں اور تہ پر سیمہ کی چادروں سے استر کاری کروانہ کی قیمت دریافت کرو۔ سیمہ کی قیمت ۲۵ شلنگ فی ہنڈ رویت ہے اور اس کا وزن ۸ پونڈ فی مربع فٹ ہے۔

۱۵۔ اس بات کی تصدیق کرو کہ کم سے کم مادہ سے معلومہ گنجائش کا مستطیلی وضع کا ایک ڈبہ مع ڈھکن کے بنانے کے لئے مکعب شکل بہت ہی مفید ہوگی۔
۱۶۔ اس بات کی تصدیق کرو کہ کم سے کم مادہ سے معلومہ گنجائش کا مستطیل وضع کا

ایک ڈیہ بغیر ڈھکن کے بنانے کے لئے سب سے مفید شکل وہ ہوگی جس کی بلندی طول سے نصف ہو اور جس کا قاعدہ ایک مربع ہو۔

منشور

۱۷۔ ایک ایسے قائم مثلثی منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا ارتفاع ۳۶ فٹ اور جس کے قاعدہ کے اضلاع بالترتیب ۵، ۳، ۴ اور ۲۰ فٹ ہیں۔

۱۸۔ اُس قائم مثلثی منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا ارتفاع ۷ گز اور جس کے قاعدے کے اضلاع بالترتیب ۲۵، ۳۹ اور ۵۶ فٹ ہیں۔

۱۹۔ اُس قائم منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا ارتفاع ۶ فٹ اور جس کا قاعدہ ۲ فٹ ضلع کا منتظم مسدس ہے۔

۲۰۔ اُس قائم مثلثی منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ معلوم کرو جس کا ارتفاع ۱۰ انچ اور جس کا قاعدہ ۱ انچ ضلع کا منتظم مشن ہے۔

۲۱۔ اُس قائم منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا ارتفاع ۲ فٹ ۳ انچ اور جس کا قاعدہ ۱ فٹ ضلع کا مثلث مساوی الاضلاع ہے۔

۲۲۔ ۱۰ اینس فی مربع فٹ کے حساب سے اُس قائم منشور کے طرفی رُخوں کو رنگوانے کی اجرت معلوم کرو جس کا ارتفاع ۵ فٹ ۳ انچ اور جس کا قاعدہ ۱ فٹ ۸ انچ ضلع کی منتظم نو ضلعی شکل ہے۔

۲۳۔ ایک قائم منشور کا قاعدہ ایک ایسا مثلث ہے جس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ انچ ہیں۔ اگر اس کی مجموعی سطح کا ناپ ۴ مربع فٹ ۱۲ مربع انچ ہو تو اس کا ارتفاع معلوم کرو۔

۲۴۔ ایک ایسے مائل منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا قاعدہ ۸ انچ ضلع کا مربع ہے، طرفی کنارے ۲ فٹ ۳ انچ اور ان پر کی علی القوائم تراش کا احاطہ ۳ فٹ ۲ انچ ہے۔

۲۵۔ ایک قائم منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ ۳۵۲ مربع انچ اور طرفی سطح کا رقبہ اس کے دونوں سروں کے رقبوں کے مجموعہ کے مساوی ہے نیز منشور کا قاعدہ

مثلث متساوی الاضلاع ہے۔ اس کا ارتفاع دریافت کرو۔

مخروط مضلع

۲۶۔ ایک ایسے قائم مخروط مضلع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا قاعدہ ۲ فٹ ۶ انچ مضلع کا مربع ہے اور جس کی مائل بلندی ۲ فٹ ۹ انچ ہے۔

۲۷۔ اس منظم مخروطی کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کے کنارہ کا ناپ ۵ فٹ ہے۔

۲۸۔ اس قائم مخروط مضلع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا قاعدہ ۱۰ انچ مضلع کا منظم متدس ہے اور جس کا مائل ارتفاع ۱ فٹ ہے۔

۲۹۔ اس قائم مخروط مضلع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا قاعدہ ۴۰ انچ مضلع کا مربع ہے اور جس کے دوسرے کناروں میں سے ہر ایک کا ناپ ۲۰ ۵/۸ انچ ہے۔

۳۰۔ اس قائم مخروط مضلع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا قاعدہ ۱۶ انچ مضلع کا مربع اور جس کا ارتفاع ۲۹ انچ ہے۔

۳۱۔ اس قائم مخروط مضلع کا ارتفاع معلوم کرو جس کی مجموعی سطح ۳۱۲۰ مربع انچ اور جس کا قاعدہ ۱۰۴ انچ مضلع کا ایک مثلث متساوی الاضلاع ہے۔

۳۲۔ ۶ اینس فی مربع انچ کے حساب سے اس قائم مخروط مضلع کی تمام سطح پر پالش کروانے کی انجرت دریافت کرو جس کی مائل بلندی ۱۴ انچ اور جس کا قاعدہ ۱ انچ مضلع کا ایک منظم مشمن ہے۔

۳۳۔ اس قائم مخروط مضلع کی ترجیحی سطح دریافت کرو جس کا ارتفاع ۶۵ انچ ہے اور جس کا قاعدہ ۲۸ ۳/۴ انچ مضلع کا منظم متدس ہے۔

۳۴۔ مربع قاعدہ کے ایک مخروط مضلع کے دوسرے چار طر فی رخ چار مثلثات متساوی الاضلاع ہیں اور ہر کنارہ ۹ انچ ہے: اس کی مجموعی سطح معلوم کرو۔

۳۵۔ ایک قائم منظم متدسی مخروط مضلع کا مائل کنارہ ۶۵ انچ اور اس کا ارتفاع ۵۶ انچ ہے۔ قاعدہ کا رقبہ معلوم کرو۔

فانہ

۳۶۔ ایک فانہ کے قاعدہ کا طول ۷۰ انچ اور عرض ۵۶ انچ ہے اور فانہ کا کنارہ ۸۶ انچ ہے۔ اگر مخروط نما رُخوں کے دوسرے اضلاع میں سے ہر ایک ۳۲ و ۵۵ انچ ہو تو فانہ کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۷۔ ایک فانہ کے قاعدہ کا طول ۶۰ انچ اور عرض ۲۴ انچ ہے۔ فانہ کا ارتفاع ۹ انچ اور اس کا کنارہ ۵۲ انچ ہے۔ اگر قاعدہ کے ساتھ فانہ کے سروں کا میلان مساوی ہو تو اس کے مخروط نما بازوؤں کا رقبہ دریافت کرو۔

منشور کا مائل مقطع

۳۸۔ ایک قائم منشور کا قاعدہ ۳ فٹ ضلع کی متطبیعات ضلعی شکل ہے۔ اس منشور کا ایک حصہ کاٹ کر ایک مائل مقطع حاصل کیا گیا اس طرح کہ سات متوازی کناروں کا مجموعہ ۳۸ فٹ ۶ انچ ہے: مقطع کے طئی رُخوں کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۹۔ ایک ترچھے منشور کی عمودی تراش ۱ فٹ ۶ انچ ضلع کی متطبیعات شکل ہے۔ اس منشور کا کچھ حصہ کاٹ کر ایک مائل مقطع حاصل کیا گیا اس طرح کہ پانچ متوازی کناروں کا مجموعہ ۲۲ فٹ ۶ انچ ہوتا ہے: مقطع کے طئی رُخوں کا رقبہ دریافت کرو۔

منشور نما

۴۰۔ ایک منشور نما کے سرے ایسے مستطیل ہیں جن کے متناظر البعاد بالترتیب ۵۶ فٹ ۲۸ x فٹ اور ۲۰ فٹ ۱۵ x فٹ ہیں۔ اور بقیہ کناروں میں سے ہر ایک ۴۲ فٹ ۶ انچ ہے: مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۱۔ ایک منشور نما کا ایک سر ۱۶ انچ ضلع کا مربع ہے اور دوسرا سر ۸ انچ ضلع کا منتظم مثلث ہے۔ نیز مثلث کے چار ضلعے مربع کے چار ضلعوں کے

متوازی ہیں: اگر منشور منہ کے بقیہ کٹاؤں میں سے ہر ایک کا ناپ ۸۵۵ انچ ہو تو اُس کی طر فی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

محزوط مضلع کا مقطع

۴۲۔ ایک محزوط مضلع کے مقطع کے سرے ایسے مثلثات متساوی الاضلاع ہیں جن کے ضلع بالترتیب ۹ فٹ اور ۳ فٹ ہیں: اگر ہر ایک منحرف نائچ کے متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ ۶ فٹ ۲ انچ ہو تو مقطع کی مائل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۳۔ ایک محزوط مضلع کے مقطع کے سرے ایسے مربع ہیں جن کے ضلع بالترتیب ۲ فٹ ۶ انچ اور ۳ فٹ ۹ انچ ہیں: اگر ہر ایک منحرف منہ رخ کے متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ ۳ فٹ ۲ انچ ہو تو مقطع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۴۔ ۳ پنس فی مربع انچ کے حساب سے ایک ایسے محزوط مضلع کے مقطع کی مجموعی سطح پر پالش کروانے کی اجرت قریب ترین پینی تک معلوم کرو جس کے سرے بالترتیب ۳ فٹ اور ۴ فٹ ضلعوں کے تنظیم مسدس اور جس کی مائل بلندی ۱ فٹ ۶ انچ ہے۔

۴۵۔ ایک محزوط مضلع کے مقطع کے سرے بالترتیب ۲ انچ اور ۱۰ انچ ضلعوں کے مربع ہیں۔ ارتفاع ۲ انچ ہے: مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

سوالات امتحانات

(۳۳ = $\frac{۲۲}{۲}$ زمین کرو)

مستطیلی عجبات

۱۔ ۱۲ فٹ ۹ انچ لمبے ۸ فٹ ۳ انچ چوڑے اور ۶ فٹ ۶ انچ گہرے مستطیلی وضع کے

ایک عرض کے پہلوؤں اور شہ پر ایک پونڈ ۸ شلنگ فی ہنڈرویٹ کی قیمت اور ۸ پونڈ فی مربع فٹ وزنی سیدہ کی تختیوں سے استرکاری کرنے میں کیا لاگت ہوگی؟ (سٹریٹ کی انجینیر: د اخلہ)

۲۔ ایک کعب کے قاعدہ کا وتر ۲ فٹ ہے: اس کا حجم اور مجموعی سطح معلوم کرو نیز بتاؤ اگر اس کعب کو ایک گولہ کی وضع میں تبدیل کیا جائے تو کم از کم کس قدر مادہ نکالنا پڑے گا؟ (سٹریٹ کی انجینیر: د اخلہ)

۳۔ سطح انچ قطر اور $\frac{1}{2}$ انچ دیوارت کے کتنے رنگوں کو کھیلایا جائے کہ ان کے مادہ سے ایک ایسا کعب بنایا جاسکے جس کی سطح کا ناپ ۵۲ مربع انچ ہو؟ (=)

۴۔ ایک کعب کا حجم ۶۵۰۶۹۶۲ کعب فٹ ہے۔ اس پر ایسے کپڑے کا غلاف چڑھانے کی لاگت معلوم کرو جس کا عرض ۲ فٹ ۲ انچ اور قیمت ۹ پنس فی گز ہے۔ (سٹریٹ کی ایویسب آرڈیننس: د اخلہ)

۵۔ مستطیلی وضع کے ایک ڈپہ کے متصل کنارے ۲۸۵ و ۳۰۶ انچ ۲۸۵ و ۳۰۶ انچ اور ۱۱ و ۱۰ انچ ہیں۔ اس پنس فی مربع انچ کے حساب سے بیرونی سطح پر لمع کرانے کی اجرت معلوم کرو۔ (سٹریٹ کی انجینیر: خائینل)

۶۔ ۲ پونڈ ۱۰ شلنگ ۲ پنس فی کعب انچ کے حساب سے دھات کے ایک کعب کی قیمت ۱۲۰۶ پونڈ ۲ شلنگ ۲ پنس ہوتی ہے: $\frac{1}{2}$ پنس فی مربع انچ کے حساب سے اس پر لمع کرانے کی اجرت معلوم کرو۔ (= =)

۷۔ کسی کعب کے دو مقابل کے کناروں میں سے گزرنے والی تراش کے رقبہ کا مقابلہ کعب کی پوری سطح کے رقبہ سے کرو۔ (= =)

۸۔ ۵ فٹ لمبے $\frac{1}{2}$ فٹ چوڑے اور $\frac{1}{4}$ انچ دبیر پنکھے کے فریم پر اگر کپڑا چڑھانا مطلوب ہو تو بتاؤ کہ کتنے فٹ ایسا کپڑا درکار ہوگا جس کا عرض ۱۰ فٹ ہو؟ (سٹریٹ کی انجینیر: خائینل)

مشور

۹۔ اس مائل مشور کی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا قاعدہ ۱۰ انچ ضلع کا منتظم مسدس ہے اور طرفی کنارے ۲۰ فٹ اور ان پر علی القوائم تراش کا احاطہ $\frac{1}{2}$ فٹ

ہے۔
 ۱۰۔ ایک منظر مشن منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ ۲۰۷۰ مربع فٹ اور اس کی طرفی سطح کا رقبہ ۱۸۰۰ مربع فٹ ہے۔ قاعدہ کے ہر ضلع کا طول معلوم کرو۔
 (سویڈن میں اکونٹس)

محزوط مضلع

۱۱۔ ۱۸ فٹ \times ۳۲ فٹ البعاد کے مستطیل قاعدہ پر بنی ہوئی محزوط مضلع کی وضع کی ۱۲ فٹ بلندی پر ایسی تختیوں سے ڈھکی ہوئی ہے جو ۱۸ شلنگ ۹ پنس سینکڑہ کے حساب سے بکٹی ہیں اور ہر ایک کی برہنہ سطح کے البعاد ۱۲ انچ \times ۹ انچ ہیں: لاگت معلوم کرو۔
 (جامعہ بمبئی: ذراعت - دوسرا امتحان)

۱۲۔ ایک منظم محزوط مضلع کی سطح کا رقبہ کس طرح معلوم کرو گے۔

(جامعہ بمبئی: ایل - سی - ای - دوسرا امتحان)

۱۳۔ ایسے مربع محزوط مضلع کی مائل سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کے قاعدہ کا ہر ضلع ۳ فٹ اور جس کی مائل بلندی ۵ فٹ ہے۔

(جامعہ پنجاب: سیول انجینئرنگ کا پہلا امتحان)

۱۴۔ اس قائم محزوط مضلع کی مائل سطح دریافت کرو جس کا ارتفاع ۷ اور جس کا قاعدہ ۸ اضلاع کی ایسی منظم شکل ہے جس کے ہر ضلع کا طول ۱ ہے۔
 جامعہ کلکتہ: امتحان ایف - ای

۱۵۔ ۲۱ فٹ مربع قطعہ زمین پر محزوط مضلع کی وضع کا ایک ایسا خیمہ لگوانا مطلوب ہے جس کی عمودی بلندی ۱۳ فٹ ہے۔ ۵ آنہ فی مربع گز کے حساب سے مطلوبہ کپڑے کی قیمت دریافت کرو۔
 (سرٹفکی انجینئر: دا حئلہ)

۱۶۔ ایسے مثلثی محزوط مضلع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جو چار ایسے مثلثات متساوی الاضلاع پر مشتمل ہے جن میں سے ہر ایک کا ضلع ۱۰ فٹ ہے۔ (۷۷)

۱۷۔ چھوٹے کا محزوط مضلع ۵۰ فٹ مربع اور ۵۰ فٹ بلند ہے۔ بتاؤ کہ ایونڈ فی مربع فٹ کے حساب سے اس کی سطح کو بجلا سنگ خارا سے پہلے جیسا چکلا

- بنوانے میں کیا اخراجات ہونگے ؟
 ۱۸۔ کسی مخروط مضلع کا قاعدہ ایک ایسا مثلث متساوی الاضلاع ہے جس کا ہر ضلع ۲ فٹ ہے اور اس کا مال کنارہ ۶ فٹ ہے : اس کی برہمن سطح معلوم کرو۔
 (سٹراکی ایپوسب آرڈینیٹ : د اخلہ)
 ۱۹۔ اس مخروط مضلع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا قاعدہ ایک مثلث ہے اور جس کے دوسرے رخ مساوی ہیں۔ قاعدہ کا ہر ضلع ۱۰۴۵ انچ اور مخروط مضلع کا مال کنارہ ۲۵۶۸ انچ ہے۔ (سٹراکی ایپوسب آرڈینیٹ : د اخلہ)
 ۲۰۔ ۵ فٹ بلند ایک مستوی مینار کا مال کنارہ ۷ فٹ ہے۔ ۴ روپیہ فی ۱۰۰ مربع فٹ کے حساب سے رنگوانے کی اجرت معلوم کرو۔ ()
 ۲۱۔ ۱۲ فٹ مربع اور ۶ فٹ اونچی دیواروں والے ایک ڈنڈے کے ڈیرہ کے لئے مطلوبہ کپڑے کی قیمت بتاؤ۔ چھت کا اٹار ۴۵ ہے اور چھت دیواروں طرف دیواروں سے ۳ فٹ آگے نکل ہوئی ہے۔ کپڑے کا عرض ۲ فٹ ۳ انچ اور اس کی قیمت ۱۲ آنہ فی گز ہے۔ (سٹراکی ایپوسب آرڈینیٹ : د اخلہ)

منشور نما

- ۲۲۔ ایک منشور نما کا ایک سرا ۱ فٹ ضلع کا مثلث متساوی الاضلاع ہے اور دوسرا سرا ۱۱ فٹ ضلع کا منظم سندس ہے۔ سندس کے تین ضلع دوسرے سرے کے تین ضلعوں کے متوازی ہیں : ارتفاع ۳ فٹ ہے : اس کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔ (سٹراکی ایپوسب آرڈینیٹ : د اخلہ)

مضلع مخروط کے مقطوع

- ۲۳۔ ایک ایسے مربع مضلع مخروط کے مقطوع کی سطح معلوم کرو جس کے قاعدہ

یا بڑے سرے کا ہر ضلع ۲ فٹ ۲ انچ اور بالائی یا چھوٹے سرے کا ہر ضلع ۲ فٹ ۲ انچ ہے اور مقطوع کے کناروں میں سے ہر ایک ۱۰ فٹ ہے۔

(جامعہ ممبئی)۔ نہراعت: دوسرا امتحان

۲۴۔ ایک مضلع مخروط کے مقطوع کے سرے بالترتیب ۶ فٹ اور ۴ فٹ اضلاع کے مساوی ہیں اور اس کا مائل ارتفاع ۱۰ فٹ ہے: سطح معلوم کرو۔

(جامعہ مدراس: امتحان بی۔ اے)

۲۵۔ ایک مربع مخروط مضلع کے مقطوع کی سطح کا رقبہ ۱۰۰ مربع فٹ اور قاعدہ کا محیط ۱۳ فٹ ۲ انچ اور مائل ارتفاع ۱۰ فٹ ہے۔ بالائی سرے کا رقبہ دریافت کرو۔ (سُرٹا کی انجینیریا: داخلہ)

ضمیمہ سوالات امتحانات

۲۶۔ ایک نظم مضلع مخروط کے مقطوع کے سرے مربع ہیں۔ چلے سرے کا کنارہ ۱۰ انچ اور بالائی سرے کا ۵ انچ ہے۔ نیز مقطوع کی بلندی $\frac{1}{2}$ ، لنگ ہے: مقطوع کے ایک مائل کنارہ کا طول اور مائل رُخوں کا رقبہ دریافت کرو۔

(سُرٹا کی ایو سب آرمڈ اینڈ نیٹ: داخلہ)

۲۷۔ ایک صندوق سج ڈھکن $\frac{1}{2}$ انچ دبیر تختیوں سے بنا ہوا ہے۔ اگر بیرونی ابعاد ۳ فٹ ۶ انچ ۲ فٹ ۶ انچ اور ۱۰ فٹ ۹ انچ ہوں تو ٹھیک ٹھیک معلوم کرو کہ اس کی بناوٹ میں کتنے مربع فٹ تختے استعمال ہوئے ہیں۔

(جامعہ پنجاب: سیول انجینیرنگ کا پہلا امتحان)

۲۸۔ مستطیل وضع کے ایک پتھر کے تمام رُخوں پر سوائے اس رُخ کے جو کہ زمین پر ٹٹکا ہوا ہے صفائی کی جائیگی۔ تین مختلف رُخوں کو یکے بعد دیگرے نیچے رکھ کر یہ معلوم ہوا کہ ان صورتوں میں پتھر کی مجموعی سطح کا رقبہ جس پر صفائی کی جائیگی بالترتیب ۴۱۲ مربع فٹ ۳۹۴ مربع فٹ اور ۴۰۳ مربع فٹ ہے۔ پتھر کے

ابعاد دریافت کرو۔ (سُرٹا کی انجینیریا: خلائیٹل)

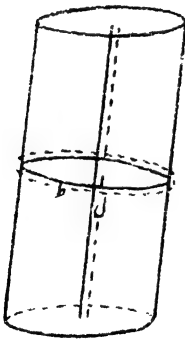
۲۹ - ایک فنورنگا کا ایک سر ۳ فٹ ضلع کا مثلث متساوی الاضلاع ہے اور دوسرا سر ۲ فٹ ضلع کا منظم سدس ہے۔ سترس کے تین اضلاع دوسرے سرے کے تین ضلعوں کے متوازی ہیں۔ ارتفاع ۳ فٹ ہے: اس کی سطح کا رقبہ معلوم کرو۔
(سراٹھکی اپوسب آمدنیٹ: ۲۰۱)

باب سی ویکم

اُسٹوانے اور حلقے

مسئلہ (۲۴۳)

۱۸۴۔ کسی اُسٹوانہ کی مخنی سطح کا رقبہ معلوم کرنا جب کہ اُسٹوانہ کا طول اور اُس کے محور پر علی القوائم سطح سے اُس کی عمودی تراش کا احاطہ دیے ہوئے ہوں۔



ہم دیکھ چکے ہیں کہ اُسٹوانہ کی تعریف اس طرح کی جا سکتی ہے کہ وہ منشور کی انتہائی صورت ہے جس کے ضلعوں کی تعداد لا انتہا بڑھا دی گئی ہو اور ہر ضلع کا طول لا انتہا کم کر دیا گیا ہو (دفعہ ۱۲)۔

اب کسی منشور کی طہر فی

سطحوں کا رقبہ مساوی ہوتا ہے۔

ط بدل مربع اکائیاں

جہاں ط طولی اکائیاں = منشور کی ایسی عمودی تراش کا احاطہ جو اُس کے

محور پر علی القوائم سطح سے بنتی ہے۔

اور ط طولی اکائیاں = منشور کا طول

∴ کسی اسطوانہ کی منحنی سطح کا رقبہ = عمودی تراش کا احاطہ \times طول
 = ط \times مربع اکائیاں

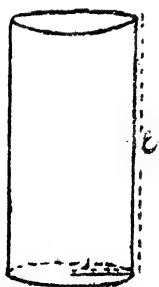
پس قاعدہ —

اسطوانہ کے طول میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو ان کی ایسی عمودی تراش کے احاطہ میں کی ان ہی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو جو محور پر علی القوائم سطح سے بنتی ہیں۔ تب حاصل ضرب سے متناظر مربع اکائیوں میں منحنی سطح کا رقبہ حاصل ہوگا۔

یا مختصراً — اسطوانہ کی منحنی سطح = عمودی تراش کا احاطہ \times طول
 س = ط

صورت خاص

۱۸۳۔ قائم مستدیر اسطوانہ



یہاں اسطوانہ کا قاعدہ ایک ایسی تراش ہے جو محور پر علی القوائم سطح سے بنتی ہے اور اسطوانہ کا طول وہی ہے جو کہ اس کا ارتفاع ہے۔

∴ قائم مستدیر اسطوانہ کی سطح کا رقبہ = قاعدہ کا محیط \times ارتفاع
 = ط \times مربع اکائیاں

اس لیے —

قائم مستدیر اسطوانہ کی مجموعی سطح = $2\pi r (r + ع)$ مربع اکائیاں



جہاں رطولی اکائیاں = قاعدہ کا نصف قطر

ع طولی اکائیاں = ارتفاع

۱۸۲- قائم مستدیر اُسٹوانہ کے ایسے قطعہ پر غور کرو جو محور کے متوازی کسی مستوی سے بنتا ہے۔ اس قطعہ کے وسیع اطلاق کو مد نظر رکھتے ہوئے ایسے قطعہ اُسٹوانہ کو مشورہ تصور کیا جاسکتا ہے (دیکھو صفحہ ۱۲۶)۔ اس لیے اس کی طرئی سطحوں کے رقبہ کا تعین ذیل کے ضوابط سے ہو سکتا ہے۔

س = ط \times د ل مربع اکائیاں

جہاں ط طولی اکائیاں = قطعہ کے ایک سرے کا احاطہ

اور ل طولی اکائیاں = قطعہ کا طول

سرے کا احاطہ دائرہ کی قوس کے متعلقہ ضوابط سے دریافت کیا جاسکتا ہے۔ (دیکھو صفحات ۹۰، ۹۱)۔

سروں کے رقبے قطعہ دائرہ کے متعلقہ ضوابط سے دریافت کیے جاسکتے ہیں۔ (دیکھو صفحات ۹۰، ۹۱)

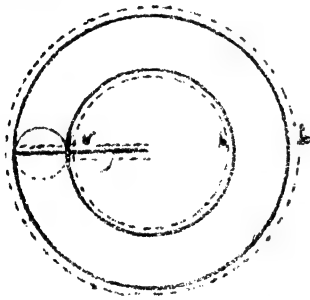
حلقہ

۱۸۵- اُسٹوانہ نا حلقہ کی تعریف اس طرح کی گئی تھی کہ اس سے ایک ایسا اُسٹوانہ مڑا دے جس کو دائرہ کی شکل میں یہاں تک موڑ دیا گیا ہو کہ اُس کے سرے مل جائیں۔ حلقہ بنانے کے لیے اُسٹوانہ کو موڑنے میں چونکہ اس کے اندرونی حصہ اُسی قدر کڑھا جاتا ہے جتنا کہ بیرونی حصے میں پھیلاؤ واقع ہوتا ہے اس لیے حلقہ کی سطح وہی ہوگی جو کہ ابتدائی اُسٹوانہ کی سطح ہوتی ہے۔ اس لیے اُسٹوانہ نا حلقہ کی سطح ایک ایسے قائم مستدیر اُسٹوانہ کی سطح کے برابر ہوتی ہے جس کا قاعدہ حلقہ کی عمودی تراش کے برابر ہو اور جس کا

ارتفاع حلقہ کے طول کے برابر ہو۔

یعنی — اُسٹوانہ حلقہ کی سطح = عمودی تراش کا احاطہ ہر حلقہ کا طول
س = ط بدل

ان ہی دلائل کا اطلاق کسی ایسے حلقہ کی صورت میں بھی ہو سکتا ہے جس کی عمودی تراش ایک ایسے خط مستقیم کے گرد قشابہ ہے جو عمودی تراش کے مستوی میں ہے اور حلقہ کے مستوی پر اعلیٰ القوائم ہے (صفحہ ۱۳۳ کی شکل دیکھو)۔



۱۸۶۔ اُسٹوانہ حلقہ کی صورت خاص میں ذیل کے منابضے آسانی کے ساتھ ثابت کیے جاسکتے ہیں:۔

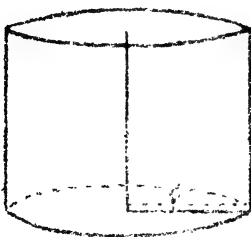
$$س = \pi (س^2 - ط^2)$$

$$س = \frac{1}{2} (ط^2 - س^2)$$

جہاں س = سطحی رقبہ

س اور ط = بالترتیب بیرونی اور اندرونی نصف قطر
ط اور ط = متناظر محیط

توضیحی مثالیں



۱۸۷۔ مثال ۱۔ ایک قائم مستدیر

اُسٹوانہ کا نصف قطر ۲ فٹ اور اُس کی

مجموعی سطح کا رقبہ ۲۰ x ۳۳ مربع فٹ ہے:

اُسی قاعدہ اور اُسی ارتفاع کے ایک

خروط کا حجم کیا ہونا چاہیے؟

اگر س = اُسٹوانہ کا ارتفاع تو۔

$$\pi r^2 (r + e) = 320 \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۸۳}$$

جہاں $r = 2$

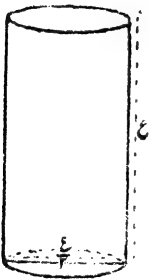
$$\therefore 320 = (2 + e) \pi r^2$$

$$e = 3$$

اس لیے مطلوبہ مخروط کا حجم $= \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 2^2 \times 3$ مکعب فٹ دفعہ ۱۸۲

$= 3\pi$ مکعب فٹ

مثال ۲: ایک قائم مستدیر اسطوانہ کی مجموعی سطح ۳۷ مربع فٹ اور قاعدہ کا قطر ارتفاع کا نصف ہے: ارتفاع معلوم کرو۔
اگر e = ارتفاع تو۔



$$\pi r^2 (r + e) = 37 \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۸۳}$$

$$\text{جہاں } r = \frac{e}{2}$$

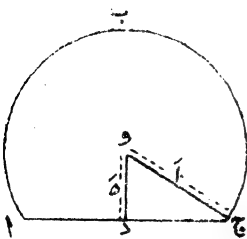
$$\therefore 37 = \left(\frac{e}{2} + e \right) \frac{e}{4} \pi$$

$$e^2 = 53.2$$

$$e = 7.3$$

$$\text{اسطوانہ کا ارتفاع} = 7.3$$

مثال ۳: ایک قائم مستدیر اسطوانہ کو جس کا ارتفاع ۱۲ فٹ اور جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ فٹ ہے محور کے متوازی اور اُس سے ۵ فٹ کے فاصلہ پر



سے گزرنے والی سطح کے ذریعہ دو قطعات میں کاٹا جاتا ہے: بڑے قطعہ کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو $(33 = 13.14 \times 2)$ ۔

فہم کرو کہ اس شکل سے اسطوانہ کے بڑے قطعہ کا ایک سرا تعبیر ہوتا ہے اس لیے اج سے کاٹنے والی سطح کا مقام تعبیر ہوگا۔

اب چونکہ —

$$\text{وج} = ۱۰ \text{ فٹ}$$

$$\text{اور ود} = ۵ \text{ فٹ}$$

اور > ود ج ایک ٹائر ہے —

$$\therefore \text{دوج} = ۹۰$$

$$\text{اور دج} = \frac{۳۱۰}{۲} \text{ فٹ} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱}$$

$$\text{یا اج} = \frac{۳۱۰}{۳} \text{ فٹ}$$

پھر —

$$\text{قوس اب ج} = \frac{۲۴۰}{۳۶} \times ۲ \times ۳ \times ۱۰ \text{ فٹ} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۴}$$

$$= \frac{۳۴۰}{۳} \text{ فٹ}$$

$$\therefore \text{قطعہ اب ج د کا احاطہ} = (۳۱۰ + \frac{۳۴۰}{۳}) \text{ فٹ}$$

$$= \text{اُسٹوانہ کے قطعہ کے ایک سرے کا احاطہ}$$

نیز —

$$\text{قطعہ اب ج د کا رقبہ} = (\frac{۳۴۰}{۳} + ۲۵) \times ۱۰ + \frac{۱}{۲} \times ۳۱۰ \times \frac{۳۴۰}{۳} \text{ مربع فٹ}$$

دفعات ۲۰۸۲

$$= (\frac{۳۴۰}{۳} + ۲۵) \times ۱۰ + \frac{۱}{۲} \times ۳۱۰ \times \frac{۳۴۰}{۳}$$

لیکن قطعہ کی مجموعی سطح کا رقبہ = (ایک سرے کا احاطہ \times قطعہ کا ارتفاع) + دونوں سروں کا

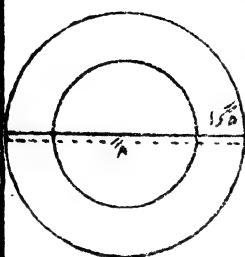
رقبہ $\dots \dots \dots$ دفعہ ۱۰۲

$$\text{اس لیے قطعہ کی مجموعی سطح کا رقبہ} = \left[(\frac{۳۴۰}{۳} + ۲۵) \times ۱۰ + \frac{۱}{۲} \times ۳۱۰ \times \frac{۳۴۰}{۳} \right] \times ۱۰۲$$

$$= \{ ۵۰۵۳۸۲ + ۷۱۰۵۰۲ \} \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۱۲۱۵۹۸ \text{ مربع فٹ}$$

مثال ۴: ایک ٹھوس اُسٹوانہ بنا حلقہ کی دبازت ۵۱ انچ اور اس کا



بیرونی قطر ۸ اینچ ہے : اس کی سطح معلوم کرو (۳۱۴۱۶ = ۳۱)۔
 حلقہ کی سطح = $\pi \times \text{ل} \times \text{مربع اینچ}$ دفعہ ۱۸۵
 جہاں $\pi = ۳۱ \times ۱۵۵ = ۴۹$ دفعہ ۶۹
 $\text{ل} = (۱۵۵ - ۸) \pi = ۶۹$ دفعہ ۶۹
 ∴ حلقہ کی سطح = $\pi \times ۳۱ \times (۱۵۵) \times ۳۱ = ۶۹۵۲۲۹$ مربع اینچ

امثلہ نمبری (۳۰)

- (جب تک کسی خاص قیمت کا ذکر نہ ہو ہمیشہ $\pi = ۳۱$ فرض کرو)
- ذیل کے قائم مستدیر اُسٹوانوں کی منحنی سطحوں کے رقبے دریافت کرو۔
- ۱۔ قاعدہ کا نصف قطر ۹ اینچ، ارتفاع ۶ فٹ۔
 - ۲۔ قاعدہ کا قطر ۲ فٹ ۳ اینچ، ارتفاع ۷ فٹ ۲ اینچ۔
 - ۳۔ قاعدہ کا محیط ۵ فٹ ۲ اینچ، ارتفاع ۱ فٹ ۷ اینچ۔
 - ذیل کے قائم مستدیر اُسٹوانوں کی مجموعی سطحوں کے رقبے دریافت کرو۔
 - ۴۔ قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ اینچ، ارتفاع ۲ فٹ ۳ اینچ۔
 - ۵۔ قاعدہ کا نصف قطر ۱۲ اینچ، ارتفاع ۲ فٹ ۱۰ اینچ۔
 - ۶۔ قاعدہ کا محیط ۱۱ فٹ، ارتفاع ۳ فٹ ۲ اینچ۔
 - ۷۔ ایک قائم مستدیر اُسٹوانہ کی منحنی سطح ۱ مربع فٹ، ۵۴ مربع اینچ اور ارتفاع ۳ اینچ ہے : قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔
 - ۸۔ ایک قائم مستدیر اُسٹوانہ کی منحنی سطح ۱ مربع فٹ ۷، مربع اینچ اور قاعدہ کا قطر ۱۰ اینچ ہے : ارتفاع معلوم کرو۔
 - ۹۔ ایک قائم مستدیر اُسٹوانہ کی مجموعی سطح $\frac{۱}{۲}$ مربع فٹ اور قاعدہ کا نصف قطر ۶ اینچ ہے : ارتفاع معلوم کرو۔
 - ۱۰۔ ایک قائم مستدیر اُسٹوانہ کی مجموعی سطح ۲ مربع فٹ ۲۰ مربع اینچ اور ارتفاع

- ۱۰۔ $\frac{1}{4}$ انچ ہے: قاعدہ کا نصف قطر معلوم کرو۔
- ۱۱۔ ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کی مجموعی سطح ۸ مربع فٹ ۸۰ مربع انچ اور اس کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر کا تین گنا ہے: قاعدہ کا نصف قطر معلوم کرو۔
- ۱۲۔ ۱۰ اینس فی مربع فٹ کے حساب سے ایک ایسے قائم مستدیر اُسطوانہ کی مجموعی سطح پر پالش کروانے کی اجرت معلوم کرو جس کا ارتفاع ۱۲ فٹ اور جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۳ انچ ہے۔
- ۱۳۔ ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کا حجم ۱۱۰۰ مکعب انچ اور اس کے قاعدہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے: اس کی مخفی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔
- ۱۴۔ ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کے ارتفاع اور اس کے قاعدہ کے نصف قطر میں کیا تناسب ہوگا اگر دونوں سروں کا رقبہ مخفی سطح کے رقبہ کے نصف کے برابر ہو؟
- ۱۵۔ ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کا طول ۱ فٹ اور اس کے قاعدہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے۔ اس کو محور کے متوازی اور اس سے ۳ یا ۳ انچ کے فاصلہ پر مستوی سطح کے ذریعہ دو قطعات میں کاٹا جاتا ہے: چھوٹے قطعہ کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو (۳۳ = ۱۴۱۶/۳)۔
- ۱۶۔ سوال ۱۵ میں اگر کاٹنے والی سطح محور سے ۳ یا ۳ انچ کے فاصلہ پر واقع ہو تو چھوٹے قطعہ کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔ (۳۳ = ۱۴۱۶/۳)۔
- ۱۷۔ معلومہ گنجائش کا بغیر ڈھکن کا برتن قائم مستدیر اُسطوانہ کی وضع کا بنانا مطلوب ہے۔ اس امر کی تصدیق کرو کہ کم از کم مادہ استعمال کرنے کے لیے ارتفاع، قاعدہ کے نصف قطر کے برابر ہونا چاہیے۔
- ۱۸۔ معلومہ گنجائش کا برتن مع ڈھکن قائم مستدیر اُسطوانہ کی وضع کا بنانا مطلوب ہے۔ اس امر کی تصدیق کرو کہ کم از کم مادہ استعمال کرنے کے لیے ارتفاع کو قاعدہ کے نصف قطر کا دو چند ہونا چاہیے۔
- ۱۹۔ ایک اُسطوانہ ناطقہ کا طول ۳۶ انچ اور عمودی تراش کا نصف قطر $\frac{3}{4}$ انچ ہے: حلقہ کی سطح کا رقبہ معلوم کرو۔

۲۰۔ ایک اُسطوانہ نامحلقہ کے اندرونی محیط کا نصف قطر، انچ اور اس کی عمودی تراش کا قطر ۳ انچ ہے۔ حلقہ کی سطح کا رقبہ معلوم کرو۔

۲۱۔ ایک اُسطوانہ نامحلقہ کے اندرونی اور بیرونی محیطوں کے قطر بالترتیب ۹ انچ اور ۱۱ انچ ہیں: حلقہ کی سطح کا رقبہ معلوم کرو۔

۲۲۔ ایک اُسطوانہ نامحلقہ کی سطح کا رقبہ $\frac{31}{4} - \frac{21}{4}$ مربع انچ اور عمودی تراش کا قطر $\frac{1}{4}$ انچ ہے: اس کے اندرونی محیط کا نصف قطر معلوم کرو۔

سوالات امتحانات

$$\left(\frac{22}{7} = \pi\right)$$

اُسطوانے

۱۔ ایک ایسا کٹواں کھدوانا مطلوب ہے جس کا اندرونی قطر ٹھیک ۵ فٹ اور جس کا عمق (بغیر چپ کے) ۳۶ فٹ ہو اور جس کی استرکاری کی دبازت ۹ انچ ہو: استرکاری کے لیے برہنہ سطح کا رقبہ مربع فٹ میں معلوم کرو۔

(جامعہ پنجاب: سیول انجینئرنگ کا پھلانا ۱۹۸۱ء)

۲۔ اُسطوانہ کی وضع کی ایک نلی کی مجموعی سطح ۲۶۴ مربع انچ ہے: اگر اس کا طول ۵ انچ اور بیرونی نصف قطر ۴ انچ ہو تو اس کی دبازت معلوم کرو۔

(جامعہ کلکتہ: امتحان ایف۔ ای)

۳۔ ایک اُسطوانہ کا حجم اور اُس کی محدب سطح کا رقبہ ایک ہی عدد سے تعبیر ہوتے ہیں: اس کا قطر کیا ہے؟ (سڑھ کی انجینیر: داخلہ)

۴۔ ایک اُسطوانہ کے ارتفاع اور اُس کے قاعدہ کے قطر میں کیا تناسب ہونا چاہیے اگر اس کی منحنی سطح اور دونوں سروں کا رقبہ مساوی ہو۔

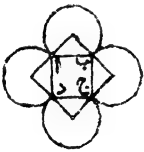
(سڑھ کی ایو سب آرڈینٹ: داخلہ)

حلقے

- ۵۔ ایک اسطوانہ نا حلقہ کی سطح کا رقبہ معلوم کرو۔
(جامعہ ممبئی: ایل۔ سی۔ ای۔ دوسرا امتحان)
۶۔ ایک حلقہ کی اندرونی سرحد کا نصف قطر ۱۲ انچ ہے اور حلقہ کی سطح کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے: اس کی بیرونی سرحد کا نصف قطر معلوم کرو۔
(مرٹھا کی انجینیر: فائینل)
۷۔ ایک حلقہ کی سطح کا رقبہ ۱۲۰ مربع انچ اور اس کی عمودی تراش کا نصف قطر ۱۱ انچ ہے: حلقہ کا طول معلوم کرو۔ (سویدر یا کونٹنس)

ضمیمہ سوالات امتحانات ۳۱

- ۸۔ ۱/۲ انچ دیبازت کی ایک دھاتی تختی سے ایک ایسی نلی بنائی گئی جس کا اندرونی قطر نصف انچ ہے اور اس نلی کو افٹ نصف قطر کے اسطوانہ کے گرد رکھا گیا: نلی کی بیرونی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔
(جامعہ کلکتہ: امتحان ایف۔ ای)



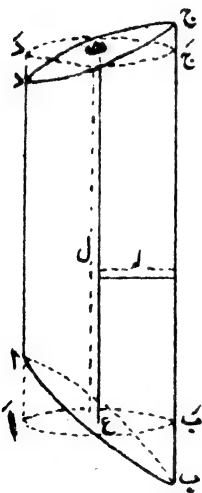
- ۹۔ ۲۰ فٹ بلند ایک ستون کی عمودی تراش کی وضع شکل متصلہ کے مانند ہے جہاں اندرونی مربع کا ضلع ۲ فٹ ہے اور دائری قطعات ایک دوسرے کو نقاط 'ا'، 'ب'، 'ج' اور 'د' پر مس کرتے ہیں۔ اوپہ فی مربع فٹ کے حساب سے ستون کی برہنہ سطح کو پالش کرانے کی لاگت قریب ترین روپیہ تک معلوم کرو (ستون کے سرے برہنہ نہیں ہیں)۔
(مرٹھا کی انجینیر: فائینل)

باب سی و دوم

قائم مستدیر اُسٹوانوں کے ترچھے مقطعوع

مسئلہ (۲۴)

۱۸۸۔ قائم مستدیر اُسٹوانہ کے ترچھے مقطعوع کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرنا جب کہ مقطعوع کا طول اور اس کی عمودی تراش کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ اب ج د ایک قائم مستدیر اُسٹوانہ کا ترچھا مقطعوع ہے اور اُس کے طول ع ف اور اُس کی عمودی تراش کے نصف قطر کے ناپ ایک ہی طولی کافی کے لحاظ سے بالترتیب ل اور د ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ اب ج د کی منحنی سطح کا رقبہ ل اور د کی رقوم میں درپا کیا جائے۔

قائم مستدیر اُسٹوانہ اب ج د پر غور کرو جس کے سرے ع اور ف میں سے گزرنے والی متوازی سطحوں میں واقع ہوتے ہیں۔

چونکہ فاند نما حصے ف ج ج اور

ف د د ہر طرح سے آپس میں برابر ہیں نیز چونکہ فائدہ مناصص ع ا ا اور ع ب ب بھی گنیۃ ایک دوسرے کے مساوی ہیں۔
 ∴ اسطوانہ آب ج د کی منحنی سطح کا رقبہ مقطع آب ج د کی سطح کے رقبہ کے مساوی ہونا چاہیے۔

لیکن اسطوانہ آب ج د کی منحنی سطح = ۳۲ ر بدل مربع اکائیاں ... فو ۱۸۳
 ∴ مقطع آب ج د کی منحنی سطح = ۳۲ ر بدل مربع اکائیاں
 پس قاعدہ —

قائم مستدیر اسطوانہ کے ترجیحے مقطع کے طول میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اُن کی عمودی تراش کے محیط میں کی اُن ہی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ تب حاصل ضرب متناظر مربع اکائیوں میں اُن کی منحنی سطح کو ظاہر کریگا۔
 یا مختصراً —

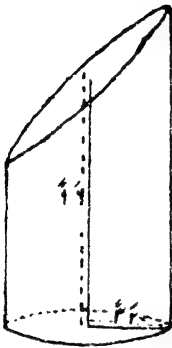
قائم مستدیر اسطوانہ کے } = { ترجیحے مقطع کی منحنی سطح
 عمودی تراش کا محیط }
 x طول

$$س = ۳۲ ر$$

توضیح مثالیں

۱۸۹ — مثال ۱: ایک قائم مستدیر اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۳ انچ ہے: اس اسطوانہ کے ترجیحے مقطع کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرو اگر مقطع کا طول ۶ فٹ ۹ انچ ہو۔

منحنی سطح کا رقبہ = ۳۲ ر بدل مربع انچ دفعہ ۱۸۸



جہاں $r = ۴$

$h = ۹$

∴ منحنی سطح کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{3} \times ۴ \times ۹$ مربع انچ

$$= \frac{1}{2} \times ۲۶۰ \times ۴ = ۱۳۰ \text{ مربع انچ}$$

$$= ۱۰ \text{ مربع گزہ } ۵ \text{ مربع فٹ } \frac{1}{2} \times ۶۶ \text{ مربع انچ}$$

مثال ۱: ایک ترچھے اسطوانہ کی عمودی تراش

۵ فٹ نصف قطر کا دائرہ ہے: اس اسطوانہ کے ترچھے مقطع کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرو اگر مقطع کا طول ۲ گز

انچ ۹ ہو۔

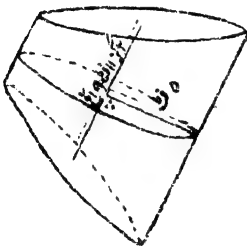
منحنی سطح کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{3} \times ۵ \times ۹$ مربع فٹ ... دفعہ ۱۸۰

جہاں $r = ۵$ فٹ

$$h = \frac{3}{2} \text{ فٹ}$$

∴ منحنی سطح کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{3} \times ۵ \times \frac{3}{2}$ مربع فٹ

$$= \frac{1}{2} \times ۲۳۲ \text{ مربع فٹ}$$



امثلہ نمبری (۳۳)

$$\frac{2\pi}{3} = ۲.۰۹$$

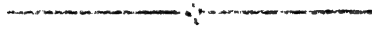
۱۔ ایک قائم مستدیر اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۹ انچ ہے: اس اسطوانہ کے ایک ایسے ترچھے مقطع کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرو جس کا طول ۱۰ فٹ ۱۰ انچ ہے۔

۲۔ ایک قائم مستدیر اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۳ انچ ہے:

اس اسطوانہ کے ترچھے مقطع کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرو اگر مقطع کا طول ۵ فٹ ۶ انچ ہو۔

۴۔ ایک قائم مستدیر اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر r اینچ ہے : اس اسطوانہ کے ترچھے مقطع کی منحنی سطح کا رقبہ در یافت کرو اگر مقطع کا طول h فٹ h اینچ ہو۔

۵۔ ایک قائم مستدیر اسطوانہ کے ترچھے مقطع کی منحنی سطح کا رقبہ A مربع فٹ A مربع اینچ ہے : اگر مقطع کا طول h فٹ h اینچ ہو تو اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر در یافت کرو۔

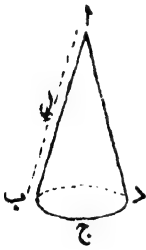


باب سی و سوم

قائم مستدیر مخروط

مسئلہ (۴۵)

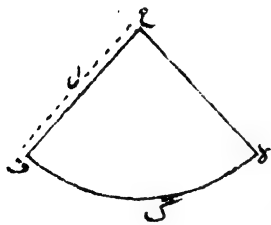
۱۹۰۔ قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرنا جب کہ مخروط کا مائل ارتفاع اور اس کے قاعدہ کا محیط دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ اب ج د ایک قائم مستدیر مخروط ہے اور اس کے مائل ارتفاع اور قاعدہ کے محیط کے اب ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالتسبیہ ل اور ط ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ اب ج د کی منحنی سطح کا رقبہ ل اور ط کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

اگر ہم مخروط اب ج د کو کھولا فرض کریں اس طرح کہ اُسے خط اب پر کاٹ کر ایک مستوی سطح پر بچھایا جاسکے تو ظاہر ہے کہ اگر اس طرح کاٹ کر اُسے کھولا جائے تو اس کی منحنی سطح ایک ایسے قطاع دائرہ فگہ کی شکل اختیار کریگی جس کا نصف قطر ف مخروط کے مائل ارتفاع (ل طولی اکائیاں) کے برابر ہوگا اور جس کی قوس فگہ مخروط کے قاعدہ کے محیط (ط طولی اکائیاں) کے مساوی ہوگی۔



∴ مخروط کی منحنی سطح کا رقبہ = قطاع ع ف گ کا رقبہ
 $= \frac{1}{2} \times ط \cdot ل$ مربع اکائیوں

..... دفعہ ۱۶

پس قاعدہ —

قائم مستدیر مخروط کے قاعدہ کا

کے محیط میں کی طولی اکائیوں کی تعداد

کو ان ہی اکائیوں کے لحاظ سے ان کی مائل بلندی میں کی
 طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ حاصل ضرب کا نصف
 منحنی سطح کے رقبہ کو متناظر مربع اکائیوں میں ظاہر کریگا۔

یا مختصراً —

قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times$ (قاعدہ کا محیط) \times مائل ارتفاع
 س = $\frac{1}{2} \times ط$

۱۹۱۔ یہ ضابطہ آسانی کے ساتھ ذیل کی صورت میں لایا جاسکتا ہے۔

$$س = \frac{1}{2} \times (ع + ر + ر)$$

جہاں ع طولی اکائیاں مخروط کا ارتفاع اور ط طولی اکائیاں مخروط کے قاعدہ کا
 نصف قطر ہیں۔

اور ایک قائم مستدیر مخروط کی مجموعی سطح ذیل کے جملے سے دریافت
 کی جاتی ہے۔

$$س = \frac{1}{2} \times (ع + ر + ر)$$

جہاں ع اور ر کی وہی تعبیر ہے۔

توضیحی مثالیں

۱۹۲۔ مثال ۱۔ ۱۸ فٹ قطر اور ۱۳ فٹ بلندی کا ایک مخروطی وضع کاغذ

بنوانے کے لیے ایسی کٹنے گز کریم کی ضرورت ہوگی جس کا عرض ۲۷ انچ

$$= 9\pi \quad (3.1416 = \pi)$$

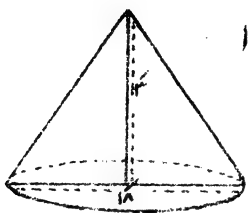
خیمہ کی منحنی سطح $\pi r^2 = \pi (1^2 + 2^2 + 3^2)$ مربع فٹ ... دفعہ ۱۹

$$9 = 1 \quad \text{جہاں}$$

$$13 = 2$$

∴ خیمہ کی منحنی سطح $\pi r^2 = \pi (9 + 13 + 9)$ مربع فٹ

$$= 25.0 \times \pi \times 9 =$$



$$\text{اور مطلوبہ کریم کا طول} = \frac{25.0 \times \pi \times 9}{3.1416} = 72.4 \text{ فٹ} \quad \text{دفعہ ۸}$$

$$= 72.4 \times 9 = 651.6$$

مثال ۳: ایک قائم مستدیر مخروط کی مخروطی سطح کا رقبہ ۱۵ مربع فٹ اور اس کا مائل ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر کا تیس گنا ہے۔ قاعدہ کا نصف قطر معلوم کرو $(3.1416 = \pi)$

$$\text{مخروط کی مخروطی سطح کا رقبہ} = \pi r (1 + 2 + 3) = \pi r^2 (1 + 2 + 3)$$

$$\text{مربع فٹ} \quad \text{دفعہ ۱۴}$$

$$\text{جہاں} \quad 1 = 3 = 2 = 1 \quad \text{دفعہ ۱۶}$$

$$15 = 2 \times \pi \times 3$$

$$\frac{15}{\pi \times 3} = 2$$

$$= 1.59 \dots$$

$$1.59 \dots = 1$$

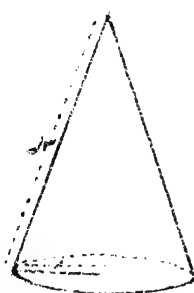
قاعدہ کا نصف قطر $1.59 \times 3 = 4.77$ فٹ تقریباً

مثال ۳: ایک مخروط کا ارتفاع ۲ فٹ اور اس کی مائل بلندی کا میلان

اُچھ کے ساتھ 30° ہے: اس کی منحنی سطح کا

رقبہ کیمرے میں معلوم کرو $(3.1416 = \pi)$

اُچھل فٹ اور رقبہ بائیں تیب مخروط کی



- ۱۔ قاعدہ کا محیط ۴۴ فٹ ۶ انچ، اُبل بلندی ۱۰ فٹ ۱۰ انچ۔
- ۲۔ قاعدہ کا محیط ۴ فٹ ۷ انچ، اُبل بلندی ۲ فٹ ۵ انچ۔
- ۳۔ قاعدہ کا قطر ۲ فٹ ۳ انچ، اُبل ارتفاع ۱۰ فٹ ۱۰ انچ۔
- ۴۔ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۲ انچ، اُبل بلندی ۲ فٹ۔
- ۵۔ قاعدہ کا نصف قطر ۸ انچ، ارتفاع ۵ انچ۔
- ۶۔ قاعدہ کا قطر ۱۰ فٹ ۱۰ انچ، ارتفاع ۵ فٹ۔
- ۷۔ قاعدہ کا قطر ۱۰ فٹ ۶ انچ، ارتفاع ۳ فٹ ۴ انچ۔
- ۸۔ قاعدہ کا محیط ۳ فٹ ۸ انچ، ارتفاع ۲ فٹ۔
- ذیل کے قائم مستدیر مخروطوں کی مجموعی سطحوں کے رقبے دریافت کرو جن میں —
- ۹۔ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۳ انچ، اُبل بلندی ۴ فٹ۔
- ۱۰۔ قاعدہ کا نصف قطر ۳ فٹ ۶ انچ، اُبل بلندی ۵ فٹ ۳ انچ۔
- ۱۱۔ قاعدہ کا محیط ۴ فٹ ۴ انچ، اُبل بلندی ۲ فٹ ۶ انچ۔
- ۱۲۔ قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ، ارتفاع ۱۰ فٹ۔
- ۱۳۔ قاعدہ کا قطر ۲ فٹ ۶ انچ، ارتفاع ۹ فٹ ۲ انچ۔
- ۱۴۔ قاعدہ کا محیط ۱۱ فٹ ۱۱ انچ، ارتفاع ۶ گز ۲ انچ۔
- ۱۵۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح ۷۶ مربع انچ اور اُبل بلندی ۸ انچ ہے : قاعدہ کا نصف قطر معلوم کرو۔
- ۱۶۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح ۶۶ مربع انچ اور قاعدہ کا نصف قطر ۵ و ۳ انچ ہے : اُبل ارتفاع معلوم کرو۔
- ۱۷۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح ۱/۲ مربع انچ اور قاعدہ کا نصف قطر ۳ انچ ہے : اُبل بلندی معلوم کرو۔
- ۱۸۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح ۲۰۴ مربع انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ ہے : قاعدہ کا نصف قطر معلوم کرو۔
- ۱۹۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح ۵۵۰ مربع انچ اور ارتفاع ۲ فٹ ہے : قاعدہ کا نصف قطر معلوم کرو۔

۲۰۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح ۱۳۵۸۶ مربع انچ اور ارتفاع ۳۲۰ انچ ہے: مائل ارتفاع معلوم کرو۔

سوالات امتحانات ۳۳

$$\left(\frac{۲۲}{۳} = \pi\right)$$

۱۔ ایک مخروط ناخیمہ کے بنانے میں جس کی بلندی ۱۱ فٹ اور قاعدہ کا قطر ۱۲ فٹ ہے کتنے مربع فٹ کریمچ درکار ہوگی۔

(جامعہ پنجاب: سیول انجینئرنگ کا پہلا امتحان)

۲۔ ایک مثلث قائم الزاویہ کو جس کے اضلاع کے طول ۳ انچ اور ۴ انچ ہیں بڑے ضلع کے گرد گھمایا جاتا ہے: اس طرح بننے والے مخروط کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔ (سب پور انجینیر: امتحان سالانہ)

۳۔ مربع انچوں میں اعشاریہ کے تین مقامات تک ایک ایسے ٹھوس مخروط کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کے قاعدہ کا قطر ۸ انچ اور ارتفاع ۱۳ انچ ہے۔ (سٹریٹ کی انجینیر: داخلہ)

۴۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی مجموعی سطح کا رقبہ ۳۲ مربع فٹ اور مائل بلندی قاعدہ کے نصف قطر سے تین گنی ہے: مخروط کا حجم معلوم کرو۔ (۷)

۵۔ $\frac{۱}{۲}$ پنس فی مربع گز کی شرح سے ایک ایسے مخروطی مینار پر رنگ کروانے کی لاگت معلوم کرو جس کا محیط قاعدہ پر ۶۴ فٹ اور مائل بلندی ۱۰۸ فٹ ہے۔ (سٹریٹ کی اپوسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۶۔ ۵ پنس فی مربع گز کے حساب سے ۱۵۰ ایسے مخروطی خیموں کے لیے مطلوبہ کریمچ کی قیمت دریافت کرو جب کہ ہر ایک خیمہ کی بلندی $\frac{۱}{۲}$ فٹ اور قاعدہ کا قطر ۱۲ فٹ ہے۔ (اسٹاف کالج)

۷۔ قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح کے رقبہ کے لیے ضابطہ حاصل کرو۔ (سٹریٹ کی انجینیر: داخلہ)

۸۔ ہٹاؤ کہ ۳ فٹ قطر اور ۸ فٹ بلند ایک مخروطی خیمہ کے لیے کتنے گز

کرچ کی ضرورت ہوگی۔ کرچ کا عرض $\frac{3}{4}$ گز ہے۔

(جامعہ پنجاب: سیول انجینیئرنگ کالج لاہور)

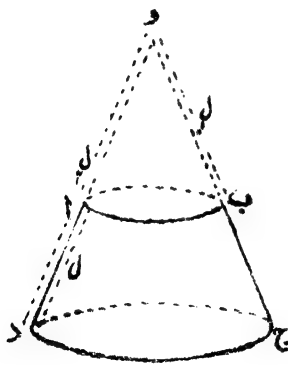
۹۔ بتاؤ کہ ایک ایسے خیمہ کے لیے کتنے مربع گز کرچ کی ضرورت ہوگی جس کی دیواروں سے ۱۰ فٹ قطر اور ۸ فٹ بلندی کا قائم مستدیر اسطوانہ بنتا ہے اور خیمہ کی چھت ایک ایسا قائم مستدیر مخروط ہے جس کا اس زمین سے ۱۲ فٹ بلند ہے۔ چھت خیمہ کی دیواروں سے آگے بڑھی ہوئی نہیں ہے۔
(مرٹھ کی انجینیر: فائینل)

باب سی و چہارم

قائم مستدیر مخروط کے مقطع

مسئلہ (۴۶)

۱۹۳۔ قائم مستدیر مخروط کے مقطع کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرنا جب کہ اس کے سروں کے محیط اور اس کی مائل بلند دی ہوئی ہو۔



فرض کرو کہ قائم مستدیر مخروط
و د ج کا ایک مقطع اب ج د ہے
اور اس کے بڑے اور چھوٹے سروں
کے محیط ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ
سے بالترتیب ط اور ط اور مائل بلندی
کا ناپ اسی طولی اکائی کے لحاظ سے ل
ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ اب ج د
کی منحنی سطح کا رقبہ ط اور ل کی
رقوم میں معلوم کریں۔

فرض کرو کہ د ب اور و د
کے ناپ اسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ل اور ل
ہیں۔

اب —

مقطوع (ب ج د) کی منحنی سطح = مخروط وج د کی منحنی سطح - مخروط و اب کی منحنی سطح

$$= \left(\frac{1}{2} \cdot \text{ط} \cdot \text{ل} - \frac{1}{2} \cdot \text{ط} \cdot \text{ل} \right) \text{ مربع اکائیاں } \dots \text{ دفعہ } ۱۹$$

$$= \left\{ \frac{1}{2} \cdot \text{ط} \cdot (\text{ل} + \text{ل}) - \frac{1}{2} \cdot \text{ط} \cdot (\text{ل} - \text{ل}) \right\} \text{ مربع اکائیاں}$$

$$= \left\{ \frac{1}{2} \cdot (\text{ط} + \text{ط}) \cdot \text{ل} + \frac{1}{2} \cdot (\text{ط} - \text{ط}) \cdot \text{ل} \right\} \text{ مربع اکائیاں}$$

لیکن ط : ط = ل : ل دفعہ ۱۷

ط : ط = ط : ل آئینہ سن مقالہ ششم شکل ۱۶

ط : ط = ط : ل
مقطوع (ب ج د) کی منحنی سطح = $\frac{1}{2} (\text{ط} + \text{ط}) \cdot \text{ل}$ مربع اکائیاں

پس قاعدہ —

قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کی اُبل بلندی میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو دونوں سروں کے محیطوں میں اُن ہی طولی اکائیوں کی تعداد کے مجموعہ سے ضرب دو تب اس حاصل ضرب کے نصف سے منحنی سطح کے رقبہ میں کی متناظر مربع اکائیوں کی تعداد حاصل ہوگی۔

یا اختصاراً —

$$\left\{ \frac{1}{2} (\text{اُبل بلندی}) \times (\text{سروں کے محیطوں کا مجموعہ}) \right\} = \left\{ \text{قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کی منحنی سطح} \right\}$$

$$\text{س} = \frac{1}{2} \cdot \text{ل} \cdot (\text{ط} + \text{ط})$$

۱۹م آسانی کے ساتھ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ یہ ضابطہ ذیل کے ضابطہ کے مماثل ہے :-

$$\text{س} = \pi (\text{ر} + \text{ل})$$

جہاں ر طولی اکائیاں اور ل طولی اکائیاں مقطوع کے دونوں سروں کے

نصف قطر ہیں اور ل طوئی اکائیاں مقطع کی اُبل بلندی ہے۔
اور قائم مستدیر مخروط کے مقطع کی مجموعی سطح ذیل کے جملہ سے دریافت کی جاتی ہے۔

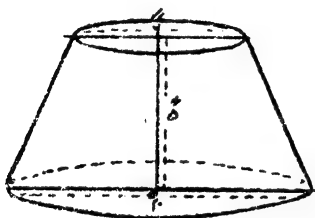
$$\pi (س^۲ + ر^۲ + س ر + ل)$$

جہاں س ر اور ل کے وہی معنی ہیں۔

توضیحی مثالیں

۱۹۵۔ مثال ۱۔ ایک قائم مستدیر مخروط کے مقطع کے قاعدہ کا قطر ۱۰ انچ اور دوسرے کا قطر ۲ انچ اور ارتفاع ۵ انچ ہے: اس کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو (۳۱۴۱۶ = π)

اگر ل انچ = مقطع کی اُبل بلندی تو



$$ل = \sqrt{۲^۲ + ۵^۲} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= \sqrt{۲۹}$$

$$= ۵۶۳۸۵۱$$

∴ مقطع کی مجموعی سطح = $\pi (س^۲ + ر^۲ + س ر + ل)$ مربع انچ دفعہ ۱۹۴

$$۵ = س \quad \text{جہاں}$$

$$۳ = ر$$

$$ل = ۵۶۳۸۵۱$$

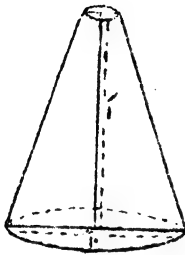
اس لیے

$$\text{مقطع کی مجموعی سطح} = \pi (۸ \times ۵۶۳۸۵۱ + ۹ + ۲۵) \text{ مربع انچ}$$

$$= ۲۲۲۶۱۵ \text{ مربع انچ}$$

مثال ۲۔ ایک قائم مستدیر مخروط کے مقطع کا ارتفاع ۱ فٹ اور قاعدہ کا قطر ۱۰ انچ ہے۔ اگر مقطع کے بالائی سرے کا رقبہ π مربع انچ ہو تو مقطع کی سطح

سطح دریافت کرو (۳۱۴۱۶ = ۳۱) -



مقطع کے بالائی سرے کا نصف قطر = $\frac{31}{2}$ انچ ... دہ ۱

۱ = انچ

∴ مقطع کی منحنی سطح = $31 \times (1 + 1)$ ل مربع انچ

..... دہ ۱۹۲

جہاں ۵ = ۵

۱ = ۱

ل = $\sqrt{12^2 + 12^2} = \sqrt{170}$ دہ ۱۶

اس لیے مقطع کی منحنی سطح = $31 \times 6 \times \sqrt{170}$ مربع انچ

= ۲۳۸۶۴۲ مربع انچ

مثال ۳: ۲۱ فٹ اُل ارتفاع اور ۸ فٹ قاعدہ کے محیط والے قائم مستدیر

مخروط سے اگر اُس کے قاعدہ کے متوازی مستوی سے ۵ فٹ اُل ارتفاع کا ایک چھوٹا

مخروط کاٹ لیا جائے تو بقیہ مقطع کی منحنی سطح دریافت کرو۔

اگر ط فٹ = مقطع کے بالائی سرے کا محیط

تو متشابه اشکال سے

ط : ۸ :: ۵ : ۲۱ دہ ۱۷۷

ط = $\frac{40}{21}$

∴ مقطع کی منحنی سطح کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times (ط + ۸) \times ۱۶$ مربع فٹ دہ ۱۹۳

جہاں ط = ۸

ط = $\frac{40}{21}$

ل = ۱۶



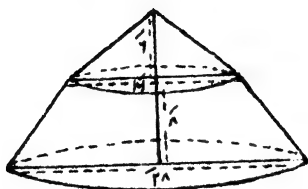
اس لیے
مقطع کی منحنی سطح کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times (8 + \frac{40}{21}) \times ۱۶$ مربع فٹ

= $\frac{5}{21} \times ۷۹$ مربع فٹ

مثال ۷۷: ایک خیمہ کی وضع ایسی شکل کی ہے جو قائم مستدیر مخروط کے مقطوع پر ایک دوسرا مخروط رکھنے سے بنتی ہے۔ ذیل کے ابعاد فرض کر کے خیمہ کے لیے کرچ کی مقدار مربع گزیں دریافت کرو۔ مقطوع کے سروں کے قطر بالترتیب ۲۸ فٹ اور ۱۶ فٹ، مقطوع کی بلندی ۸ فٹ اور مخروطی حصہ کی بلندی ۶ فٹ ہے۔ $(۳۱۴۱۶ = ۳۳)$

$$\text{مخروط کی منحنی سطح} = \frac{1}{2} \times 16 \times \pi \times \sqrt{8^2 + 4^2} = \text{مربع فٹ}$$

..... دفعہ ۱۹۰



$$= ۳۳۸۰ \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{مقطوع کی منحنی سطح} = ۳۳ (۱۴ + ۸) \text{ ل مربع فٹ} \dots \text{دفعہ ۱۹۳}$$

$$\text{جہاں } ۱۲ = ۸$$

$$\text{ل} = \sqrt{۸^2 + ۱۴^2} = ۱۰ \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

اس لیے

$$\text{مقطوع کی منحنی سطح} = \pi (۸ + ۱۴) \times ۱۰ \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۳۳۲۰ \text{ مربع فٹ}$$

$$\therefore \text{مطلوبہ کرچ کی مقدار مربع گزوں میں} = \frac{(۲۲۰ + ۸۰) \times \pi}{۹}$$

$$= ۱۰۴۵۷۲$$

امثلہ نمبری (۳۳)

(جب تک کوئی خاص قیمت نہ دی جائے $\pi = \frac{22}{7}$ فرض کرو)

ذیل کے قائم مستدیر مخروطوں کے مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرو

جن میں —

۱۔ سروں کے محیط ۱۳ انچ اور ۱۶ انچ، مائل بلندی ۶ انچ۔

۲۔ سروں کے محیط ۳ فٹ ۴ انچ اور ۴ فٹ ۸ انچ، مائل بلندی ۱ فٹ ۶ انچ۔

۳۔ سروں کے نصف قطر ۱۴ انچ اور ۲۱ انچ، مائل بلندی ۸ انچ۔

۴۔ سروں کے نصف قطر ۳ فٹ ۳ انچ اور ۴ فٹ ۵ انچ، مائل بلندی ۲ فٹ ۴ انچ۔

- ذیل کے قائم مستدیر مخروطوں کے مقطع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جن میں۔
- ۵۔ سروں کے نصف قطر، انچ اور ۱۲ انچ، اُل بلندی ۱۰ انچ۔
 - ۶۔ سروں کے نصف قطر ۲ فٹ ۱۱ انچ اور ۳ فٹ ۶ انچ، اُل بلندی ۲ فٹ ۴ انچ۔
 - ۷۔ سروں کے محیط ۱۱ فٹ اور ۱۲ فٹ ۸ انچ، اُل بلندی ۱۰ انچ۔
 - ۸۔ سروں کے محیط ۱۲ فٹ ۸ انچ اور ۱۸ فٹ ۲ انچ، اُل بلندی ۱۱ فٹ۔
 - ۹۔ ایک ایسے قائم مستدیر مخروط کے مقطع کی منحنی سطح دریافت کرو جس کی بلندی ۲ انچ اور جس کے سروں کے نصف قطر، انچ اور ۱۰ انچ ہیں۔
 - ۱۰۔ ایک ایسے قائم مستدیر مخروط کے مقطع کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کی بلندی ۱۱ فٹ اور جس کے سروں کے نصف قطر ۱۰ انچ اور ۱۵ انچ ہیں۔
 - ۱۱۔ ۲ مثلث ۴ پن فی مربع فٹ کے حساب سے مقطع مخروط کی وضع کے ایک ٹکڑے برتن کو جلا کرو۔ نہ میں کیا لاگت ہوگی اگر برتن کی گہرائی ۵ فٹ اور سروں کے قطر بالترتیب ۵ فٹ ۲ انچ اور ۳ فٹ ۴ انچ ہوں۔
 - ۱۲۔ ایک قائم مستدیر مخروط کے مقطع کا ارتفاع ۱۲ انچ ہے۔ اس کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرو اگر اس مخروط کے ابعاد جس کا یہ مقطع ایک جزو ہے حسب ذیل ہوں:
- ارتفاع ۳۲ انچ اور قاعدہ کا قطر ۶ انچ۔ ($33 = 32 + 1$)

سوالات امتحانات

- جب تک کوئی خاص قیمت نہ دی جائے $\pi = \frac{22}{7}$ فرض کرو
- ۱۔ ٹین کا ایک قیف دو حصوں میں تقسیم ہے ایک حصہ تو مخروط بنا ہے اور دوسرا اسطوانہ کی وضع کا۔ مخروط بنا حصہ کا اُل طول ۶ انچ اور سروں کے محیط بالترتیب ۲۰ انچ اور $\frac{1}{4}$ انچ ہیں اور اسطوانہ بنا حصہ کا محیط $\frac{1}{4}$ انچ اور طول ۸ انچ ہے۔ بتاؤ کہ اس قیف میں کتنے مربع انچ ٹین استعمال ہوا ہے؟ (جامعہ ممبئی: اگر پیکچر: دوسرا ۱۱ امتحان)
 - ۲۔ ایک منظم مسدس کے مقابل کے ضلعوں کے نقاط وسطی کو ملانے سے مسدس کو دو حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ اب نصف مسدس کو اس خط

کے گرد گھمانے سے جو جسم بنتا ہے اس کی مجموعی سطح دریافت کرو۔ مسدس کا ہر ضلع ۱۰ فٹ ہے۔ (جامعہ ممبئی۔ ایل۔ سی۔ ای۔ دوسرا امتحان)

۳۔ مخروط کے مقطع کی سطح دریافت کرنے کے ضوابط لکھو۔

(جامعہ پنجاب: سیول انجینئرنگ پھلا امتحان)

۴۔ اس قائم مخروط کے مقطع کی اُل سطح کا رقبہ کیا ہے جس کے سروں کے رقبے بالترتیب ۶۲، ۱۲۵۶، ۵۴ اور مربع اینچ اور ارتفاع ۲۰ ہے؟

(جامعہ پنجاب: سیول انجینئرنگ پھلا امتحان) (۳۱ = ۱۳۱۶)

۵۔ ثابت کرو کہ قائم مستدیر مخروط کے مقطع کی سطح کا رقبہ اس کی سطحی تراش کے محیط کو اُل بلندی سے ضرب دینے سے حاصل ہوتا ہے۔

(جامعہ مدراس: امتحان بی۔ ای)

۶۔ ایک خیمہ کی وضع ایسی شکل کی ہے جو مقطع مخروط پر ایک دوسرا مخروط رکھنے سے بنتی ہے۔ مقطع کا قاعدہ اور بالائی سرے کے قطر بالترتیب

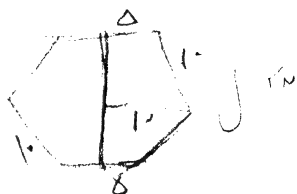
۱۲ فٹ اور ۷ فٹ اور اس کا ارتفاع ۸ فٹ ہے اور خیمہ کی بلندی ۱۲ فٹ ہے۔ اس کے لیے مطلوبہ کمرچ کی مقدار معلوم کرو۔ (سرگرمی انجینئر: داخلہ)

خیمہ کا سطح =

..... =

$\frac{21.6 \times 22}{2} + \frac{22 \times 22}{2} = 220$

.....

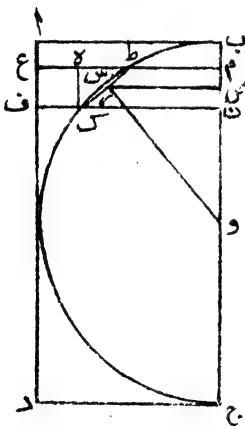


باب سی و پنجم

کرہ۔ قطعہ کرہ اور منطقہ کرہ

مسئلہ (۲۷)

۱۹۶۔ کرہ کی منحنی سطح یا قطعہ کرہ کی منحنی سطح یا منطقہ کرہ کی منحنی سطح کا رقبہ اس اسطوانہ کے متناظر منطقہ کی منحنی سطح کے رقبہ کے مساوی ہوتا ہے جو کہ کرہ کو گھیر لیتا ہے یا اس کا احاطہ کرتا ہے۔



منطیل ا ب ج د پر غور کرو جو نصف دائرہ ب ط ک ج کو گھیر ہوئے ہے۔

فرض کرو ک ج م اور ف ن

دو ایسے خطوط مستقیم ہیں جو ا ب کے متوازی ہیں اور جو نصف دائرہ کو نقاط ط اور ک پر قطع کرتے ہیں۔ اگر اس پوری شکل کو ب ج کے گرد گھرایا جائے تو نصف دائرہ ب ط ک ج کے گھومنے

سے ایک کرہ، خط مستقیم ا د سے اس کا

حائط اسطوانہ، قوس ط س ک سے منطقہ کرہ، خط مستقیم ط ک سے متناظر مقطوع مخروط اور خط مستقیم ع ف سے حائط اسطوانہ کا متناظر منطقہ بنیگا۔
یہ ثابت کرنا مقصود ہے کہ منطقہ کرہ (جو قوس ط س ک سے بنتا ہے) کی منحنی سطح

اور انتہائیں $وسا = دب$
 لیکن $\pi \times دب \times ک = خط مستقیم ع ف$ سے بننے والے حائط اسطوانہ کے منطقہ کی منحنی سطح کا رقبہ دفعہ ۱۸۳
 اس لئے انتہائی صورت میں خط مستقیم ع ف سے بننے والے حائط اسطوانہ کے منطقہ کی منحنی سطح کا رقبہ = قوس ط س ک سے بننے والے منطقہ کرہ کی سطح کا رقبہ۔

لیکن مجموعی کرہ یا قطعہ کرہ یا منطقہ کرہ کی سطح ان تمام ابتدائی منطقوں کا مجموعہ ہے۔
 اس لیے کرہ یا قطعہ کرہ یا منطقہ کرہ کی منحنی سطح کا رقبہ کرہ کو احاطہ کرنے والے اسطوانہ کے متناظر منطقہ کی منحنی سطح کے رقبہ کے مساوی ہوتا ہے۔
 اس نتیجہ کی مدد سے بہ آسانی ذیل کی منحنی سطحوں کا رقبہ دریافت کرنے کے لیے ضابطے اخذ کیے جاسکتے ہیں:-

- (۱) کرہ کی سطح۔
 (ب) قطعہ کرہ یا منطقہ کرہ کی منحنی سطح۔
 اب ہم انہیں اخذ کریں گے۔

کرہ کی سطح

۱۹۷- (۱)

فرض کرو کہ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے کرہ کے قطر کا ناپ $س$ ہے۔
 اب چونکہ کرہ کی سطح کا رقبہ اس کے حائط اسطوانہ کی منحنی سطح کے رقبہ کے مساوی ہوتا ہے دفعہ ۱۹۶
 اور چونکہ اس حائط اسطوانہ کے قاعدہ کا قطر اور ارتفاع ہر ایک کا ناپ اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے $س$ ہے۔

∴ کرہ کی سطح = $\pi \times س \times مربع اکائیاں$ دفعہ ۱۸۳
 $= \pi \times مربع اکائیاں$

قطعہ کرہ (یا منطقہ کرہ) کی مخنی سطح = $\pi \times \text{کرہ کا قطر} \times \text{قطعہ (یا منطقہ) کا ارتفاع}$

$$\pi \times \text{مساحت}$$

توضیحی مثالیں

۱۹۹۔ مثال ۱۔ : $\frac{1}{3} \pi$ پنس فی مربع انچ کے حساب سے ۶ فٹ قطر کے ایک دھاتی کرہ پر لمعہ کروانے کی اجرت معلوم کرو۔

کرہ کی سطح = $\pi \times \text{مساحت مربع انچ} \dots \dots \dots$ دفعہ ۱۹۹

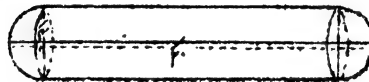
جہاں $\pi = 3.14$

∴ کرہ کی سطح = $\pi \times (2^2) \times \text{مربع انچ}$

پس $\frac{1}{3} \pi$ پنس فی مربع انچ کے حساب سے لمعہ کاری کی اجرت = $\frac{1}{3} \pi \times 2^2 \times 6 = \frac{1}{3} \pi \times 24$

= ۲۳.۷ پونڈ ۱۲ شلنگ صفحہ پنس تقریباً

مثال ۲۔ : ۲ شلنگ ۶ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے نصف کرہ کی دیوار والے ایک پنتون کے رنگوانے کی لاگت معلوم کرو۔ پنتون کا طول ۲۰ فٹ اور قطر ۴ فٹ ہے۔



پنتون کی سطح = ایک اسطوانی حصہ کی مخنی سطح + دو مساوی نصف کرہ کی حصوں کی مخنی سطح

$$= (\pi \times 2^2 \times 20 + 2 \times \frac{1}{2} \pi \times 2^2 \times 20) \text{ مربع فٹ} \dots \dots \dots \text{دفعات } ۱۹۹ \times ۱۸۳$$

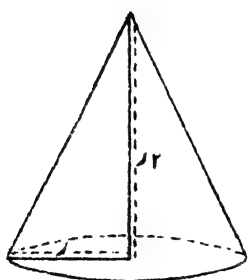
∴ ۲ شلنگ ۶ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے رنگوانے کی لاگت = $2 \times (2^2 \times 20 + 2 \times \frac{1}{2} \times 2^2 \times 20) \pi \times 199 \times 183$

$$= \frac{1}{2} \pi \times 20 \times 80 \times 30 \text{ پنس تقریباً}$$

$$= \frac{1}{2} \pi \times 20 \times 80 \times 30 \text{ پنس تقریباً}$$

$$= 31 \text{ پونڈ } ۸ \text{ شلنگ } ۷ \text{ پنس تقریباً}$$

مثال ۳: ایک کرہ کا حجم ایک ایسے قائم مستدیر مخروط کے حجم کے برابر ہے جس کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر سے دوچند ہے: مخروط کی منحنی سطح کو کرہ کی منحنی سطح کی کسر اعشاریہ میں ظاہر کرو۔



اگر کرہ کے قطر اور مخروط کے قاعدہ کے نصف قطر کے ناپ ایک ہی خطی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب r اور $2r$ ہوں تو

$$\frac{\pi r^2}{6} = \frac{1}{3} \pi r^2 \times 2 \dots \dots$$

دفعات ۱۴۶۱۶۶

$$r^2 = 2r^2$$

$$\therefore r^2 = 16r^2$$

اب مخروط کی منحنی سطح $\pi r^2 = \pi (4 + 2r^2)$ مربع اکائیاں دفعہ ۱۶۱

جہاں $4 = 2r^2$

$$\therefore \text{مخروط کی منحنی سطح} = \pi r^2 = \pi (4 + 2r^2) \text{ مربع اکائیاں}$$

اور کرہ کی سطح $\pi r^2 = \pi$ مربع اکائیاں دفعہ ۱۹۷

$$= \frac{\pi r^2}{16} \times \pi \text{ مربع اکائیاں}$$

$$\therefore \frac{\text{مخروط کی منحنی سطح}}{\text{کرہ کی سطح}} = \frac{\pi r^2 + \pi}{16 \pi r^2} =$$

$$= \frac{16}{16 \pi} = 0.888 \dots \dots$$

مثال ۴: ایک کرہ اور ایک مکعب کے حجم مساوی ہیں: بتاؤ کہ مکعب کی

سطح کرہ کی سطح سے ۱۶۲۰۰ گنی ہے $(\pi = 3.14159)$ ۔

فرض کرو کہ ایک ہی خطی اکائی کے لحاظ سے مکعب کا کنارہ اور کرہ کا قطر

بالترتیب a اور b ہیں۔

نتیجہ

$$a^3 = b^3 \times \frac{\pi}{4} \dots \dots \dots \text{دفعات ۱۶۶۱۱۷}$$

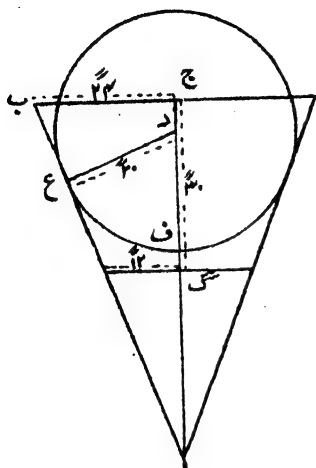
$$\therefore a = b \sqrt[3]{\frac{\pi}{4}}$$

- ۱۳۔ ۳ پنس فی مربع گز کے حساب سے نصف کروی وضع کے ایک ایسے گنبد کو رنگوانے کی لاگت معلوم کرو جس کا قطر ۲۶ فٹ ہے۔
- ۱۴۔ اسطوانہ کی وضع کا ایک ایسا مجسم ہے جس کے سرے نصف کرے ہیں۔ اگر مجسم کا مجموعی طول ۹ فٹ اور اس کا قطر ۲ فٹ ہو تو اسلنگ ۶ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے اس کی سطح پر پالش کروانے کی لاگت معلوم کرو۔
- ۱۵۔ ایچ کے سوئیں حصہ تک ایک ایسے کرہ کا نصف قطر معلوم کرو جس کی سطح ایک ایسے قائم مستدیر مخروط کی مجموعی سطح کے برابر ہے جس کا ارتفاع ۶ ایچ اور جس کے قاعدہ کا قطر ۴ ایچ ہے۔
- ۱۶۔ ایک ایسے کروی خول کی اندرونی سطح معلوم کرو جس کی دبازت ۱ ایچ اور بیرونی نصف قطر ۵ ایچ ہے۔
- ۱۷۔ ۳ پنس فی مربع ایچ کے حساب سے نصف کروی وضع کے ایک ایسے پیالے کی مجموعی سطح پر وارنش کروانے کی اجرت معلوم کرو جس کی دبازت ۱۰ ایچ اور اندرونی قطر ۸ ایچ ہے۔
- ۱۸۔ کوئی مجسم ایک قائم مستدیر مخروط اور ایک نصف کرہ پر اس طرح مشتمل ہے کہ ان دونوں کا دائری قاعدہ مشترک ہے۔ اگر مخروط کی بلندی ۲ فٹ اور مشترک دائری قاعدہ کا قطر ۱ فٹ ہو تو مجسم کی مجموعی سطح معلوم کرو۔
- ۱۹۔ کسی کعبہ کی سطح اور اس کے اندرونی کرہ کی سطح کا تناسب دریافت کرو۔
- ۲۰۔ ایک قائم مستدیر مخروط کا راسی زاویہ ۹۰ ہے اور اس کا ارتفاع ۱۰ ایچ ہے: اس کے بڑے سے بڑے اندرونی کرہ کی سطح معلوم کرو۔

توضیحی مثالیں

قطعہ کرہ اور منطقہ کرہ

۲۰۰۔ مثال ۱: قطعہ کرہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔ قطعہ کا ارتفاع



پانی سے بھرا ہوا تھا۔ بتاؤ کہ کس قدر
سُرودی سطح بھیگ جائیگی۔

پہلے ہمیں اس امر کی تحقیق کر لینی چاہیے کہ کڑھ کس وضع میں ٹمک جائیگا۔ فرض کر دو کہ شکل میں کڑھ اور مقطع کی ایسی تراش بتائی گئی ہے جو مقطع کے محور میں سے گزرتی ہے۔ مخروط کو مکمل کر دو جس کا مقطع

ایک حصہ ہے۔

متشابه اشکال سے —

اگ : اگ + ۳۰ اینج = ۱۲ : ۲۴ . . . دفعہ ۶۶

∴ آگ = ۳۰ پنچ

پھر متشابہ اشکال سے —

اد:دع = اب:بج دفعه ۶۶

یا ۱:۲۰ یعنی $\sqrt{۲ج + ۱ج} : ب ج \dots$ دفعه ۱۶

$$P = \sqrt{P_1 + P_2} =$$

$$P: P1 \leq 4$$

$$\therefore \frac{\sqrt{169}}{13} = 1 \therefore$$

$$5358514 =$$

∴ دگ = (۵۳۸۵۱۶ - ۳۰) انچ

۱۴۵۸۵۳۲ خج

اور فنگ = ۳۸۵۱۶ سونچ

جس سے پتہ چلتا ہے کہ کرہ مقطوع کی ڈیپر نہیں ملکتا
اس لیے —

کرہ کی سطح جو بھیگ جائیگی = $33 \times 3.14 \times 198$ مربع انچ . . . دفعہ ۱۹۸
جہاں $30 = 3$

$$30 = 3 \times 10 = 30$$

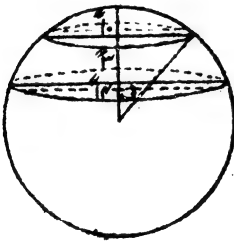
یعنی —

کرہ کی سطح جو بھیگ جائیگی = $33 \times 3.14 \times 198$ مربع انچ تقریباً
= 328252 مربع انچ تقریباً

مثال ۶: کسی منطقہ کرہ کی دباؤ ۳ انچ، قاعدہ کا قطر ۱۴ انچ اور بالائی سرے
کا قطر ۱۰ انچ ہے: اس کی مخفی سطح دریافت کرو۔ (۳۳ = 3.14×10)

فرض کرو کہ F = منطقہ

کے قاعدہ اور کرہ کے مرکز کا عمودی فاصلہ
تب اگر r = کرہ کا نصف قطر۔



$$\left\{ \begin{array}{l} r^2 = 25 + (3 + F)^2 \\ \text{اور } r^2 = 100 + F^2 \end{array} \right. \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$\therefore F = \frac{5}{4}$$

$$\text{اور } r = \sqrt{100 + \frac{25}{16}} = \sqrt{\frac{1625}{16}} = \frac{\sqrt{1625}}{4}$$

\therefore منطقہ کی مخفی سطح = $33 \times 3.14 \times 198$ مربع انچ . . . دفعہ ۱۹۸

جہاں $33 = 3.14 \times 10$

$$3 = 3$$

اس لیے —

منطقہ کی مخفی سطح = $3 \times 3.14 \times 198$ مربع انچ

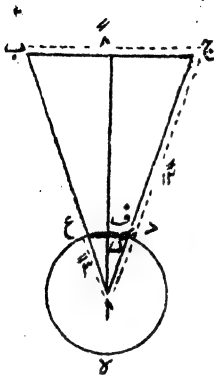
$$= 3.14 \times 198 \times 3$$

مثال ۷ : ۸ اینچ قاعدہ کا قطر اور ۱۲ اینچ مائل ارتفاع کے ایک قائم مخروط کو ۳ اینچ نصف قطر کے کرہ کے اندر اس طرح رکھا گیا کہ مخروط کا اس اور کرہ کا مرکز ایک دوسرے پر منطبق ہوتے ہیں۔ مجسم کی سطح معلوم کرو۔ (۳۵۱۲۱۶ = ۳۳)

فرض کرو کہ شکل سے مجسم کی ایسی تراشش

ظاہر ہوتی ہے جو مخروط کے محوریں سے گزرتی ہے۔

متشابه اشکال سے۔



$$دع : ب ج = ۱۲ : ۳ = ۴ : ۱ \dots \dots \dots \text{دفعہ } ۶۶$$

$$\therefore د د = ۲ \text{ اینچ}$$

$$\text{اور آگ} = [۹ - ۱] \text{ اینچ} \dots \dots \dots \text{دفعہ } ۱۶$$

$$۲۱۲ =$$

$$\therefore \text{کروی قطعہ } ع د د \text{ کی منحنی سطح} = \pi \times \text{سماع مربع اینچ} \dots \dots \dots \text{دفعہ } ۱۹۸$$

$$\text{جہاں } س = ۶$$

$$ع = ۳ + ۲۱۲ = ۲۱۵$$

اس لیے —

$$\text{کروی قطعہ } ع د د \text{ کی منحنی سطح} = \pi \times ۶ \times (۳ + ۲۱۲) = \text{مربع اینچ}$$

$$\text{ نیز تقطوع مخروط ب ج د کی منحنی سطح} = \frac{1}{4} \times (۲ \times \pi + ۸ \times \pi) \times ۹ = \text{مربع اینچ} \dots \dots \dots \text{دفعہ } ۱۹۳$$

$$= ۲۵ \times \pi = \text{مربع اینچ}$$

$$\text{اور مخروط اب ج کا قاعدہ} = ۲۴ \times \pi = \text{مربع اینچ} \dots \dots \dots \text{دفعہ } ۱۷$$

$$= ۱۶ \times \pi =$$

$$\text{اس لئے مجموعی مجسم کی سطح} = \pi \times \{۱۶ + ۲۵ + (۳ + ۲۱۲) ۶\} = \text{مربع اینچ}$$

$$= ۹۵۶۹۷۰۵ \times \pi = \text{مربع اینچ}$$

$$= ۳۰۱۶۵ = \text{مربع اینچ}$$

امثلہ نمبری (۳۵) ب

قطعہ کرہ اور منطقہ کرہ

$$\left(\frac{۲۲}{۲} = ۱۱\right)$$

ذیل کے کُرّوں کے قطعات کی منحنی سطحوں کے رقبے دریافت کرو۔

۱۔ کرہ کا محیط ۱۸ انچ، قطعہ کا ارتفاع ۵ انچ ہے۔

۲۔ کرہ کا نصف قطر، انچ، قطعہ کا ارتفاع ۳ و ۲ انچ ہے۔

۳۔ کرہ کا قطر ۵ انچ، قطعہ کا ارتفاع ۵ و ۶ انچ ہے۔

کُرّوں کے منطقے ذیل کی منحنی سطحوں کے رقبے دریافت کرو جن میں —

۴۔ کرہ کا محیط ۲ فٹ ۶ انچ، منطقہ کا ارتفاع ۷ انچ ہے۔

۵۔ کرہ کا نصف قطر ۲ انچ، منطقہ کا ارتفاع ۳ و ۱ انچ ہے۔

۶۔ کرہ کا قطر ۴ انچ، منطقہ کا ارتفاع ۲ و ۳ انچ ہے۔

۷۔ قطعہ کرہ کی مجموعی سطح دریافت کرو اگر قطعہ کا ارتفاع ۳ انچ اور کرہ کا نصف قطر ۱۵ انچ ہے۔

۸۔ قطعہ کرہ کی مجموعی سطح دریافت کرو اگر قطعہ کا ارتفاع ۴ فٹ اور کرہ کا محیط

۶۲ فٹ ہے۔

۹۔ ایک کرہ کا قطر ۲۵ فٹ ہے: اس کے ایک ایسے منطقہ کی مجموعی سطح

دریافت کرو جس کے مستوی سرے کرہ کے مرکز کے ایک ہی طرف اور اُس

سے بالترتیب ۳ فٹ ۶ انچ اور ۷ فٹ ۶ انچ کے فاصلے پر ہیں۔

۱۰۔ ایک کرہ کا قطر ۲۵ فٹ ہے: اس کے ایک ایسے منطقہ کی مجموعی سطح

دریافت کرو جس کے مستوی سرے کرہ کے مرکز سے بالترتیب ۳ فٹ ۶ انچ

اور ۷ فٹ ۶ انچ کے فاصلوں پر اور اُس کے مقابل جانوں میں ہیں۔

۱۱۔ ایک ایسے قطعہ کرہ کی منحنی سطح دریافت کرو جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۶ انچ

اور ارتفاع ۳ انچ ہے۔ (۳۱۴۱۶ = π)

۱۲۔ اُس منطقہ کرہ کی منحنی سطح دریافت کرو جس کے مستوی سروں کے نصف قطر

بالترتیب ۴ انچ و ۵ انچ اور دیانے ۱ انچ ہے۔ (۳۱۴۱۶ = π)

۱۳۔ بتاؤ کہ اُنٹ نصف قطر کے کرہ کی سطح سے آنکھ کو کتنے فاصلے پر رکھنا چاہیے

تاکہ اُس کی سطح کا دسواں حصہ نظر آ سکے۔

۱۴۔ مرکز سے ۳ فٹ کے فاصلے پر آنکھ رکھی جائے تو بتاؤ کہ اُنٹ قطر کے

کرہ کی سطح کا کونسا کسری حصہ نظر آئے گا؟

سوالات امتحانات ۳۵

- ۱۔ ۶ پنس فی مربع گز کے حساب سے نصف کرہ کی سروں کے ایک اُسطوانہ بنا پتھون (پیرک تنتم) کو رنگوانے کی لاگت معلوم کرو جب کہ اُس کے اُسطوانہ ماتحہ کا طول ۱۹ فٹ ۲ انچ اور اُسطوانہ اور نصف کرہوں کا مشترک قطر ۲ فٹ ۸ انچ رہے۔ (جامعہ ممبئی: ایل۔ سی۔ ای۔ ڈوسرا ۱۱ امتحان)
- ۲۔ ایک کرہ کا قطر ۳۶ انچ ہے۔ اس کی سطح کا رقبہ مربع انچ میں معلوم کرو۔ (جامعہ پنجاب: سیول انجینئرنگ: پھلا ۱ امتحان)
- ۳۔ ایک دائری کمرہ کی دیواریں عمودوار ہیں اور ان کی بلندی ۵ افٹ ہے۔ کمرہ کا قطر ۲۸ فٹ اور اُس کی چھت نصف کرہ کی گنبد نما ہے۔ ۹ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے اُس کی مجموعی سطح پر استر کاری کروانے کی اجرت معلوم کرو۔ (جامعہ پنجاب: سیول انجینئرنگ کا پھلا ۱ امتحان)
- ۴۔ زمین کو اگر ... ۵ فٹ قطر کا کرہ فرض کیا جائے تو اس کی سطح کا رقبہ مربع میل میں دریافت کرو۔ ()
- ۵۔ اُس کرہ کی سطح کیا ہوگی جس کا قطر ۲۱ انچ ہے؟۔ ()
- ۶۔ ایک ایسے کرہ کا حجم معلوم کرو جس کی سطح ۹ فٹ قطر کے ایک دائرہ کے رقبہ کے مساوی ہے۔ ()
- ۷۔ ایک گرجا گھر دو مینار اور ایک گنبد ہیں۔ اول الذکر میں سے ہر ایک کا بالائی حصہ ۶۰ فٹ ارتفاع کا ایسا مخروط مضلع ہے جو ۲۰ فٹ ضلع کے مربع قاعدہ پر بنا ہوا ہے۔ گنبد ۴۰ فٹ نصف قطر کا نصف کرہ ہے۔ ۱/۲ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے تینوں پر سیمہ کی چادریں منڈھنے کی قیمت معلوم کرو۔ (۳۱۴۱۶ = ۳) [جامعہ کلکتہ: ایف۔ ای۔]
- ۸۔ بیٹوان لوسہ کے ایک اُسطوانہ نما بر شاربہ کا اندرونی طول ۱۰ فٹ قطر

۴ فٹ اور اُس کی دہانت ۳ انچ ہے۔ اس کے سرے بند اور نصف کروی ہیں بیرونی سطح دریافت کرو۔ (سب پورا انجینیر: سالانہ) فٹ ۹-۱۲ فٹ بلند اور ۶ فٹ قطر کے ایک اسطوانہ کے بالائی حصہ پر ۶ فٹ قطر اور ۴ فٹ بلند ایک مخروط بنا ہوا ہے: ایک ایسے نصف کرہ کا نصف قطر معلوم کرو جس کی مجموعی سطح مخروط اور اسطوانہ کی سطحوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔ (سب پورا انجینیر: سالانہ)

۱۰۔ اپس فی مکعب انچ کے حساب سے کسی گولہ کی قیمت دہی ہوتی ہے جو ۳ پنس فی مربع انچ کے حساب سے اس کی طبع کاری کی لاگت ہوتی ہے: اس کا قطر معلوم کرو۔ (سٹریکی انجینیر: داخلہ)

۱۱۔ کسی کرہ کی سطح ایک مکعب کی سطح کے مساوی ہے: بتاؤ کہ کرہ کا حجم مکعب کے حجم کا ۳۸/۱۰۰ گنا ہے۔ (۳۲ = ۱۰۰/۳۱) [سٹریکی ایپس آرڈینیٹ: داخلہ] ۱۲۔ ۲۴ فٹ طول اور ۴ فٹ قطر کا ایک اسطوانہ دونوں سروں نصف کرہوں سے بند ہے: مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔ [سٹریکی ایپس آرڈینیٹ: داخلہ]

۱۳۔ ایک کرہ کا حجم اتنے ہی مکعب فٹ ہے جتنے مربع فٹ اُس کی سطح کے رقبہ میں ہیں قطر معلوم کرو۔ [سٹریکی انجینیر: فائینل]

قطعہ کرہ

۱۴۔ بتاؤ کہ کرہ کی سطح سے کتنے فاصلہ پر آنکھ رکھی جائے تاکہ اس کی سطح کا چھٹا حصہ دکھائی دے۔ کرہ کا قطر ۱ فٹ ہے۔

(جامعہ بمبئی - ایل - سی - ای: دوسرا امتحان)

۱۵۔ اگر کوئی شخص ۶ میل بلندی تک اُپر اُٹھے تو بتاؤ کہ زمین کی سطح کا کتنا حصہ اُسے نظر آئے گا؟ زمین کا قطر ۷۹۱۲ میل ہے۔

(جامعہ پنجاب: سیول انجینئرنگ کا پہلا امتحان)

۱۶۔ ڈھلے ہوئے لوہے کے ایک خول کا بیرونی قطر ۱۲ انچ ہے یہ پانی میں اس طرح تیرتا ہے کہ ۱۰ انچ ڈوبا ہوا رہتا ہے۔ ڈوبی ہوئی سطح کا

رقبہ مربع فٹ میں دریافت کرو۔ اس کو ۵۲ سے ضرب دو تو حاصل ضرب پونڈوں میں غول کا وزن ہوگا۔ تب اگر یہ فرض کیا جائے کہ ڈھلے ہوئے لوہے کا وزن ۲۳۵ پونڈ فی مکعب فٹ ہوتا ہے تو بتاؤ کہ غول کی دبازت کیا ہوگی ؟ - (جامعہ پنجاب ہسپتال انجینئرنگ کا پھلا امتحان)

۱۷۔ قطعہ کرہ کی مجموعی سطح دریافت کرو جب کہ قاعدہ کا نصف قطر ۱۶ فٹ اور قطعہ کا ارتفاع ۵ فٹ ہے - (جامعہ مدرس اس: امتحان بی۔ ای)

۱۸۔ اس کرہ کی گنبد کا رقبہ دریافت کرو جس کے قاعدہ کا قطر ۲۵ فٹ اور ارتفاع ۹ فٹ ہے - (جامعہ مدرس اس: امتحان بی۔ ای)

۱۹۔ ایک کھوکھلے کاغذی مخروط کا راسی زاویہ ۶۰° ہے - راس نیچے کی طرف رکھ کر اس کو تقسیم جاتا ہے اور ۲ انچ نصف قطر کا ایک کرہ اس میں رکھتے ہیں۔ کرہ جہاں مخروط کو مس کرتا ہے اس منحنی خط پر مخروط کو کاٹا جاتا ہے اور راس سے پرے والے حصے کو علیحدہ کر دیا جاتا ہے -

اب مخروط اور کرہ سے بننے والے جسم کی بیرونی سطح دریافت کرو - (جامعہ کلکتہ: امتحان ایف۔ ای)

۲۰۔ ایک کرہ کا نصف قطر ۱۲ فٹ ہے - ایک نقطہ سے جو مرکز سے ۱۵ فٹ کی دوری پر ہے خطوط مستقیم اس طرح کھینچے گئے جو کرہ کو مس کرتے ہیں اس طرح کرہ کا ایک قطعہ بنتا ہے: اس قطعہ کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرو -

(سب پورا ایرونٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)
۲۱۔ کسی کرہ کی سطح سے کتنے فاصلہ پر آنکھ کو رکھنا چاہیے تاکہ اس کی سطح کا چھٹنا حصہ دکھائی دے - (مرٹن کی انجینیر: داخلہ)

۲۲۔ ۲ فٹ موٹے ایک ایسے قطعہ کی محدب سطح دریافت کرو جو ۱۸ فٹ نصف قطر کے کرہ سے کاٹ لیا گیا ہے - (مرٹن کی انجینیر: داخلہ)

۲۳۔ ایک کرہ کا قطر ۱۰ فٹ ہے: بتاؤ کہ مرکز سے ۲۱ فٹ کے فاصلہ پر اگر آنکھ رکھی جائے تو مجموعی سطح کا کونسا کسری حصہ دکھائی دیگا ؟ (مرٹن کی ایرونٹس ڈپارٹمنٹ: داخلہ)

۲۴۔ کرہ کی وضع کی ایک پہاڑی ہے - اس کی بلندی ۳۰ فٹ اور قاعدہ کا قطر

۱۲۰۰ فٹ ہے : قریب ترین مربع فٹ تک دریافت کرو کہ اس کی سطح قاعدہ کے رقبہ سے کس قدر زیادہ ہے ۶۔ (۳۱۱۴۵۹ = ۳۱) (اسٹاف کالج)

منطقہ کرہ

۲۵۔ ایک کروی منطقہ کی دباؤ ۲ فٹ اور اُس کے مقابل کے رُخوں کے قطر ۱۲ اور ۱۸ فٹ ہیں : محدب سطح دریافت کرو۔

(جامعہ ممبئی: ایل۔ سی۔ ای۔ دوسرا امتحان)

۲۶۔ ایک کرہ کا نصف قطر ۵ فٹ ہے۔ دو متوازی مستوی سطحوں سے اگر ایک ایسی تراش کاٹ لی جائے جس کے سروں کے نصف قطر بالترتیب ۳ فٹ اور ۳ فٹ ہوں تو بتاؤ کہ اس طرح سے قطع شدہ منحنی سطح کا رقبہ کیا ہوگا جب کہ

(۱) تراش مرکز کے ایک ہی جانب ہو۔

(۲) مقابل کے جانب پر ہو۔ (جامعہ کلکتہ: ایف۔ ای)

۲۷۔ ایک اسطوانہ نما برج کا قطر ۲۴ فٹ اور بلندی ۳۰ فٹ ہے اس پر ایک نصف کروی گنبد بنایا گیا ہے۔ گنبد کا بالائی حصہ کاٹ ڈالا گیا اور اس کے منفذ پر ۸ فٹ قطر اور ۱۰ فٹ بلند ایک اسطوانہ نما قندیل بنائی گئی ہے جو بالائی سرے پر مستوی سطح سے بند کر دی گئی ہے۔ مربع گز میں اس عمارت کی جملہ بیرونی سطح دریافت کرو۔ (سرہن کی انجینیر فائینل)

زائد سوالات امتحانات ۳۵

۲۸۔ ذیل کے تقریبی عمل میں فی صدی خطا دریافت کرو : ایک خول کا قطر ۱۰ اور موٹائی ایک انچ ہے۔ اس کا وزن اسی مادہ اور موٹائی کی ایسی تختی کے مساوی لے لیا گیا ہے جس کی اوپر کی سطح کا رقبہ ۸۰ قطر کے کرہ کی سطح کے مساوی ہے۔ (جامعہ مدراس امتحان: بی۔ ای)

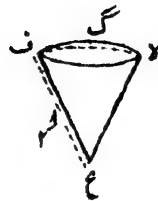
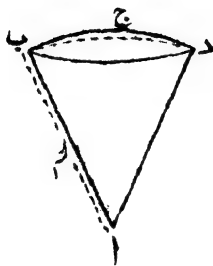
- ۲۹۔ ایک کرہ کا قطر ۱۰۰ فٹ ہے۔ مرکز سے ۸۰ فٹ کے فاصلہ پر واقع آنکھ کو کل سطح کا کونسا کسری حصہ دکھائی دے گا۔ (ٹرٹرائکی انجینیر: فائینل)
- ۳۰۔ زمین کروکہ ٹامسن کلچ کا گنبد نصف کرہ کی وضع کا ہے۔ کرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہے۔ نصف کرہ پر ایک اسطوانہ ناحصہ ہے جس کا بیرونی قطر ۱ فٹ ہے۔ اسطوانہ ناحصہ کو چھوڑ کر گنبد کی بقیہ برہمنہ سطح پر ملمع کرانے کی لاگت ایک آنہ فی مربع انچ کی شرح سے دریافت کرو۔ ()
- ۳۱۔ ایک کرہ کا قطر $4\frac{1}{4}$ فٹ ہے اور اس کے ایک منطقہ کا ارتفاع $2\frac{1}{4}$ فٹ ہے: منطقہ کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔ (ٹرٹرائکی ایپوسب آرڈینیٹ: ماہانہ)
- ۳۲۔ ثابت کرو کہ قطعہ کرہ کی منحنی سطح کا رقبہ مستوی قاعدہ کے رقبہ سے اس قدر زیادہ ہوتا ہے جتنا کہ قطعہ کے ارتفاع کے مساوی نصف قطر والے دائرہ کا رقبہ ہوتا ہے۔ (ٹرٹرائکی انجینیر: فائینل)

باب سی و ششم

متشابه مجسمات

مسئلہ (۴۸)

۲۰۱۔ دو متشابه مجسمات میں کھینچے ہوئے دو متناظر خطوط کے طول اور ان مجسمات میں سے ایک کی سطح کا رقبہ دیے ہوئے ہوں تو دوسرے مجسمہ کی سطح کا رقبہ معلوم کرنا۔
 فرض کرو کہ اب ج د اور ع ف گ کا دو متشابه مجسمات ہیں اور متناظر خطوط اب اور ع ف کے ناپ ایک ہی خطی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب لہ اور لہ ہیں۔ نیز فرض کرو کہ مجسم ع ف گ کا سطح کا رقبہ کسی مربع اکائی کے لحاظ سے س ہے۔



مطلوب یہ ہے کہ مجسم اب ج د کی سطح کا رقبہ Δ اور s کی رقوم میں دریافت کریں۔

یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ متشابه مجسمات کی سطحوں میں وہی تناسب ہوتا ہے جو ان میں کھینچے ہوئے کوئی دو متناظر خطوط کے طولوں کے مربعوں میں ہوتا ہے۔

∴ مجسم اب ج د کی سطح : مجسم ع ف گ ہ کی سطح = اب : ع ف
یعنی۔

$$\text{مجسم اب ج د کی سطح : } s = \Delta : \Delta$$

پس قاعدہ۔

کسی مجسم کی سطح کا رقبہ معلوم ہو سکتا ہے اگر اس کا تناسب ایک متشابه مجسم کی سطح کے معلومہ رقبہ سے دریافت کیا جائے اور اس تناسب کو دونوں مجسمات میں کے معلومہ متناظر طولوں کے مربعوں کے تناسب کے مساوی رکھا جائے۔

یا مختصراً۔

پہلے مجسم کی سطح : دوسرے مجسم کی سطح = پہلے اور دوسرے مجسم میں کے متناظر طولوں کے مربعوں کا تناسب

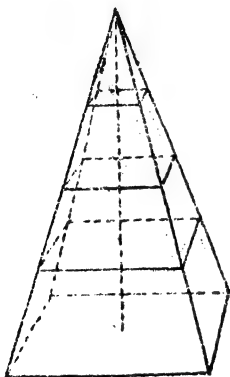
$$s : s = \Delta : \Delta \dots \dots \dots (۱)$$

اس لیے۔

$$\Delta : \Delta = s : s \dots \dots \dots (۲)$$

توضیحی مثالیں

۲۰۲۔ مثال ۱: قاعدہ کے متوازی تین مستوی سطحوں سے ایک مخروط مضلع کو چار حصوں میں اس طرح کاٹا گیا کہ اس کا ارتفاع چار مساوی حصوں میں منقسم ہو گیا۔ چاروں حصوں کی طرفی سطحوں کا مقابلہ کرو۔



فرض کرو کہ چاروں حصوں کی طرفی سطحوں کا رقبہ ایک ہی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب $ق_1, ق_2, ق_3, ق_4$ ہے تب تشابہ شکلوں سے —

$$ق_1 : ق_2 : ق_3 : ق_4 = 1^2 : 2^2 : 3^2 : 4^2 = 1 : 4 : 9 : 16$$

$$1 : 4 : 9 : 16$$

$$ق_1 : ق_2 : ق_3 : ق_4 = 1 : 4 : 9 : 16$$

$$1 : 4 : 9 : 16$$

مثال ۲: ایک ہی مادہ کے دو تشابہ محبات کے وزنوں کا تناسب ۱:۳:۳:۱ ہے۔ ان کی سطحوں کا تناسب معلوم کرو۔

فرض کرو کہ $ح$ کعب $انچ$ اور $ح$ کعب $انچ$ بالترتیب دونوں محبات کے حجم ہیں۔

سم مربع $انچ$ اور سم مربع $انچ$ بالترتیب ان کی سطحیں ہیں۔

نیز فرض کرو کہ $ل$ $انچ$ اور $ل$ $انچ$ ان محبات میں کے متناظر طول ہیں۔

تب چونکہ ایک ہی مادہ کے اجسام کے وزن ان کے حجموں کے متناسب

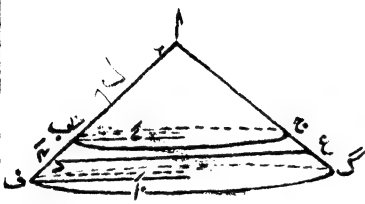
ہوتے ہیں۔

$$ح : ح = 1 : 3$$

$$ل : ل = 1 : 3$$

∴ س : س = ۱ : ۱۲۱ = ۱ : ۱۱ دفعہ ۲۰

مطلوبہ تناسب ۱۲۱ : ۱ ہے
مثال ۳ : ایک قائم مخروط کے مقطوع کے سروں کے نصف قطر بالترتیب ۷ فٹ اور ۱۰ فٹ ہیں اور اس کی مائل بلندی ۲ فٹ ہے : اگر مقطوع کو ایسے دو حصوں میں منقسم کیا جائے جن کی سطحیں مساوی ہوں تو ہر ایک حصہ کی مائل بلندی دریافت کرو۔



مخروط کو مکمل کر جس کا کہ مقطوع ایک حصہ ہے اور شکل میں فرض کرو کہ د ع سے کاٹنے والی سطح تغیر ہوتی ہے۔

مخروط اب ج کی سطح : مخروط ا د ع کی سطح :
= اب : ا د : ا ف : ا ف دفعہ ۲۰

لیکن مخروط ا د ع کی سطح = $\frac{1}{4} (\text{مخروط اب ج کی سطح} + \text{مخروط اف گ سطح})$
∴ ا د = $\frac{1}{4} (اب + ا ف)$

یا اگر اب = ل فٹ

اور ا د = ل فٹ

$$ل^2 = \frac{1}{4} (ل^2 + (ل + ۲)^2)$$

$$ل^2 = \frac{1}{4} (ل^2 + ۲ل + ۴ + ل^2 + ۴ل + ۴)$$

بھر تشابہ مجسمات سے —

ل : ل + ۲ = ۴ : ۱۰ دفعہ ۹۶

$$ل = \frac{۲۵}{۳} = ۸\frac{۱}{۳}$$

اس لیے —

$$ل^2 = \frac{1}{4} \{ ۱۶ + (\frac{۲۵}{۳})^2 + ۸ + (\frac{۲۵}{۳})^2 \}$$

$$ل = \frac{۱۱۹}{۱۱} = ۱۰\frac{۹}{۱۱}$$

$$\text{اور ب د} = (۵۰۸ - ۱۱۶۵۳۳) \text{ فٹ} = ۲۶۱۴ \text{ فٹ}$$

$$\text{د ف} = (۲۶۱۴ - ۲) \text{ فٹ} = ۲۶۱۲ \text{ فٹ}$$

امثلہ نمبری (۳۶)

- ۱۔ دو کُروں کے نصف قُطروں کا تناسب ۲:۵ ہے۔ اُن کی سطحوں کا تناسب معلوم کرو۔
- ۲۔ دو متشابه مخروطوں کے ارتفاع بالترتیب ۸ انچ اور ۷ انچ ہیں: ان کی منحنی سطحوں کا تناسب معلوم کرو۔
- ۳۔ دو مکعبوں کے وتروں کا تناسب ۵:۸ ہے۔ پہلے مکعب کی سطح کو دوسرے کی سطح کے عشری حصہ میں بیان کرو۔
- ۴۔ دو متشابه مجسمات کے حجموں کا تناسب ۲۷:۶۴ ہے۔ اُن کی سطحوں کا تناسب معلوم کرو۔
- ۵۔ دو متشابه مجسمات کے رقبوں کا تناسب ۴۹:۸۱ ہے۔ ان کے حجموں کا تناسب معلوم کرو۔
- ۶۔ ایک ہی مادہ کے دو متشابه مجسمات کے وزنوں کا تناسب ۱۲۵:۱ ہے۔ دوسرے مجسم کی سطح کو پہلے مجسم کی سطح کی کسر عام کی صورت میں بیان کرو۔
- ۷۔ قاعدہ کے متوازی مستوی سے ایک مخروط کو دو حصوں میں کاٹا گیا اگر کاٹنے والی مستوی سطح مخروط کے ارتفاع کے درمیانی نقطہ سے گزرتی ہو تو دونوں حصوں کی منحنی سطحوں کا تناسب دریافت کرو۔
- ۸۔ ایک مخروط جس کا ارتفاع ۲ فٹ ہے قاعدہ کے متوازی ایک ایسی مستوی سطح سے کاٹا جاتا ہے جو اس کی منحنی سطح کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتی ہے: مخروط کے اس سے سطح تک کا فاصلہ دریافت کرو۔
- ۹۔ ایک مخروط کا قاعدہ ۱۲۱ مربع انچ ہے۔ ایک ایسے متشابه مخروط کے قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے حجم اور پہلے مخروط کے حجم کا تناسب ۳۲۳:۱۳۳۱ ہے۔

۱۰۔ قاعدہ کے متوازی دو ایسی سطحوں ہے ایک مخروط کو تین حصوں میں کاٹا گیا جو اُس کے ارتفاع کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کرتے ہیں۔ تینوں حصوں کی منحنی سطحوں کا مقابلہ کرو۔

سوالات امتحانات ۲۶

- ۱۔ ایک مقطوع مخروط کے سروں کے نصف قطر ۵ فٹ و ۸ فٹ اور اُبل بلندی ۴ فٹ ہے۔ اگر مقطوع کو مساوی منحنی سطحوں کے دو حصوں میں تقسیم کر دیا جائے تو ہر ایک حصہ کی اُبل بلندی دریافت کرو۔ (جامعہ پنجاب: سیول انجینئرنگ کا پھلا امتحان)
- ۲۔ ایک مکعب کا وتر ۲ فٹ ۴ انچ ہے۔ ایک ایسے مکعب کی بیرونی سطح دریافت کرو جس کا وتر پہلے مکعب کے کنارہ کے برابر ہے۔ (سہا کی انجینئر: د اخلہ)
- ۳۔ ایک مجسم کی سطح ایک دوسرے متشابہ مجسم کی سطح سے سے چند ہے: دونوں مجسمات کے حجموں کا تناسب دریافت کرو۔ (سہا کی انجینئر: د اخلہ)

باب سی و ہفتم

متفرق سوالات

(جب تک خاص طور پر ذکر نہ کیا جائے $\frac{۲۲}{۷} = ۳$)

- ۱۔ ذیل کے لیے عام ضوابط لکھو:۔
منتظم مستدس کا رقبہ، قطعہ دائرہ کا رقبہ، مخروط مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ، قطعہ کرہ کی منحنی سطح کا رقبہ، فانہ کا حجم، منطقہ کرہ کا حجم۔
- ۲۔ مثلث کا رقبہ اور مخروط اور مقطوع مخروط مضلع کی سطحوں اور حجموں کے لیے عام سے ضوابط لکھو۔
- ۳۔ مربع اور دائرہ کے رقبے معلوم کرو جب کہ ہر ایک کا احاطہ ... ۳ فٹ ہے
- ۴۔ ایک مثلث قائم الزاویہ میں زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع ۴۳ اور ۴۵ فٹ ہیں: زاویہ قائمہ سے دتر پر کے عمود کا طول معلوم کرو۔
- ۵۔ ایک متوازی الاضلاع میں متوازی ضلعوں کے دو جوڑوں کے درمیان عمودی فاصلہ ۶۵ فٹ اور ۹۱ فٹ ہے: اگر ایک ضلع ۱۱۹ فٹ ہو تو اس کا متصلہ ضلع معلوم کرو۔
- ۶۔ ایک قوس کا وتر ۲۸ انچ اور نصف قوس کا وتر ۲۷ انچ ہے: قوس کا طول تقریباً معلوم کرو۔
- ۷۔ دائرہ شکل مخروط، قطاع دائرہ کے رقبے معلوم کرنے کے عام ضوابط لکھو، نیز کرہ اور منشور نامہ کے حجموں کے ضوابط بیان کرو۔
- ۸۔ اس مثلث کا رقبہ کیا ہے جس کے اضلاع ۶، ۵ اور ۳ انچ ہیں؟۔

- ۹۔ ایک ایسے مثلث مساوی الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو جو اگر نصف قطر کے دائرہ کے اندر بنایا گیا ہے۔
- ۱۰۔ متوازی الاضلاع، شکل منحرف، قطعہ دائرہ اور قطع ناقص کے رقبے اور مخروط، منہلیع اور گڑھ کے حجم دریافت کرنے کے قاعدے لکھو۔
- ۱۱۔ ایک دائری میز کے بالائی حصہ کا قطر، فٹ اور اس کی دبازت ۱ اینچ ہے۔ اس کا حجم اور ۸ آنہ فی مربع فٹ کے حساب سے اس کی بالائی سطح پر پالش کروانے کی اُجرت معلوم کرو۔
- ۱۲۔ ایک نصف دائرہ کا احاطہ ۱۰۰ فٹ ہے : نصف قطر معلوم کرو۔
- ۱۳۔ ایسے ۲۰ تختوں میں کتنے مکعب فٹ لکڑی ہوگی جن میں سے ہر ایک کا طول ۱۵ فٹ، عرض ۱۰ اینچ اور دبازت $\frac{1}{4}$ اینچ ہے ؟
- ۱۴۔ ایک شکل منحرف کے دو متوازی ضلعوں کے ناپ ۵۸ گز اور ۴۲ گز ہیں۔ اور غیر متوازی اضلاع مساوی ہیں اور ہر ایک ۷ گز ہے : رقبہ معلوم کرو۔
- ۱۵۔ اسطوانہ کی سطح اور حجم اور گڑھ کی سطح دریافت کرنے کے قاعدے بیان کرو۔ نشور ثنائی ضابطہ لکھو۔
- ۱۶۔ ایک قطاع دائرہ کا رقبہ ۱۵ مربع فٹ اور قوس کا طول ۵ فٹ ہے : دائرہ کا نصف قطر اور قوس میں درجوں کی تعداد معلوم کرو۔ ($3.14159 = \pi$)
- ۱۷۔ $\frac{2}{3}$ مکعب فٹ پتھر کا وزن کیا ہوگا جب کہ ۲۰ اینچ طول، ۸ اینچ عرض اور ۱۵ اینچ بلند پتھر کے فکڑے کا وزن ۲۸۰ پونڈ ہے۔
- ۱۸۔ مثلث، دائرہ اور قطاع دائرہ کے رقبے دریافت کرنے کے قاعدے لکھو۔
- ۱۹۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۶، ۱۷ اور ۱۸ فٹ ہیں۔ معلوم کرو کہ اس کا رقبہ ایسے مثلث مساوی الاضلاع کے رقبہ سے زیادہ ہے یا کم جس کا ہر ایک ضلع ۱۷ فٹ ہے۔
- ۲۰۔ ایسے مثلث کا رقبہ قریب ترین مربع اینچ تک معلوم کرو جس کے ضلعے $\frac{1}{4}$ ، ۱ اور ۹ فٹ ہیں۔
- ۲۱۔ ۲۵۶۰۰ اینچ کے فاصلہ پر سے گزرنے میں ایک ٹھکاڑی کا پیہر اتنی ہی

گردشیں کر لے جتنے اینچ کر اس کے محیط میں ہیں : اس کا قطر معلوم کرو۔

۲۲۔ ایک ایسے مثلث کے ابعاد قریب ترین فٹ تک معلوم کرو جس کے اضلاع کی نسبت ۵:۶:۸ اور جس کا رقبہ ایک ایکڑ ہے۔

۲۳۔ ایک ذواربۃ الاضلاع کے دو متصلہ ضلعے بالترتیب ۳ فٹ اور ۴ فٹ ہیں اور ان کا درمیانی زاویہ ۹۰° ہے۔ ذواربۃ الاضلاع کے دوسرے دو ضلعے مساوی اور ان کا درمیانی زاویہ ۹۰° ہے۔ رقبہ معلوم کرو۔

۲۴۔ ایک ایسے ستون کے ڈھلے ہوئے لوہے کا وزن معلوم کرو جس کے اندرونی اور بیرونی قطر بالترتیب ۹ اینچ اور ۱۱ اینچ اور طول ۱۰ فٹ ہے جب کہ ایک کعب اینچ ڈھلے ہوئے لوہے کا وزن ۲۶ پونڈ ہوتا ہے۔

۲۵۔ ایک بیرونی نقطہ سے کھینچے ہوئے کسی دائرہ کے دو مماس علی القوائم ہیں اور ہر ایک کا طول $\frac{2}{3}$ اینچ ہے : دائرہ کا رقبہ معلوم کرو۔

۲۶۔ ایک گھڑی کی منٹ گئی سوئی کی نوک ۳ منٹ میں ۵ اینچ کا فاصلہ طے کرتی ہے۔ اس کا طول کیا ہے ؟

۲۷۔ ایک دائری میدان کا محیط ۳۱۴ گز ۵۷۸ ۱۰ ۱۰ اینچ ہے : اس کا قطر اور رقبہ کیا ہے۔

۲۸۔ ایک کعب فٹ میں سے کتنے ۳ اینچی کعب کاٹے جاسکتے ہیں ؟

۲۹۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۵۵، ۴۸ اور ۱۷ فٹ ہیں : مربع فٹ میں اعشاریہ کے ساتویں مقام تک اس کے رقبہ کا تخمینہ کرو۔

۳۰۔ ایک مثلث متساوی الاضلاع کا احاطہ ۲۰۰ فٹ ہے : اس کا رقبہ معلوم کرو۔

۳۱۔ اگر تمہیں مستطیل کے گردایسار استہ بنانا ہو جس کا رقبہ مستطیل کے رقبہ کا ٹھیک نصف ہو تو راستہ کا عرض کیا ہونا چاہیے۔ مستطیل کے ابعاد

۴۵ فٹ ۵۰ اینچ ہیں۔

۳۲۔ نصف گردی بیرونی کے ایک پنٹون (پیرکٹختہ) کا انتہائی طول ۵۰

فٹ اور قطرہ فٹ ہے : اس کی گنجائش معلوم کرو۔

۳۳۔ قطعہ دائرہ کی قوس کا طول اور رقبہ معلوم کرو جب کہ قوس کا وتر = ۴۰ اور نصف قوس کا وتر = ۲۵ ہے۔

۳۴۔ ایک مستطیل کمرہ کا طول ۲۱ فٹ، ایچ، عرض ۱۵ فٹ اور بلندی ۱۰ فٹ ہے۔ اس میں ۷ فٹ x ۳ فٹ کے دو دروازے، ۵ فٹ x ۳ فٹ کے نصف دائری سرنگے دو دربیچے اور ۴ فٹ x ۳ فٹ ۶ ایچ کا ایک آتش دان ہے۔ دیواروں کی سطح کا رقبہ دریافت کرو؟

۳۵۔ ایک ایسے مثلث کا رقبہ ایکروں میں معلوم کرو جس کے ضلع بالترتیب ۳۲ زنجیر ۱۱ کڑی، ۲۵ زنجیر ۳۲ کڑی اور ۲۲ زنجیر ۵ کڑی ہیں۔

۳۶۔ ایک شکل منحرف کا رقبہ $\frac{1}{2}$ ایکڑ اور دو متوازی ضلعوں کا مجموعہ ۲۴۲ گز ہے۔ اس کا درمیانی عمودی فاصلہ معلوم کرو۔

۳۷۔ ۲۵ فٹ طول کی ایک سیڑھی کسی دیوار سے بالکل سیدھی لگی ہوئی ہے، بتاؤ کہ سیڑھی کے پائوں کو دیوار سے کس قدر کھینچنا چاہیئے تاکہ اس کا بالائی حصہ ۱۱ فٹ اتر آئے؟

۳۸۔ ایک شکل متعین کے وتر بالترتیب ۴۴ اور ۱۱۷ فٹ ہیں: رقبہ ضلع کا طول اور عین کا ارتفاع معلوم کرو۔

۳۹۔ دو ایسے تنظیم نمس کے رقبوں کا مقابلہ کرو جن میں سے ایک تو کسی دیے ہوئے دائرہ کے اندر اور دوسرا اس کے گرد بنایا گیا ہو۔

۴۰۔ مثلث متساوی الاضلاع کے اندرونی اور بیرونی دائروں کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔

۴۱۔ ایک آبی خانہ کا قاعدہ مربع ہے۔ بلندی قاعدہ کے ایک ضلع کی نصف ہے۔ درودہ بغیر ڈھکن کے ہے۔ ۱۵ روپیہ فی مربع گز کے حساب سے شیشہ کی قیمت ۳۱ روپیہ آنہ ہوتی ہے: بتاؤ کہ آبی خانہ میں کتنے گیلن سما سکتے ہیں۔

۴۲۔ اگر ایک کعب ایچ بارود کا وزن $\frac{5}{8}$ ادنس ہو تو ہ ایچ قطر اور ہ ایچ ال ارتفاع کے ایک مخروطی برتن کو بھرنے کے لیے کتنے وزن کی بارود

درکار ہوگی ۹۔

۴۳۔ ایک منظم سدس کا رقبہ ۲۰۰ ہے : اس کے ضلع کا طول اور اس کے اندرونی اور بیرونی دائروں کے نصف قطر دریافت کرو۔

۴۴۔ ۱۸ فٹ قطر اور ۱۳ فٹ بلند ایک مخروطی ٹیمہ بنانے کے لیے ۲۷ انچ عرصہ والی کتنے گز کراچ کی ضرورت ہوگی ۹۔

۴۵۔ ایک مثلث کا احاطہ ۵۹۲ فٹ اور اس کے اضلاع کا تناسب ۱۳:۲۰:۲۱ ہے : اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۶۔ ذواربجۃ الاضلاع کی وضع کے میدان ا ب ج د کا رقبہ دریافت کرو۔
ضلع ا ب = ۴۵۷ فٹ ب ج = ۵۶۸ فٹ ج د = ۷۷۰ فٹ د ا = ۸۰۷ فٹ اور ا ج = ۹۳۷ فٹ۔

۴۷۔ کسی ندی کے کنارہ پر ایک برج کی بلندی ۱۲۰ فٹ ہے اور مقابل کے کنارہ سے بالائی حصہ کا ارتفاعی زاویہ ۳۰° ہے : ندی کا عرض معلوم کرو۔

۴۸۔ ایک متوازی الاضلاع کو جس کے متصلہ ضلعوں کے طول کسی خطی اکائی کے لحاظ سے علیحدہ علیحدہ م اور ن ہیں ایسے م ن متوازی الاضلاع میں منقسم کیا جاسکتا ہے جن میں سے ہر ایک کے متصلہ ضلعوں کے طول اکائی ہیں : کیا متوازی الاضلاع کا رقبہ م ن مربع اکائیاں لیا جاسکتا ہے ۹۔

۴۹۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے۔ اس کے اندرونی منظم سدس کا رقبہ دریافت کرو۔

۵۰۔ ایک ایسی رسی کا طول گزوں میں معلوم کرو جس کا ایک سرا میخ کے ساتھ اور دوسرا سر ایک گائے کے گلے میں اس طرح بندھا ہوا ہے کہ گائے ایک بیگھ قطع گھاس سے زیادہ پر نہ چرسکے۔ (۳۱۱۴۱۵۹ = π)

۵۱۔ گولیوں کے ایک مکمل انبار کے مستطیل قاعدہ کے غیر مساوی اضلاع میں بالترتیب ۶ اور ۱۲ گولے ہیں : انبار میں کتنے گولیوں کی تعداد معلوم کرو۔

۵۲۔ اُس مثلث مساوی الاضلاع کا ضلع کیا ہوگا جس کا رقبہ ۱۸۰ فٹ و ترواے مربع کے رقبہ کے برابر ہے ۹۔

۵۳۔ دائرہ اور اس کے اندر دینی مربع کے رقبوں میں کیا تناسب ہوتا ہے ؟
 ۵۴۔ ایک ایسے مثلث مساوی الاضلاع کا ضلع معلوم کرو جس کے رقبہ پر اس مثلث
 فی مربع فٹ کے حساب سے پتھر بچھوانے میں اتنے ہی اخراجات ہوتے ہیں
 جتنے اخراجات کہ ۶ مثلث ۶ پن فی فٹ کے حساب سے اس کے ضلعوں کی
 احاطہ بندی میں۔

۵۵۔ ایک ایسے مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع بالترتیب ۳۲، ۴۲، ۵۲
 اور ۴۰ گز ہیں اور جواب کو اکیڑ، روڈ اور پرچ میں ظاہر کرو۔

۵۶۔ ایک میدان کے تمام اضلاع مساوی ہیں اس کے وتر بالترتیب ۸، ۸ گز
 اور ۱۰ گز ہیں : رقبہ ایسے میں معلوم کرو۔

۵۷۔ احاطہ طوطی اکائیوں کے برابر دیا ہوا ہے۔ وہ بڑے سے بڑا رقبہ معلوم
 کرو جو اس سے گھیرا جاسکتا ہے۔

۵۸۔ ۸ ریسٹ چابک سواری میں ۱۰۰ فٹ قطر کا ایک دائری احاطہ ہے۔ اس
 کے گرد ۱۰ فٹ کے یکساں عرض کا ایک دائری راستہ بنانا مطلوب ہے :
 پن فی مربع فٹ کے حساب سے اُس کے اخراجات دریافت کرو۔ (۳۱۴۱۵۹ = ۳۱)
 ۵۹۔ اُس بڑے سے بڑے مثلث کا رقبہ دریافت کرو جو ۱۰ فٹ نصف قطر کے
 دائرے کے اندر بنایا جاسکتا ہے۔

۶۰۔ ”مناذ“۔ ”متوازی السطوح“۔ ”منشور“۔ ”مخروط“۔ ”مخروط مضلع“
 ”منشور نما“ کی تعریفات لکھو اور شکلیں بنا کر ان کی توضیح کرو۔

۶۱۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ کھینچو اور اُس کا رقبہ معلوم کرو۔

| کڑی | |
|-------|----------|
| دیک | |
| ۱۱ ۶۰ | |
| ۱۰۱۶ | ۵۹۶ ج تک |
| ۳۹۲ | ۳۰۲ ب تک |
| ۱۰۵ | |

جاؤ مشرق

۶۲۔ قائم مخروط کے مقطوع کی اہل سطح کا رقبہ کیا ہے جس کے دو دائری سروں کے رقبے بالترتیب ۶۳ ، ۱۲۵ مربع انچ اور ۵۴ ، ۸۵ مربع انچ ہیں اور مقطوع کی انتصابی بلندی ۲۰ انچ ہے ؟ $(۳۵۱۴۱۶ = ۳۳)$

۶۳۔ آخری سوال میں مقطوع کی بلندی کے بجائے مقطوع بننے سے پہلے مکمل مخروط کا ارتفاع ۲۰ انچ ہو تو مقطوع کا حجم کیا ہوگا ؟ $(۳۵۱۴۱۶ = ۳۳)$

۶۴۔ ۸ آنہ فی مربع گز کے حساب سے گرجا کے ایسے مخروطی مینار پر رنگ کروانے کے اخراجات کیا ہونگے جس کے قاعدہ کا محیط ۶۳ فٹ اور بلندی ۱۸ فٹ ہے ؟

۶۵۔ ثابت کرو کہ کسی مثلث قائم الزاویہ میں رقبہ = ص (ص - د) جہاں د وتر اور ص = نصف احاطہ۔

۶۶۔ ایک سیدھی سڑک پر چلتے وقت ایک آدمی میل کے ایک پتھر کے پاس مشاہدہ کرتا ہے کہ ایک مکان کی سمت سڑک کے ساتھ ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے اور اُس کے بعد کے پتھر کے پاس زاویہ ۶۰° ہوتا ہے : بتاؤ کہ سڑک سے مکان کتنے فاصلہ پر ہے ؟

۶۷۔ ایک شکل معین کا ہر ضلع ۲۳ فٹ اور ایک وتر بھی ۲۳ فٹ ہے : رقبہ معلوم کرو۔

۶۸۔ ایک نصف دائرہ کا احاطہ ۱۰۰ فٹ ہے : رقبہ معلوم کرو۔ $(۳۵۱۴۱۵۹ = ۳۳)$

۶۹۔ ایک مثلث کے اضلاع ۳۲ ، ۲۴ اور ۴۸ انچ ہیں : مثلث کا رقبہ اور اُس کے حاطہ دائرہ کا قطر معلوم کرو۔

۷۰۔ ”کعب“ ”اسطوانہ“ ”کرہ“ ”کرہ نما“ کی تعریفات لکھو۔ اور شکلوں کے ذریعہ اُن کی توضیح کرو۔

۷۱۔ ایک دائرہ کا قطر ا ف ۱۵ فٹ ہے۔ قطعہ کا وتر ب ع قطر پر عمود ہے اور قطعہ کا ارتفاع د ف ۳ فٹ ہے : ا ب کو لاؤ اور دائرہ کے مرکز سے اس کا عمودی فاصلہ معلوم کرو۔

۷۲۔ ایک منتظم مشن کا ضلع ۲۰ فٹ ہے : رقبہ معلوم کرو۔ نیز اندرونی دائرہ کا رقبہ دریافت کرو۔

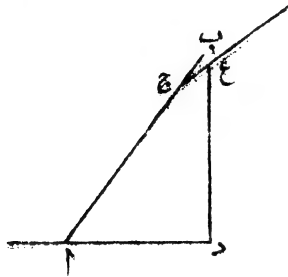
- ۷۳۔ ایک مثلث مساوی الاضلاع اور مربع کے رقبہ مساوی ہیں۔ ان کے احاطوں کا مقابلہ کرو۔
- ۷۴۔ ایک متوازی الاضلاع کے متصل ضلع ۸ فٹ اور ۱۶ فٹ ہیں اور اُس کا رقبہ ایک ایسے مربع کے رقبہ کا نصف ہے جس کا احاطہ متوازی الاضلاع کا احاطہ کے مساوی ہے۔ مقابل کے ضلعوں کا درمیانی عمودی فاصلہ دریافت کرو۔
- ۷۵۔ ایک ایسے مربع کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ایسے دائرہ کے نصف قطر کے دو تہائی کے برابر ہے جس کا رقبہ ۹۹۰۰ مربع فٹ ہے۔
- ۷۶۔ ایک قطاع کا رقبہ ۹۹ مربع فٹ اور قوس کا طول ۹ فٹ ہے: نصف قطر اور مرکز پر کا زاویہ دریافت کرو۔ (۳۳ = ۱۴۱۶/۳)
- ۷۷۔ ایک ایسے قلعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جس کا وتر ۲۲ انچ اور ارتفاع ۵ انچ ہے۔
- ۷۸۔ ذیل کے اندراجات سے میدان ا ب ج د ع کا خاکہ اُتارو اور اس کا رقبہ معلوم کرو۔

| کروی | |
|--------|----------|
| دیک | |
| ۹۰۰ | |
| ۶۰۰ | ۳۰۰ ع تک |
| ۵۰۰ | ج تک |
| ۲۰۰ | ب تک |
| ۱۰۰ سے | |

- ۷۹۔ ذیل کے مجسمات کے حجم معلوم کرنے کے عام ضوابط لکھو۔

(ا) مخروط مضلع
(ب) چپٹا گروہ منا
(ج) گھمبیر اکروہ منا

۸۰۔ ایک قوس کا وتر ۷۸ فٹ اور قوس کا ارتفاع ۲۶۸ فٹ ہے : دائرہ کا قطر دریافت کرو۔



۸۱۔ اب (دیکھو شکل) سے لوہے کی سیڑھی تعمیر ہوتی ہے جو پھونس کے ایک مکان کی اولٹی سے لگی ہوئی ہے۔ اولٹی دیواروں سے ۲ فٹ باہر نکلی ہوئی ہے اور چھت کا اتار ۲۵ ہے۔ اگر ج ب = ۲ فٹ ع د = ۱۸ فٹ

۸۱۔ ۱۲ فٹ تو بتاؤ کہ سیڑھی کے پائین کو کس قدر کھینچا جائے تاکہ اس کا بلائی حصہ اولٹی پر ٹھیک ٹھیک پہنچ جائے؟۔ سیڑھی کا طول کیا ہے؟
۸۲۔ دو گڑھ مناؤں کے بڑے اور چھوٹے قطر بالترتیب ۳ فٹ اور ۳ فٹ ہیں ایک گڑھ منا چٹا ہے اور دوسرا لمبوتر ہے : ہر ایک گڑھ بنا کا حجم دریافت کرو۔
۸۳۔ ایک مثلث کے دو ضلع ۱۴ فٹ اور ۱۶ فٹ ہیں اور تیسرا ضلع پر کا عمود ۱۲ فٹ ہے : مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

۸۴۔ ۷۵.۵ محیط کا ایک دائرہ گلیٹہ ۷۵.۵ محیط کے دائرہ کے اندر واقع ہوتا ہے۔ حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔ (۳.۱۴ = ۳)

۸۵۔ دو ہم مرکز دائروں اور ان کے نصف قطروں کی درمیانی جگہ کا رقبہ قطع شدہ قوسوں اور ان کے درمیانی فاصلے کی رقوم میں دریافت کرو۔

دو ہم مرکز دائروں کے نصف قطر بالترتیب ۱۰ فٹ اور ۱۵ فٹ ہیں : ان دائروں اور ایک دوسرے کے ساتھ ۶۰° کا زاویہ بنانے والے نصف قطروں سے محدود شکل کا رقبہ دریافت کرو۔ (۳.۱۴۱۵۹ = ۳)

۸۶۔ ایک قائم الزاویہ مثلث مساوی الساقین کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر ۱۵ فٹ ہے : مندرجہ معلوم کرو۔
۸۷۔ ایک قطاع کا رقبہ ۲۳ مربع فٹ ہے۔ قطاع کا زاویہ ۶۰° ہے : قطاع کا مجموعی احاطہ معلوم کرو۔

(۳.۱۴۱۵۹ = ۳)

۸۸۔ ایک کثیر الاضلاع میدان کے ایک کونے سے دوسرے کونے تک ایک جریبی خط اور

اُس کے دائیں اور بائیں جانب بیرونی عمود کھینچ کر میدان کی پیمائش کی گئی جیسا کہ ذیل کی پیمائشی بیاض سے ظاہر ہے :-

| ب | ب | ب |
|----|-----|----|
| ۲۰ | ۲۵۰ | ۲۰ |
| ۹۰ | ۲۲۰ | ۶۰ |
| | ۱۸۰ | ۴۰ |
| | ۱۶۰ | ۲۰ |
| | ۱۵۰ | ۱۵ |
| ۳۰ | ۹۰ | |
| | ۶۰ | |
| | ۵۰ | |

۵ (۱) سے جاؤ شمال مغرب - رقبہ دریافت کرو۔

۸۹ - مندرجہ ذیل کے حجم معلوم کرنے کے لئے عام ضابطے بیان کرو۔

(۱) مخروط کا مقطع

۹۰ - ۲ آنے فی مربع گز کے حساب سے ایک منظم شمن شکل کے قطعہ زمین پر گھاس لگوانے میں کیا خرچ آئیگا جب کہ شمن کا ہر ایک ضلع ۲۰ فٹ ہے۔

۹۱ - کسی کرہ کی سطح ۱۱۳۵۰۹۶۴ مربع انچ ہے۔ اس کا قطر اور جسامت معلوم کرو۔ (۳۱۱۶ = ۳۱)

۹۲ - ایک مثلث کے دو ضلعوں کا زاویہ ۳۰° ہے۔ اور ان اضلاع کا طول علی الترتیب ۲۱۵ فٹ اور ۲۳۸ فٹ ہے۔ رقبہ معلوم کرو۔

۹۳ - ایک ذوالربیعہ الاضلاع کے وتر ۳۰ اور ۲۰ زنجیر ہیں اور مقام تقاطع پر ۴۵° کا زاویہ بناتے ہیں۔ رقبہ معلوم کرو۔

۹۴ - ایک معین کا ہر ضلع ۳۲ فٹ ہے۔ اور بڑے زاویوں میں سے ہر ایک زاویہ چھوٹے زاویوں میں سے ہر ایک زاویہ سے دوگنا ہے۔ رقبہ معلوم کرو۔

۹۵ - ایک مثلث کے اضلاع ۱۳۶، ۱۲۵، ۹۹ ہیں۔ اس کے حائط دائرہ کا قطر معلوم کرو۔

۹۶ - اس قطاع کا رقبہ معلوم کرو جو نصف دائرہ سے بڑا ہے۔ بقیہ قطاع کی مسام قوس کا وتر ۴۲ فٹ ہے نصف قوس کا وتر ۴۴ فٹ اور نصف قطر ۳۲ فٹ ۶ انچ۔

۹۷ - ایک میدان کا خاکہ جاؤ اور مندرجہ ذیل امور سے اس کے رقبہ کا حساب

لگاؤ۔

| | | |
|---------|---|--|
| ۴۷۰ عسک | <p>کڑی</p> <p>۵ ف ایک</p> <p>۱۲۸۰</p> <p>۹۶۰</p> <p>۴۰۰</p> | <p>۲۸۰ ج ایک</p> <p>دائیں جانب لٹو</p> |
| | <p>۵ ب ایک</p> <p>۱۱۲۰</p> <p>۶۰۰</p> <p>۳۲۰</p> | <p>۶۰۰ ج ایک</p> |

۵ سے مغرب کی طرف جاؤ

۹۸۔ ایک رقا ص جھولتے وقت ۳۰ کا زاویہ بناتا ہے اور اس کا سر $\frac{1}{11}$ ۱۳

انچ کی توس بناتا ہے۔ رقا ص کا طول معلوم کرو۔

۹۹۔ ایک متعینی شکل کے مساوی الفضل معین ۱۱، ۵۸، ۶۱، ۶۱، ۵۴، ۵۴، ۴۶، ۴۶

۳۳، ۱۶، ۱۶ ہیں۔ اور یہ ۲۲ فٹ طویل بنیادی خطے لپٹے ہیں۔ تخمیناً رقبہ معلوم کرو۔

۱۰۰۔ اس مستطیل متوازی السطوح کا حجم مطلوب ہے جس کا طول ۹ فٹ ۹ انچ، عرض ۵ فٹ ۲ انچ اور ارتفاع ۴ فٹ ۲ انچ ہے۔ نیز اس کے قطر کا طول بھی معلوم کرو۔

۱۰۱۔ ایک دائری بیڑ کا رقبہ ۸۰ مربع انچ ہے: بتاؤ کہ اس کے کنارہ پر چھوکنے کے لیے کتنی کیلوں کی ضرورت ہوگی اگر ہر دو متصلہ کیلوں کا درمیانی فاصلہ $\frac{1}{4}$ انچ ہو۔ ($\pi = 3.1416$)۔

۱۰۲۔ ایک ڈھری کے گرد کنویں کی رسی لپیٹی ہوئی ہے اس کی تہ زمین سے ۲ فٹ ۶ انچ کے فاصلہ پر ہے اور اس کا قطر ۹ انچ ہے۔ جب تمام رسی اس لپٹی ہوئی ہے تو رستہ کو چودہ گردنوں میں بھر

سے رسی پھیل کر ڈھلی میں کے پانی کی سطح کو عین چھویتی ہے۔ بتاؤ کہ زمین کی سطح سے کنویں کی گہرائی کیا ہے؟

۱۰۳۔ ایک اسطوانہ ناستون کا بالائی حصہ نصف کرہی ہے قاعدہ کا قطر ۴ فٹ اور ستون کی مجموعی بلندی ۱۰ فٹ ہے اس کی جسامت معلوم کرو۔

۱۰۴۔ ساگر ان کی ایک ناٹ کا طول ۵ فٹ، عرض ۱۸ انچ اور دبازت ۱۲ انچ ہے۔ ایک سرے سے کتنے فاصلہ پر اس کو کاٹا جائے کہ چھوٹے حصہ کا وزن ۵ ہنڈرڈ ویت ہو فرض کرو کہ اسٹیل ساگر ان میں ۳۶۵۲۰.۵ کیمب فٹ ہوتے ہیں؟

۱۰۵۔ ایک ذواربعۃ الاضلاع کے ضلعے سلسلہ دار بالترتیب ۲۷، ۳۶، ۳۰ اور ۲۵ ہیں اور پہلے دو ضلعوں کا درمیانی زاویہ ایک قائمہ ہے: رقبہ معلوم کرو۔
 ۱۰۶۔ کسی برج کے جنوب کی طرف کھڑے ہو کر ایک آدمی مشاہدہ کرتا ہے کہ اس کا ارتفاع ۶۰ ہے۔ ۱۰ فٹ تک مشرقی سمت میں جانے کے بعد وہ اس کا ارتفاع ۴۵ معلوم کرتا ہے: برج کی بلندی دریافت کرو۔

۱۰۷۔ ذیل کے ابعاد کے مستطیلی متوازی السطوح کا حجم اثنا و اعشاریہ کے طریقہ سے دریافت کرو: ۷ فٹ ۵ انچ، ۶ فٹ ۷ انچ، ۳ فٹ ۱۰ انچ۔
 ۱۰۸۔ ذیل کی بیانیہ ششیں کڑیوں میں ہیں ان کی مدد سے میدان کا خاکہ کھینچو اور اس کا رقبہ معلوم کرو:۔

| | | |
|----------|-------------------------------------|-----------|
| ۱ کی طرف | ۱ تک ۱۷۰۰ ج سے | |
| | ج تک ۸۰۰ ۲۰۰ ب سے | ۶۵ |
| جاؤ شمال | ب تک ۱۵۰۰ ۱۱۰۰ ۶۲۵ ا سے | ۱۸ ۲۳۰ |
| | جاؤ مشرق | |

۱۰۹۔ ایک باغبان چاہتا ہے کہ تنظم سدس وضع کا ایک ایسا قطعہ گھاس بنائے جس کا رقبہ ۲۶۰ مربع گز ہو: بننا ذکر اس کے ضلع کا طول کیا ہونا چاہیئے؟

۱۱۰۔ ایک ایسے میدان کا رقبہ معلوم کرو جس کے ایک ضلع کا طول ۹۸ کڑی اور اُس کے ۷ معین جو مقابل کی منحنی سرحد تک مساوی فاصلوں پر کھینچے گئے ہیں بالترتیب ۴۰، ۷۵، ۸۰، ۸۲، ۷۶، ۶۳ اور ۵۰ کڑی ہیں۔

۱۱۱۔ لوہے کے اُس خول کا وزن کیا ہے جس کے بیرونی اور اندرونی قطر بالترتیب ۹ انچ اور ۶ انچ ہیں اگر ۴ انچ قطر لوہے کے گولے کا وزن ۹ پونڈ ہو ۶۔
۱۱۲۔ ۴۰ فٹ بلند ستون کا قاعدہ اور بالائی حصہ قطع ناقص ہیں۔ قاعدے اور بالائی حصہ کے محاور اعظم بالترتیب ۲۰ فٹ اور ۱۰ فٹ اور محاور اصغر بالترتیب ۸ فٹ اور ۴ فٹ ہیں۔ اس کا سماؤ معلوم کرو۔

۱۱۳۔ منحنی میدان اب ج د ع کا رقبہ معلوم کرو اگر اب = ۲۰ گز، ب ج = ۴ گز، ج د = ۷ گز، د ع = ۱۰ گز، ع ب = ۵ گز اور اگر ا ب اور د ع ایک دوسرے کے متوازی ہوں۔

۱۱۴۔ اکائی نصف قطر کے دائرہ کے اندر بنے ہوئے منظم مثلث کا رقبہ اعشاریہ کے دو مقامات تک صحت کے ساتھ دریافت کرو۔

۱۱۵۔ ایک دائرہ کے قطر اور محیط کا فرق ۱۰ فٹ ہے: قطر معلوم کرو۔ (۳۱/۳۱۶ = ۳۲)

۱۱۶۔ ایک گھڑی کی منٹ کی سوئی دس منٹ میں ۱۱ انچ کا قوس بناتی ہے:

گھڑی کے چہرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔ (۳۱/۳۱۶ = ۳۲)

۱۱۷۔ ایک قوس کا ارتفاع ۳ فٹ ۳ انچ اور دائرہ کا قطر ۱۱ فٹ ۳ انچ ہے: نصف قوس کا وتر معلوم کرو۔

۱۱۸۔ ایسے میدان کا رقبہ دریافت کرو جس کے ایک ضلع کا طول ۹۰ کڑی اور

اس سے سات مساوی الفصل معین جو مقابل کی منحنی سرحد تک کھینچے گئے ہیں ۳۰، ۳۵، ۴۰، ۴۱، ۴۸، ۳۱، ۲۵ کڑی ہیں۔

۱۱۹۔ ایک مخروط کے قاعدہ کا قطر ۳ فٹ ۲ انچ اور اس کا اُل ضلع ۱۶ فٹ

ہے: اُس کی جسامت کیا ہے؟ (۳۱/۳۱۶ = ۳۲)

۱۲۰۔ لوہے کے ایک نل کا شور اخ ۳ انچ اُچائی بازت ۱/۲ انچ اور طول ۳۰

فٹ ہے: ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۵۲۶/۲ اونس فرض کر کے نل کا

وزن معلوم کرو۔

۱۲۱۔ لوہا اگر ساگوں سے آٹھ گنا بھاری ہو تو لوہے کے ایک ایسے گولے کا قطر کیا ہوگا جس کا وزن ساگوں کے ایک ایسے گولے کے وزن کے مساوی ہے جس کا قطر ۱۸ انچ ہے؟

۱۲۲۔ ایک مثلث کے دو ضلع ۴۰ اور ۶۰ گز ہیں اور ان کا درمیانی زاویہ ۳۰° ہے : رقبہ معلوم کرو۔

۱۲۳۔ ایک ذوالریبۃ الاضلاع میدان کے تین ضلع ترتیب وار ۱۵، ۱۰ اور ۲۰ زنجیر ہیں۔ پہلے دو کا درمیانی زاویہ ۱۵۰° اور دوسرے اور تیسرے ضلع کا درمیانی زاویہ ۹۰° ہے : رقبہ مربع زنجیر میں معلوم کرو۔

۱۲۴۔ ایک مربع کھیت ۳ گز عرض والے راستے سے گھرا ہوا ہے کھیت اور راستے کا مجموعی رقبہ ۱۰۱۰۰ ایکڑ ہے : اسٹنگ ۶ پنس فی مربع گز کے حساب سے راستے پر کنکر بچھوانے کے اخراجات معلوم کرو۔

۱۲۵۔ ۳۰ فٹ اور ۴۰ فٹ نصف قطر کے دو دائرے ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں اور ان کے مرکوزوں کا درمیانی فاصلہ ۵۰ فٹ ہے : ان کے مشترک وتر کا طول دریافت کرو۔

۱۲۶۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۱، ۵، ۱۰ اور ۱۶ فٹ ہیں۔ بڑے ضلع کے متوازی مثلث کو کاٹنے والے دو خطوط مستقیم کھینچے گئے جو بقیہ ضلعوں میں سے ہر ایک کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کرتے ہیں، مثلث کے ان تین حصوں کے رقبے دریافت کرو۔

۱۲۷۔ ذیل کے معطیات سے منحنی الاضلاع شکل کا رقبہ تقریباً معلوم کرنے کے لیے سینپس کے قاعدہ کا اطلاق کرو : معین ۹۰، ۱۳، ۱۴، ۱۹، ۱۲، ۱۷، ۱۳، ۲۰، ۲۰ قاعدہ = ۶۱۔

۱۲۸۔ ایک اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر کے برابر ہے اور اس کا حجم ۵۰ مکعب انچ ہے : ارتفاع معلوم کرو۔

۱۲۹۔ ایک مکعب فٹ پیتل کا وزن ۸۵۰۰ اونس فرم کیا جائے تو پیتل کے

ایک گز لمبے تار کا وزن معلوم کرو جس کی دبا زت $\frac{1}{10}$ انچ ہے۔
۱۳۰۔ ایک مخروطی مصلع کا قاعدہ ۱۸ فٹ $26 \times$ فٹ ابعاد کا مستطیل ہے۔ قاعدہ کے دونوں چھوٹے اضلاع میں سے کسی ایک کے وسطی نقطہ کو اس سے ملانے والے خط مستقیم کا طول ۲۴ فٹ ہے۔ حجم معلوم کرو۔

۱۳۱۔ اگر اکعب فٹ لوہے کا وزن ۴۴۱ پونڈ فرض کیا جائے تو بتاؤ کہ ۱۰۰ ٹن لوہے سے ۸ انچ کے کتنے توپ کے گولے بنائے جاسکتے ہیں؟ $(361216 = 33)$
۱۳۲۔ ایک ذوالربعۃ الاضلاع میدان ۱۰ ج ۵ کا ضلع ۱۰ اب = ۲۰ گز ج ۵ = ۲۶ گز ۲ فٹ ج ۵ = ۸۰ گز ۱۵ = ۸۶ گز ۲ فٹ۔ چھوٹا وتر ۱ ج = ۳۳ گز ۱۵ فٹ : ثابت کرو کہ زاویے ۱۰ ج ۱ ج ۵ میں سے ہر ایک ایک قائمہ ہے اور میدان کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۳۳۔ ایک مربع کا احاطہ دوسرے کے احاطہ سے ۱۰۰ فٹ زیادہ ہے۔ اور بڑے مربع کا رقبہ چھوٹے مربع کے رقبہ کے تین گنے سے بقدر ۲۲۵ مربع فٹ زیادہ ہے : ان کے ضلعوں کے طول دریافت کرو۔

۱۳۴۔ ۲۰ اور ۳۰ گز ضلعوں کے ایک مستطیلی قطعہ گھاس کے گرد یکساں عرض کا ایک راستہ بنا ہوا ہے : اگر راستہ کا رقبہ قطعہ گھاس کے رقبہ کا $\frac{3}{4}$ ہو تو اس کا عرض معلوم کرو۔

۱۳۵۔ ایک قوس کا وتر ۹ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۹ انچ ہے : قوس کا طول دریافت کرو۔

۱۳۶۔ پیمائش سے معلوم ہوتا ہے کہ ایک جاگیر اس کے خاکہ سے دس لکھ گنتی بڑی ہے۔ خاکہ کا پیمانہ ایک میل کیلئے ۱۰ انچ کی رقوم میں دریافت کرو۔
۱۳۷۔ ۵ اور ۱۲ انچ طول کے ضلعوں والے ایک مثلث قائم الزاویہ کو اس کے وتر کے گرد گھمایا جاتا ہے : اس طرح بننے والے دوسرے مخروط کی سطح دریافت کرو۔

۱۳۸۔ ایک ایسے اسطوانہ مناخل کا حجم معلوم کرو جس کی اندرونی سطح کا نصف قطر ۱۲ انچ اور دبا زت ۳ انچ اور طول ۱۰ فٹ ہے۔ $(361216 = 33)$

۱۳۹۔ اس منطقہ کڑہ کا حجم کیا ہے جس کے سروں کے قطر ۱۰ اور ۱۲ انچ اور ارتفاع ۲ انچ ہے۔ (۳۶۱۴۱۶ = ۳۲)

۱۴۰۔ ایک قائم مستدیر اسطوانہ کا ارتفاع ۴ فٹ ہے: ایک ایسے قشابہ اسطوانہ کا ارتفاع دریافت کرو جس کا حجم اول الذکر کے حجم کا نوگنا ہے۔

۱۴۱۔ ایک مثل منفرج کے متوازی ضلعے ۱۰۰ اور ۸۰ فٹ ہیں اور بقیہ دو ضلعے ۱۰۰ فٹ والے ضلع کے ساتھ ۱۲ اور ۵۰ کا زاویہ بناتے ہیں رقبہ مربع گردوں میں دریافت کرو۔

۱۴۲۔ ۱۔ ج ۵ ع ۴ ف چھ مساوی ضلعوں کی ایک شکل ہے۔ اب ۵ = ۵۷۸ فٹ، ب ۴ ف = ۲۴ فٹ، اور حصہ ج ۵ ع ۴ ف مستطیل شکل ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۱۴۳۔ ایک مربع کا ضلع ۵ گز ہے اور ۱۰ گز عرض کا ایک راستہ مربع کے باہر گردا گرد بنایا ہوا ہے: بتاؤ کہ ۴ فٹ ۲ انچ طول اور ۱۰ انچ عرض کے کتنے پتھر راستہ پر بچھانے کے لیے درکار ہونگے۔

۱۴۴۔ اگر کسی بیرونی نقطہ سے ایک دائرہ کے تماموں کا طول ۲۱ انچ اور ان کا درمیانی زاویہ ۹۰ ہو تو بتاؤ کہ دائرہ کا رقبہ تقریباً ۲۶۲ مربع انچ ہوگا۔

۱۴۵۔ شکل منفرج کی وضع کے میدان کا قاعدہ ۳۰ اور دو علی القوائم ضلعے بالترتیب ۲۸ اور ۱۶ رجبہ ہیں: بتاؤ کہ عمودوں کے متوازی ایک پردہ کے ذریعہ اس میدان کو کس طرح دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔

۱۴۶۔ ایک مجسم ایک ہی دائری قاعدہ کے مقابل جانبوں پر بنے ہوئے ایک نصف کرہ اور ایک مخروط پر مشتمل ہے۔ اس قاعدہ کا قطر ۵ فٹ اور مخروط کا ارتفاع ۵ فٹ ہے: مجسم کا حجم دریافت کرو۔ (۳۶۱۴۱۶ = ۳۲)

۱۴۷۔ ایک مستطیل مجسم کا طول ۸ فٹ ۹ انچ عرض ۵ فٹ ۶ انچ اور بلندی ۴ فٹ ۲ انچ ہے: اس کا حجم اثناء اعشاریہ کے طریقے سے حاصل کرو۔

۱۴۸۔ ایک مربع بیج کا ۱۰ اپ ہر طرف ۲۱ فٹ ہے۔ اس کی چھت کو یا تو میسہ کی چادروں سے جو ۶ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے بکتی ہیں سطح بنایا جائیگا یا مخروطی چھت بنائی جائیگی جس کی انتصابی بلندی ۱۰ فٹ ہوگی اور اسے سیلٹ

سے ڈھکا جائیگا جو ۸۰ شلنگ ۹ پنس فی صد کے حساب سے بکتی ہیں اور جن کی برہنہ سطح 12×9 ہے ہر دو صورت میں لاگت دریافت کرو۔

۱۴۹۔ ایک ایسے فانہ کا حجم معلوم کرو جس کے قاعدہ کا طول ۱۶ انچ اور عرض $\frac{1}{2}$ انچ، ارتفاع ۷ انچ اور کنارہ $\frac{1}{4}$ انچ ہے۔

۱۵۰۔ گولوں کے ایک مکمل مثلثی انبار کا قاعدہ ایسا مثلث مساوی الاضلاع ہے جس کے ضلع میں ۱۰ گولے ہیں: انبار میں گولوں کی تعداد معلوم کرو۔

۱۵۱۔ کسی مخروط کا حجم قاعدہ کے رقبہ اور انتصابی بلندی کے ایک تہائی کے حاصل ضرب کے مساوی ہوتا ہے۔ ایک ایسے مقطوع مخروط کے حجم کا ضابطہ اخذ کرو جس کے سروں کے قطر ۲ اور ۴ اور ارتفاع ۷ ہے۔

۱۵۲۔ ذیل کے ابعاد کی ایک کمان میں چٹوائی کی مقدار مکعب فٹ میں معلوم کرو: فصل = ۶۰ فٹ = اندرونی منحنی کا نصف قطر۔ کمان کی موٹائی = ۴ فٹ اور طول = ۲۰ فٹ۔

۱۵۳۔ ۸۰ فٹ لمبے دو انتصابی ڈنڈے ایک دوسرے سے ۱۴ فٹ کے فاصلہ پر ہیں۔ ان کے بالائی سروں سے ۱۵۳ فٹ لمبی ڈھیلی رسی بندھی ہوئی ہے بازگیر کے چلنے سے رسی ٹوٹتی ہے اور وہ ایک ڈنڈے سے ۴۸ فٹ کے فاصلہ پر زمین پر گر پڑتا ہے۔ بتاؤ کہ وہ کس بلندی سے گرا۔

۱۵۴۔ ایک مثلث مساوی الاضلاع کا ضلع ۱ فٹ ہے۔ ہر ایک ضلع کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کرنے کے بعد قریب ترین نقاط تقسیم کو ملایا گیا۔ اس طرح بننے والے مسدس کا رقبہ معلوم کرو۔

۱۵۵۔ ایک نقشہ میں ۱ مربع فٹ سطح ۱۰ ایکڑ رقبہ کو تعبیر کرتی ہے: یہاں معلوم کرو جس پر نقشہ اتارا گیا ہے۔

۱۵۶۔ اس مکعب کی جسامت کیا ہے جس کا وتر ۸۱ فٹ ہے؟

۱۵۷۔ ایک مخروط کا ارتفاع ۱۰ فٹ اور اس کے قاعدہ کا قطر ۱ فٹ ہے۔ قاعدہ کے متوازی تراشوں سے اس کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کر دیا گیا۔ ان حصوں کے ارتفاع معلوم کرو۔

۱۵۸۔ اذہ کے کعب فٹ کی تعداد معلوم کرو جو ذیل کے ابعاد کا منشور منائی
سوراخ (جس کی گہرائی ۱۲ فٹ ہے) بنانے میں نکالے جائینگے ۔ بالائی حصہ
اور در ایسے مستطیل ہیں جن کے متناظر ابعاد ۴۰۰ فٹ ۸۰ x فٹ اور ۵۰۰ فٹ ۳۵ x
فٹ ہیں۔

۱۵۹۔ پٹواں لوہے کے ایک ایسے ٹھوس طلقہ کا وزن معلوم کرو جس کا
بیرونی قطر ۱۰ فٹ اور دیانیت ۲ انچ ہے (پٹواں لوہے کا وزن ۰.۵۲۸ پونڈ
فی کعب انچ ہوتا ہے)۔

۱۶۰۔ ایک مثال کے ذریعہ منشور منائی ضابطہ کا مفہوم سمجھاؤ۔
۱۶۱۔ ڈھلے ہوئے لوہے سے ایک خزانہ آب ۸۰۰۰ گیلن کی گنجائش کا بنایا
جائیگا : اگر خزانہ آب کی بلندی ۸ فٹ ہو اور قاعدہ مشن وضع کا ہو تو اس
کے ہر رخ کا رقبہ اور قاعدہ کیا ہوگا۔

۱۶۲۔ ۱۳، ۲۷، ۴۰ ضلعوں کے مثلث کے اندر اگر ایک مستطیل اس طرح
بنایا گیا ہے کہ مستطیل کا ایک ضلع مثلث کے بڑے سے بڑے ضلع پر
منطبق ہے اور متصلہ ضلعوں کا تناسب ۱۰:۱ ہے تو مستطیل کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۶۳۔ کسی کمرہ کے فرش کے لیے ایک خاص ٹاپ کے اور مربع وضع
کے ۲۰۰ فرشی کھپروں کی ضرورت ہوتی ہے۔ اگر ہر ایک کھپرا ہر طرف ۱ انچ
زیادہ لمبا ہو تا تو ۱۲ کھپروں کی ضرورت ہوتی : ہر ایک کھپرے کا طول دریافت کرو۔

۱۶۴۔ ایک دائرے کا کچھ حصہ مرکز کے ایک ہی طرف واقع ہونے والے دو
ایسے متوازی وتروں سے کاٹ لیا گیا جن کے طول بالترتیب ۳ + ۱ اور ۳ + ۱
ہیں اور ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۰ فٹ ہے : دائرہ کا نصف قطر معلوم کرو۔

۱۶۵۔ منظم مشن وضع کے ایک باڑے کے احاطہ بنوائی کی قیمت ۴ شلنگ
۶ پنس فی فٹ کے حساب سے ۸۴۰ پونڈ ہوتی ہے : ۱۰ پنس فی مربع گز
کے حساب سے سطح پر کنکر کھوانے میں کیا اخراجات ہونگے ؟

۱۶۶۔ ۱۲ انچ قطر کے تانبے کے ایک کمرہ کو ٹھوک کر ۴۰ انچ قطر کی ایک
دائری تختی بنائی گئی : اگر اس کام میں ۵ فی صدی دھات ضائع ہو جائے

تو تختی کی دبازت کیا ہوگی؟

۱۶۷۔ قریب ترین مربع انچ تک چمڑے کی مقدار معلوم کرو جو ایک ایسے کروی فٹ بال کے لیے درکار ہوگا جس کے محیط کا ناپ ۳۳ انچ ہے۔

۱۶۸۔ تین اینٹیں جس میں سے ہر ایک کے ابعاد ۹ انچ x ۲ انچ x ۳ انچ ہیں ذیل کے طریقہ سے جمائی گئی ہیں ان کی کھلی ہوئی سطح کا رقبہ مربع انچوں میں معلوم کرو: پہلی اینٹ کو میز پر چپٹا رکھ دیا گیا ہے دوسری اینٹ کو ایک سرے کے بل پہلی اینٹ پر علی القوائم رکھا گیا ہے۔ اور تیسری اینٹ کو دوسری اینٹ پر علی القوائم چپٹا رکھا گیا ہے۔

۱۶۹۔ ایک اسطوانہ مناحلقہ کا اندرونی قطر ۲۶ انچ اور اس کی دبازت ۸ انچ ہے: اس کی جسامت معلوم کرو۔

۱۷۰۔ ایک منشور بنا کے سرے ایسے مستطیل ہیں جن کے متناظر ابعاد ۵ فٹ x ۴ فٹ اور ۱۰ فٹ x ۶ فٹ ہیں اور اس کا ارتفاع ۴ فٹ ہے: حجم معلوم کرو۔

۱۷۱۔ ۱۲ پونڈ وزنی ایک گولے کا قطر ۲ انچ ہے: ۸ انچ کے طول کی دبازت کیا ہوگی جس کا وزن $\frac{69}{23}$ پونڈ ہے؟

۱۷۲۔ ایک آئینہ کے چوکھٹے کا طول ۳ فٹ ۹ انچ اور عرض ۲ فٹ ۴ انچ ہے: اگر آئینہ کا رقبہ جو کھٹے کے رقبہ کے مساوی ہو تو اس کے ابعاد معلوم کرو۔

۱۷۳۔ تین مساوی دائرے ایک دوسرے کو مس کرتے ہیں: ان کی درمیانی جگہ کے رقبہ کے لیے ایک ضابطہ اخذ کرو۔ دائروں کا نصف قطر

رہے۔

۱۷۴۔ ۱۰ اور ۱۱ بجے کے درمیان کس وقت گھڑی کی سوئیاں (۱) ایک دوسرے پر منطبق ہونگی (۲) ایک دوسرے کے مقابل ہونگی۔ (۳) ایک دوسرے پر علی القوائم ہونگی (۴) ایک دوسرے سے ۲۵ درجوں کے فاصلہ پر ہونگی؟

۱۷۵۔ ایک مربع کا ضلع ۱۲ فٹ ہے۔ وتر کے متوازی دو خطوط مستقیم کے ذریعہ مربع کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا: متوازی خطوط مستقیم کا درمیانی عمودی فاصلہ دریافت کرو۔

۱۷۶۔ $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ انچ اور $\frac{1}{4}$ انچ نصف قطروں کے دو کڑوں کو پگھلا کر ایک کھوکھلا ٹول بنا یا گیا: اگر اس خول کا بیرونی قطر ۳ فٹ ہو تو اندرونی کھوکھلی فضا کا قطر معلوم کرو۔

۱۷۷۔ ایک ٹھوس اسطوانہ نامری کا ایک سرانصف کردی اور دوسرا مستوی ہے۔ اس کا طول ۴ فٹ اور قطر ۶ انچ ہے: اس کا حجم اور مجموعی سطح معلوم کرو۔

۱۷۸۔ ایک فائے کا کنارہ ۴ فٹ ۶ انچ اور قاعدہ کا طول ۲ فٹ ۸ انچ، قاعدہ کا عرض ۴ انچ ہے اور فائے کا ارتفاع ۲۱ انچ ہے: حجم معلوم کرو۔

۱۷۹۔ ۱ انچ قطر کی کتنی گولیاں ایک ایسے ڈبے میں بھری جاسکتی ہیں جس کے اندرونی ابعاد ٹھیک اکمب فٹ ہیں؟

۱۸۰۔ ایک مخروطی حیمہ کے قاعدہ کا قطر ۱۲ فٹ ہے اور بلندی ۱۱ فٹ۔ ۵ انچ عرض کی کتنی کیرج کی ضرورت ہوگی؟

۱۸۱۔ دو نقشے ایک ہی ابعاد کے ہیں۔ پہلے نقشہ پر ۵۶.۵ انچ طول کا خط ۱۲.۸۶ میل کو اور دوسرے نقشہ پر ۱۰۰ انچ کا رقبہ $\frac{1}{4}$ مربع انچ سے تعبیر ہوتا ہے: دونوں نقشوں سے تعبیر ہونے والے رقبوں کا مقابلہ کرو۔

۱۸۲۔ اگر اکمب فٹ کو ہے کا وزن ۴ ہنڈرڈ ویٹ ہو تو اسی مادہ کی پین ٹالی کا وزن کیا ہوگا جس کا طول ۱۰ فٹ ۴ انچ، اندرونی قطر ۸ انچ اور دھات کی دبازت $\frac{1}{4}$ انچ ہے؟ نیز بتاؤ کہ ایسے ۲ میل ٹل کی قیمت ۵ پونڈ فی ٹن کے حساب سے کیا ہوگی؟

۱۸۳۔ اگر اکمب فٹ دھات کا وزن ۴ ہنڈرڈ ویٹ اکوارٹر اور اس کی قیمت ۳۵ روپیہ فی ٹن ہو تو بتاؤ کہ اس دھات کے ۱ میل لمبے ایسے ٹل کی قیمت کیا ہوگی جس کا سوراخ ۹ انچ اور دبازت ۳ انچ ہے؟ (۳۱.۴۱۶ = ۳۱)

۱۸۴۔ ایک چھنڈے کا ڈنڈا ہوا کے صدمہ سے ٹوٹا اور اس کا بالائی سرا قاعدہ سے ۲۰ فٹ کے فاصلہ پر زمین سے ٹکرایا۔ اگر وہ ۵ فٹ نیچے سے ٹوٹا تو اس کا بالائی سرا قاعدہ سے مزید ۱۰ فٹ تک پہنچتا: بلندی معلوم کرو۔

۱۸۵۔ تین آدمی مل کر ۵۰ انچ قطر کی ایک سان خریدتے ہیں اور ہر ایک اخراجات کا ایک تہائی ادا کرتا ہے: اپنے حصہ کے معاوضہ میں ہر شخص قطر کا کس قدر حصہ صرف کر سکتا ہے؟

۱۸۶۔ ایک ایسی سان میں کتنے کعب فٹ ہونگے جس کا قطر ۳ فٹ محیط پر دباؤ ۶ انچ اور مرکز پر ۹ انچ ہے؟

۱۸۷۔ ۳۰ انچ بلند اور ۱۷ انچ قطر کے ایک مخروط کو قاعدہ کی متوازی سطحوں سے تین مساوی حصوں میں کاٹا جائیگا: ہر ایک حصہ کا ارتفاع کیا ہونا چاہیے۔

۱۸۸۔ اگر لمبے پستہ کا عرض قاعدہ پر ہر جگہ ۴۰ گز ہے۔ ایک سرے پر اس کا عمق ۱۲ فٹ ہے اور اس میں بالتدریج زیادتی ہوتی ہے یہاں تک کہ دوسرے سرے پر اس کا عمق ۵ فٹ ہو جاتا ہے۔ ان سروں پر بالائی عرض بالتدریج ۶ فٹ اور ۸ فٹ ہے: بتاؤ کہ پستہ میں کتنے کعب گز مادہ ہے۔

۱۸۹۔ ایک برتن کعب کی وضع کا ہے اور بغیر ڈھکن کے ہے: اگر بیرونی طول ۳ فٹ اور مادہ کی دباؤ ۱ انچ ہو تو مادہ کی مقدار کعب انچ میں حاصل کرو۔

۱۹۰۔ ایک ٹھوس ۶ انچ کعب کی بلندی دباؤ کی وجہ سے گھٹ کر ۵ انچ ہو گئی: اگر مادہ کے گرد اگر دھری پھیلاؤ کیساں ہو تو بتاؤ کہ اس مجسم کے نئے قاعدہ کے ابعاد کیا ہونگے؟

۱۹۱۔ ۱۶ فٹ بلند مخروطی مصلع کی وضع کی ایک چھت ۲۴ فٹ مصلع کے مربع قاعدہ پر بنی ہوئی ہے۔ اس چھت پر ۱۶ انچ دبیز سیسہ کی چادروں کا ساٹھان ڈالا گیا ہے: بتاؤ کہ اس سیسہ سے بندوبست کی ایسی کتنی گولیاں بنائی جاسکتی ہیں جن میں سے ہر ایک ۱۶ انچ طول اور ۱۶ انچ قطر کے ایسے اسطوان کی وضع کی ہو جو ایک سرے پر اسی قطر کے اور ۱۶ انچ ارتفاع کے مخروط پر مشتمل ہے؟

۱۹۲۔ ۶ انچ قطر اور ۴ انچ بلندی کا ایک مخروطی پیالہ پانی سے بھرا گیا اور ۴ انچ قطر کا ایک کڑوی گولا اس کے اندر اس قدر ڈبویا گیا جس قدر کہ وہ اس میں جاسکتا تھا: ایک کعب فٹ پانی کا وزن ۱۲ پونڈ فرض کر کے ہٹائے ہوئے

پانی کا وزن معلوم کرو۔

۱۹۳۔ ایک کٹائی اور ایک پشتہ ایسے بنائے جائینگے کہ اول الذکر کا عمق ۳۰ فٹ اور ثانی الذکر کی بلندی اس کا نصف رہے۔ پشتہ کا بالائی حصہ اور کٹائی کی تہ سادی ہیں اور ان کا عرض ۴۰ فٹ ہوگا اور دونوں کے رخوں کا اتار ۴۵° رہیگا۔ کھدی ہوئی مٹی کے پھیلاؤ کو اگر مد نظر نہ رکھا جائے تو بتاؤ کہ اگر کٹائی سے کتنے طول کا پشتہ بنیگا؟

۱۹۴۔ کسی پل کی ایک کمان کا فاصل (Span) ۶۰ فٹ، ارتفاع ۱۰ فٹ اور عمق ۴ فٹ ہے اور ایک رخ سے دوسرے رخ تک اس کا طول ۳۰ فٹ ہے۔ بتاؤ کہ کمان میں کتنے مکعب فٹ چٹائی ہے۔

۱۹۵۔ نشور بنا کے حجم کے ضوابط سے نشور، اسطوانہ، مخروط مضلع اور مخروط کے حجموں کے ضوابط اخذ کرو۔

۱۹۶۔ جھنڈے کا ڈنڈا ایک برج پر لگا ہوا ہے۔ برج کی تہ سے ۱۰۰ فٹ کا فاصلہ نا پالیا اور پھر مشاہدہ کیا گیا کہ ڈنڈے کا سراسر ۴۵° کا زاویہ اور برج کی چوٹی مشاہدہ کے مقام پر ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے۔ جھنڈے کے ڈنڈے کی بلندی کیا ہوگی؟

۱۹۷۔ دو مخروطوں کے فرشوں کے رقبے ایک ہی ہیں لیکن ایک کمرہ کا حجم دوسرے کے حجم سے بقدر ۸۰۰ مکعب فٹ زیادہ ہے۔ بڑے کمرہ کا طول اور بلندی بالترتیب ۳۰ فٹ اور ۱۵ فٹ ہیں اور چھوٹے کمرہ کا عرض اور بلندی ۱۵ فٹ اور ۱۰ فٹ ہیں۔ بقیہ ابعاد معلوم کرو۔

۱۹۸۔ ۲۲ فٹ طول اور ۲۰ فٹ فاصل کے کمرہ پر کماندار چھت بنانے کے اخراجات قریب ترین روپیہ تک کیا ہونگے اگر کمان قطعہ دائرہ کی وضع کی ہو اور اس کا ارتفاع فاصل کا $\frac{1}{4}$ اور دیبازت ۹ اینچ ہو؟ (تعمیر کی اجرت ۳۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ ہے)۔

۱۹۹۔ ۵ فٹ طول اور ۳ فٹ قطر کا ایک اسطوانہ ہر سرے پر ایک نصف کرہ سے بند کیا گیا ہے: مجموعی سطح کا رقبہ معلوم کرو۔ ($\pi = 3.1416$)

۲۰۰۔ ایک ایسے حوض کو بھرنے کے لیے کتنے گیلن پانی کی ضرورت ہوگی جس کا عمق $\frac{1}{4}$ فٹ اور جس کا بالائی حصہ اور تالیے مستطیل ہیں جن کے متناظر ابعاد ۲۵۰ فٹ \times ۱۶ فٹ اور ۲۴۰ فٹ \times ۱۴ فٹ ہیں۔

۲۰۱۔ ۲۰ فٹ طول کے اینٹوں کے ایک تل راہہ کی عمودی تراش ایک ایسا مستطیل ہے جس کا بالائی حصہ نصف دائرہ ہے۔ اینٹوں کو چھوڑ کر مجموعی بلندی ۸ فٹ اور عرض ۴ فٹ ہے اور اینٹوں کی دباوت $\frac{1}{4}$ فٹ \times ۲ فٹ ہے۔ اینٹوں کا وزن معلوم کرو اگر ایک اینٹ جو $\frac{1}{4}$ مکعب فٹ فضا کو گھیرتی ہے ۵ پونڈ وزنی ہو۔

۲۰۲۔ ایک مقطوع مخروط کا ارتفاع ۷ فٹ اور سروں کے قطر بالترتیب ۸ فٹ اور ۱۰ فٹ ہیں۔ سروں کے متوازی ایک مستوی سے مقطوع کو مساوی حجم کے دو حصوں میں کاٹا گیا: چھوٹے سرے سے اس سطح کا فاصلہ معلوم کرو۔

۲۰۳۔ پل کی ایک کمان کا فصل ۲۰ فٹ، ارتفاع ۳ فٹ۔ محراب کی گہرائی ۲ فٹ اور اس کا طول ایک رخ سے دوسرے رخ تک ۳۰ فٹ ہے: بتاؤ کہ اس کی چٹائی کتنے مکعب فٹ ہے۔

۲۰۴۔ ایک مشابہ ایک فٹ پٹی کو اپنی آنکھ سے ۳ فٹ کے فاصلہ پر انصافاً رکھ کر معلوم کرتا ہے کہ دور کے ایک جھنڈے کا ڈنڈا پٹی کے $\frac{3}{4}$ یا $\frac{2}{3}$ حصہ سے ٹھیک ٹھیک چھپ جاتا ہے۔ پھر وہ جھنڈے کی طرف ۱۰ فٹ آگے بڑھتا ہے اور پٹی کو اتنے ہی فاصلہ پر اسی طرح رکھ کر مشاہدہ کرتا ہے کہ اب جھنڈے کا ڈنڈا پٹی کے $\frac{2}{3}$ یا $\frac{3}{4}$ حصہ سے ڈھک جاتا ہے۔ جھنڈے کے ڈنڈے کی بلندی معلوم کرو جب کہ اس کا پایہ ہمیشہ مشابہ کی آنکھ کی سطح میں رہتا ہے۔

۲۰۵۔ ایک کمرہ کا طول اس کے عرض کا دو چندان ہے۔ ۵ شلنگ فی مربع گز کے حساب سے اس میں چٹائی بچھوانے میں ۶ پونڈ ۲ شلنگ ۶ پنس صرف ہوتے ہیں اور ۹ پنس فی مربع گز کے حساب سے اس کی دیواروں کو رنگوانے میں ۲ پونڈ ۱۲ شلنگ ۶ پنس کا صرف ہوتا ہے: کمرہ کے ابعاد معلوم کرو۔

۲۰۶۔ ایک حوض کی گنجائش دو ایسے مکعبوں کا مجموعہ ہے جن کے وتر ۱۰ اور

۲ اینچ ہیں اور اُس کے قاعدہ کا رقبہ دو ایسے مربعوں کا فرق ہے جن کے ضلعے $\frac{1}{4}$ اور $\frac{1}{9}$ فٹ ہیں: حوض کی گہرائی معلوم کرو۔

۲۰۷۔ ایک مستطیر مقطوع مخروط کو ٹھیک اس قدر کا مٹا چھٹا ٹاگیا کہ وہ مربع سروں کے مخروط مضلع کے مقطوع میں تحویل ہو جائے۔ بتاؤ کہ حجم کا کونسا کسری حصہ اس طرح نکل گیا۔

۲۰۸۔ ایک کرہ کی سطح کا رقبہ ۲۵ مربع اینچ ہے: حجم معلوم کرو۔ ($\frac{3}{4} \pi = 2.356$)

۲۰۹۔ مکعب فٹ کی تعداد معلوم کرو جو ایک منشور نما خلا بنانے میں نکالے جائیں گے۔ گہرائی ۱۲ فٹ ہے چوٹی اور بنائے سے تسطیل ہیں جن کے تناظر ابعاد ۲۰۰ فٹ \times ۱۸۰ فٹ اور ۳۵۰ فٹ \times ۵۰ فٹ ہیں۔

۲۱۰۔ ایک مثلثی منشور کے ہر کنارہ کا ناپ ۱۰ اینچ ہے: حجم معلوم کرو۔

۲۱۱۔ ایک ریلوے سرنگ کا اندرونی عرض ۲۱ فٹ جہت تک ۱۲ فٹ بلند اور کمان نصف دائری وضع کی ہے۔ اس کی بنیاد کی گہرائی ۶ فٹ ۶ اینچ اور دبازت ۲ فٹ ہے۔ بازو کی دیواروں کی دبازت ۱ فٹ ۶ اینچ اور کمان کی دبازت ۱ فٹ ہے اس سرنگ کے ۱۰۰ فٹ طول میں کتنے مکعب فٹ اینٹ کی بندش ہوگی؟

۲۱۲۔ ایک دائری چمینی قاعدہ سے چوٹی کی طرف گھاؤم وضع کی ہے۔ قاعدہ پر اس کا قطر ۱۴ فٹ اور چوٹی پر قطر ۸ فٹ ۹ اینچ ہے اور اس کی بلندی ۷ فٹ ہے۔ تنہا اندرونی حصہ دائری اور ۷ فٹ یکساں قطر کا ہے چمینی کی چٹائی کا کبھی سماؤ دریا نہ کرو۔

۲۱۳۔ ایک شخص ایک برج کا ارتفاع ۹۰ مشاہد کرتا ہے اور پھر اُس سے ۱۰۰ گز دور ہٹ کر اس کا ارتفاع ۳۰ دیکھتا ہے: برج کی بلندی مطلوب ہے۔

۲۱۴۔ بتاؤ کہ ایک ربع دائرہ کا وتر دائرہ کو ایسے دو حصوں میں منقسم کرتا ہے جن کے رقبوں کا تناسب تقریباً ۱۰:۱ ہے۔

۲۱۵۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہے: اُن دو حصوں کے رقبے دریافت کرو جن میں کہ وہ نصف قطر کے مساوی وتر سے منقسم ہوگا۔

($\frac{3}{4} \pi = 2.356$)

۲۱۶۔ ایچ قطر کے ایک کمرہ کو دو متوازی مستویوں سے مساوی بلندی کے تین حصوں میں منقسم کیا جاتا ہے: ہر ایک کا حجم معلوم کرو۔

۲۱۷۔ اس منشور کا حجم کیا ہے جس کے بڑے سرے کا طول اور عرض ۲۲ اور ۱۶ ایچ اور اس کے بالائی حصہ کا طول اور عرض ۱۶ اور ۱۲ ایچ ہے اور اس کا ارتفاع ۱۲۰ ایچ ہے؟ جواب کعبہ فٹ میں مطلوب ہے۔

۲۱۸۔ گولوں کے ایک نامکمل انبار کا قاعدہ ایسا مربع ہے جس کے ضلع میں ۲۰ گولے ہیں۔ اور اس میں ۱۰ تھیں ہیں: انبار میں گولوں کی تعداد معلوم کرو۔

۲۱۹۔ ایک قائم مستدیر مخروط مقطوع کے سروں کے نصف قطر بالترتیب ۷ فٹ اور ۸ فٹ اور ارتفاع ۳ فٹ ہے۔ سروں کے متوازی اور ان کے وسط میں سے گزرنے والی سطح سے قطع کر دو ٹکڑوں میں کاٹا جائے تو ان کے حجم معلوم کرو۔

۲۲۰۔ ایک قائم منشور کا قاعدہ ایسا مستطیل ہے جس کا ناپ ۷ ایچ \times ۸ ایچ ہے۔ اس منشور کا ایک ٹکڑا اس طرح کاٹ لیا جاتا ہے کہ چار متوازی کناروں کا مجموعہ ۲۲ ایچ رہتا ہے جس کا حجم معلوم کرو۔

۲۲۱۔ ایک کمان داڑھیت میں بندش کی مقدار اور اس کی قیمت ۳۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کے حساب سے معلوم کرو۔ ابعاد حسب ذیل ہیں: کمان کا طول ۴۰ فٹ، فصل ۱۵ فٹ، ارتفاع ۳ فٹ اور دروازت ۱۸ ایچ۔

۲۲۲۔ ایک مقطوع مخروط کے سروں کے قطر بالترتیب ۱۲ فٹ اور ۱۶ فٹ اور ارتفاع ۶ فٹ ہے۔ سروں کے متوازی سطحوں سے مقطع کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے: بڑے سرے سے مستوی سطحوں کے فاصلے معلوم کرو۔

۲۲۳۔ ایک گنبد نصف کرہی ہے۔ اس کی بیرونی سطح پر ۴۴ آنے فی ۱۰۰ مربع فٹ کے حساب سے سفیدی کروانے میں ۴ روپیہ اور اسی شرح سے اندرونی سطح پر سفیدی کروانے میں ۲ روپیہ آنہ صرف ہوتے ہیں: ۲۳ روپیہ فی مکعب فٹ کے حساب سے چھتائی کی قیمت معلوم کرو۔

۲۲۴۔ ۲۶ فٹ طول اور ۱۸ فٹ عرض کے کمرہ پر کمان داڑھیت بنوانے کی لاگت کیا ہوگی اگر کمان قطعی ہو، اس کا ارتفاع عرض کا ۱/۲، دروازت ۱۰ فٹ اور چھتائی کی قیمت ۲۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ ہو؟

۲۲۵۔ ایک شہر کی آب رسانی کے لئے ۴ ایچ قطر کا لکڑی کا ٹیپا بنانا ہے: اس

نل کا قطر کیا ہونا چاہیئے جو اُسی رفتار کے ساتھ اُس شہر کی آب رسانی کے لیے کافی ہوگا جب کہ اُس کی آبادی میں بقدر پہلی آبادی کے نصف کا اضافہ ہو جائے۔

۲۲۶۔ ۴۰۰ فٹ لمبی سڑک کے کٹہ کی جسامت معلوم کرو جب کہ اس کا طولی آثار کیساں سہے اور سروں پر بلندی بالترتیب ۱۶ اور ۴ فٹ ہے، بازوؤں کے آثار ۲:۱ اور ہر جگہ بالائی حصہ کا عرض ۳۰ فٹ ہے نیز اُس کے سرے انتہائی ہیں۔

۲۲۷۔ ایک قائم مستدیر مخروط کے مقطع کا بڑا قطر ۴ فٹ ۹ انچ چھوٹا قطر ۳ فٹ ۶ انچ اور عمودی بلندی ۵ فٹ ہے: پوری سطح کا رقبہ معلوم کرو۔
۲۲۸۔ ۱ فٹ نصف قطر کا ایک کرہ میز پر رکھا ہوا ہے: ایک ایسے قائم کھوکھلے مخروط کا حجم معلوم کرو جو اُس کو ٹھیک ٹھیک ڈھک لے سکتا ہے اور جس کی محور میں سے گزرنے والی تراش ایک مثلث مساوی الاضلاع ہے۔

(۳۱۱۴۱۶ = ۳۱)

۲۲۹۔ ایک قائم مخروط کے مقطع کا ارتفاع ۶ فٹ چھوٹے سرے کا نصف قطر ۲ فٹ اور بڑے سرے کا نصف قطر ۳ فٹ ہے: سروں کے متوازی ایک ایسی تراش کا مقام معلوم کرو جو مقطع کو دو مساوی حصوں میں منقسم کرتی ہے۔ نیز ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو۔

۲۳۰۔ ۱۰۰ فٹ کی بلندی سے زمین کی سطح کا کونسا کسری حصہ دیکھا جاسکتا ہے؟ (زمین کا قطر = ۸۰۰۰ میل)۔

۲۳۱۔ ۲۰ پنکھوں کو چھت سے لٹکانے کے لیے کتنے گز رشی کی ضرورت ہوگی جب کہ ہر ایک پنکھے کا طول ۴۸ فٹ ہے اور ہر ایک میں تین ہک لگے ہوئے ہیں جو ایک دوسرے سے ۲۲ فٹ کے فاصلہ پر ہیں۔ پنکھے چھت سے ۱۰ فٹ نیچے دو ایسے کپوں سے باندھے جائیں گے جو ۲۴ فٹ کے فاصلہ پر چھت میں لگے ہوئے ہیں: چھت کے ہر ایک ہک سے پنکھوں کے ہر ایک ہک ایک رشتہ کا محوطہ ملے گا۔

۲۳۲۔ چاندی کی ایک گول سلاخ کا طول ۲ فٹ اور قطر ۲ انچ ہے۔ اس سے $\frac{1}{5}$ انچ قطر کا تار بنایا جائیگا: اس طرح حاصل ہونے والے تار کا طول کیا ہوگا؟

۲۳۳۔ ۲ انچ قطر کا سیسہ کا ایک گولہ سونے سے ڈھکا گیا ہے: سونے کی دہارت معلوم کرو اگر سونے اور سیسہ کے حجم مساوی ہوں۔ ($\frac{3}{4} \times 19 = 33$)

۲۳۴۔ ایک مکان کی بنیاد کے لیے ۴۰ فٹ طول ۳۰ فٹ عرض اور ۶ فٹ عمق کا پایہ کھودا گیا اور نکلی ہوئی مٹی کو $\frac{1}{4}$ ایگر رقبہ کے میدان پر یکساں طور پر پھیلا یا گیا ہے: بتاؤ کہ میدان کی سطح کس قدر بلند ہو جائیگی؟

۲۳۵۔ ایک مخروطی مضلع کا قاعدہ ۱ فٹ ضلع مثلث متساوی الاضلاع ہے اور اس کا مائل کنارہ ۳ فٹ ہے: اس کی سطح اور جسامت دریافت کرو۔

۲۳۶۔ زمین کا نصف قطر ۴۰۰۰ میل فرض کر کے زمین کی روزانہ محوری گردش کی وجہ سے ۲۵° عرض البلد کے مقام پر کسی شخص کی حرکت کی رفتار دریافت کرو۔

۲۳۷۔ قطعہ کرہ کی وضع کا ایک کُنڈہ ہے جس کی گہرائی ۹ انچ اور بالائی حصہ کا قطر ۲ فٹ ہے: اس کُنڈے میں سمائے والے پانی کی مقدار قریب ترین پائینٹ تک دریافت کرو۔

۲۳۸۔ ایک ایسے کعب کا وتر انگوں میں معلوم کرو جس کی سطح ایک مربع گز ہے۔

۲۳۹۔ ایک مخروطی مضلع کے مقطوع کا ارتفاع ۲ انچ ہے اس کا پتلا سرا ایسا مستطیل ہے جس کے ابعاد ۱۲ x ۹ انچ ہیں اور بالائی سرا ایسا مستطیل ہے جس کے بڑے ضلع کا طول ۸ انچ ہے: مقطوع کا حجم دریافت کرو۔

۲۴۰۔ ایک قائم مستطیروں کا مخروطی مضلع کے مخروط کے مخروط کے نصف قطر بالترتیب ۷ فٹ اور ۸ فٹ ہیں اور اس کا ارتفاع ۳ فٹ ہے۔ سرور کے متوازی سطحوں سے مقطوع کو تین ایسے حصوں میں قطع کیا گیا جن میں سے ہر ایک کی بلندی ۱ فٹ ہے: ہر ایک ٹکڑے کا حجم دریافت کرو۔

۲۴۱۔ ایک مکعب فٹ (کنارہ = ۱) میں سے ایسی مستوی سطح کے ذریعہ ایک مخروط مصلع کاٹ لیا گیا ہے جو مکعب کے ایک کونے پر ملنے والے کناروں کے انتہائی نقاط میں سے گزرتی ہے: بقیہ شکل کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۴۲۔ ۴ آنچ کی مکعب گرز کے حساب سے ایک ایسا گڑھا کھدوانے میں کیا اخراجات ہونگے جس کا طول بالائی حصہ پر ۳۴ فٹ ۴ آنچ اور عرض ۳۰ فٹ بازوؤں کے آثار ۲۵ آنچ اور جس کی گہرائی ۱۳ فٹ ۶ آنچ ہے؟

۲۴۳۔ اضلاع کی تعداد اور اندرونی دائرہ کے نصف قطر کی رقوم میں ایک منظم کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرنے کے لیے ایک جملہ اخذ کرو۔

۲۴۴۔ گھاس کے ایک تودہ کا پچھلا حصہ ایک اٹنا مقطوع مخروط کی وضع کا اور بالائی حصہ مخروط کی وضع کا ہے۔ زیادہ سے زیادہ بلندی ۳۰ فٹ اور بڑے سے بڑا محیط ۶۰ فٹ ہے نیز مقطوع کی بلندی ۲۰ فٹ اور قاعدہ کا قطر ۱۶ فٹ ہے: مکعب فٹ میں حجم معلوم کرو۔

۲۴۵۔ پل کی ایک ایسی کمان میں چٹائی کی مقدار مکعب فٹ میں معلوم کرو جس کے ابعاد حسب ذیل ہیں: فصل ۵۰ فٹ، ارتفاع فصل کا ایک چوتھائی چٹائی کی دہانت ۳ فٹ کمان کا طول ۳۶ فٹ ہے۔

۲۴۶۔ لوہے کے ایک ایسے ڈبل (Dumbell) کا وزن معلوم کرو جو ۴۱ آنچ قطر کے دو ایسے کردل پر مشتمل ہے جو ۶ آنچ طول اور ۲ آنچ قطر کی اسطوانہ نما سلاخ سے ملے ہوئے ہیں۔ ۴ آنچ قطر کے لوہے کے گولہ کا وزن ۹ پونڈ ہوتا ہے۔

۲۴۷۔ ایک منطقہ کرہ کی دہانت ۴ آنچ قاعدہ کا قطر ۱۲ آنچ اور بالائی حصہ کا قطر ۹ آنچ ہے: متحدہ سطح اور حجم دریافت کرو۔

۲۴۸۔ ایک منشور بنا کے سرے ایسے مستطیل ہیں جن کے متناظر ابعاد ۱۸ فٹ x ۱۰ فٹ اور ۱۲ فٹ x ۱۶ فٹ ہیں اور منشور بنا کا ارتفاع ۹ فٹ ہے۔ بڑے سرے سے ۳ فٹ کے فاصلہ پر سروں کے متوازی مستوی سطح سے اُسے تراشا گیا: ثابت کرو کہ یہ تراش ایک مربع ہوگی۔

۲۴۹۔ مقطوع مخروط کی وضع کے ایک پیالہ کی گہرائی ۵ انچ، بالائی قطر ۴ انچ اور تہ کا قطر ۲ انچ ہے: اگر اُس میں شربت بھرا جائے اور تین شخص یکے بعد دیگرے مساوی المقدار شربت کا ایک گھونٹ لے کر اسے خالی کر دیں تو ہر ایک کے گھونٹ میں کتنی گہرائی کا شربت پیا گیا۔

۲۵۰۔ ۳ انچ قطر کے اسطوانہ پر مربع گھائی کا دوہرا بیج بنایا گیا ہے۔ بیج کی چوڑی اسطوانہ سے $\frac{5}{4}$ انچ باہر نکلی ہوئی ہے اور چار گردشوں میں وہ بیج ۳ انچ اوپر آتا ہے: حجم معلوم کرو اگر بیج کا طول ۹ انچ ہو۔

۲۵۱۔ ۱۶ انچ قطر کے ایک کرہ کو تین متوازی سطحوں سے مساوی بلندی کے چار حصوں میں منقسم کیا گیا: ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو۔

۲۵۲۔ ذیل کے ابعاد کا ایک کنواں بنانا مطلوب ہے: بیرونی قطر ۱۰ فٹ، اندرونی قطر ۴ فٹ، اسطوانہ کی بلندی ۳۰ فٹ۔ اسطوانہ زمین کی سطح سے ۲ فٹ کی بلندی تک باہر نکلا ہوا ہے۔ کنویں کے اوپر کے حصہ میں اسطوانہ کے چاروں طرف ۲ فٹ چوڑا چبوترہ ہے۔ چبوترے کی گہرائی ۵ فٹ ہے جس میں سے ۳ فٹ زمین کے اندر ہے اور ۲ فٹ سطح زمین کے اوپر۔ (۱) اسطوانہ میں چٹائی کی مقدار اور (۲) چبوترے میں چٹائی کی مقدار کا تخمینہ کرو۔

(۳۱۱۴۱۵۹ = ۳۲)

۲۵۳۔ مخروط کی وضع کے ایک پیالہ کی گہرائی ۴ انچ اور بالائی حصہ پر عرض ۶ انچ ہے۔ اس میں پانی بھرا گیا۔ اگر ۶ انچ قطر کا ایک کرہ پیالہ میں رکھا جائے تو بتاؤ کہ اس کی کتنی مربع انچ سطح ڈوبے گی۔

۲۵۴۔ اُس بڑے سے بڑے مکعب کا کنارہ دیا یافت کرو جو ایک ایسے مخروط میں سے کاٹا جاسکتا ہے جس کا راسی زاویہ ۹۰° اور ارتفاع ۱۰ انچ ہے۔

۲۵۵۔ ۲۲ فٹ طول اور ۲۰ فٹ فصل کے کمرہ پر کاندہ ارجحیت بنانے کے اخراجات کیا ہونگے اگر کمان قطعی ہو اس طرح کہ اس کا ارتفاع فصل کا $\frac{1}{2}$ اور دیوارت ۹ انچ رہے۔ چٹائی کی قیمت ۳۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ ہے۔

۲۵۶۔ ایک پائلٹ گنٹاش کا ایک برتن مستطیل مقطوع مخروط کی وضع کا ہے۔

اس کی بلندی $\frac{1}{4}$ انچ اور قاعدہ کا قطر $\frac{1}{4}$ انچ ہے اور یہ دونوں پیمائشیں اندر سے لی گئی ہیں۔ بالائی حصہ کا قطر معلوم کرو۔ (۳۱/۴۱۶ = ۳۲) ۲۵۷۔ ایک ریلوے کٹائی کا طول ۱۲ زنجیر ہے بتاؤ کہ اس میں کتنے کعب گز مٹی ہوگی: ذیل کے اعداد مربع گزوں میں اس کی ایسی انتصابی تراشوں کے رقبوں کو تعبیر کرتے ہیں جو ایک ایک زنجیر کے فاصلوں پر لی گئی ہیں: ۱۹۰، ۲۶۴، ۲۷۶، ۲۸۰، ۲۷۴، ۲۵۴، ۲۵۰، ۲۶۸، ۲۳۲، ۲۴۰، ۲۲۶۔

۲۵۸۔ ایک ذوالربعۃ السطوح کے ہر کنارہ کا ناپ ۴ انچ ہے: حجم معلوم کرو۔

۲۵۹۔ عرض البلد کے ۳۰ ویں اور ۴۵ ویں متوازی خطوط کے درمیان مربع میلوں کی تعداد معلوم کرو اگر یہ فرض کیا جائے کہ زمین کا نصف قطر ۴۰۰۰ میل ہے۔ (۳۱/۴۱۶ = ۳۲)

۲۶۰۔ ثابت کرو کہ کسی دائرہ کے اندرونی منظم کثیر الاضلاع کا رقبہ جس کے اضلاع کی تعداد جفت ہے نصف تعداد اضلاع کے اندرونی اور بیرونی منظم کثیر الاضلاع کے رقبوں کا وسطی تناسب ہے۔

۲۶۱۔ ٹین کا ایک قیف دوحصوں پر مشتمل ہے۔ ایک حصہ ۶ انچ نال بلندی کا مخروط نما ہے جس کے سروں کے محیط بالترتیب ۲۰ انچ اور $\frac{1}{4}$ انچ ہیں اور دوسرا حصہ ۸ انچ طول اور $\frac{1}{4}$ انچ محیط کا اسطوانہ ہے: بتاؤ کہ اس کی بناوٹ میں کتنے مربع انچ ٹین استعمال ہوا ہے۔

۲۶۲۔ مربع قاعدہ کے ایک مقطوع مخروط مصلع کے قاعدہ کا رقبہ بالائی حصہ کے رقبہ کا ۴ گنا ہے: ثابت کرو کہ اس کا حجم مساوی قاعدہ اور مساوی ارتفاع کے ایک منشور کے حجم کا $\frac{1}{4}$ ہے۔

۲۶۳۔ ۸ انچ بلند اور ۱۲ انچ قطر کے ایک اسطوانہ نما گلاس میں ۵ انچ گہرائی تک پانی بھرا گیا۔ پھر گلاس کو یہاں تک جھکایا گیا ہے کہ پانی عین گرنے لگا ہے۔ پانی کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۶۴۔ ایک مضلع مخروط کے مقطع کا ارتفاع ۴ انچ اور پچلا سہرا ۹ انچ \times ۱۲ انچ کا مستطیل اور بالائی سہرا ایسا مستطیل ہے جس کا بڑا ضلع ۸ انچ ہے مخروط مضلع کا حجم دریافت کرو۔

۲۶۵۔ ۵۰ فٹ \times ۳۰ فٹ ابعاد کے ایک مکان کی بنیاد کھدوانے میں کیا اخراجات ہونگے جو زمین کے ایسے ٹکڑے پر بنایا جائیگا جس کا یکساں اُتار جنوب کی طرف ۶۲ میں ایک ہے مکان کا رخ جس کا طول ۵۰ فٹ ہے جنوبی سمت کے مقابل ہے اور اس طرح زمین کی افقی سمت کے موافق رہیگا۔ اس کو ہر جگہ ۱۰ فٹ گہرا کھودا جائیگا اور اسی تہ کی افقی سطح تک مکان کی پشت کی بھی بنیاد کھودی جائیگی۔ یعنی پشت پر بنیاد کی گہرائی سامنے سے زیادہ ہوگی۔ ۱۰ پنس فی کعب گز کے حساب سے کھدوائی اور مٹی ہٹوائی کی لاگت دریافت کرو۔

۲۶۶۔ مٹی کا ایک مخروط نمائیلہ بنانے کے لیے تین مزدور کام پر لگائے جاتے ہیں ہر ایک مزدور مسادی کام کریگا اور اپنا کام اس وقت شروع کریگا جب کہ اُس کے قبل کا مزدور اپنا کام ختم کر چکا ہو۔ اگر مخروط کا ارتفاع ۲۰ فٹ ہو تو اُن حصوں کے ارتفاع معلوم کرو جو ہر ایک مزدور کو مکمل کرنے چاہئیں۔ ۲۶۷۔ ایک ستیر کنویں سے ایک بالٹی ۲۷ مرتبہ پانی سے بھر کر نکالی گئی۔ اور یہ معلوم ہوا کہ کنویں میں پانی کی سطح ۱ فٹ $\frac{۲}{۵}$ اتار گئی۔ بالٹی ایسے مقطوع مخروط کی وضع کی ہے جس کا ارتفاع ۱۰ انچ اور جس کے سروں کے قطر ۹ انچ اور ۱۲ انچ ہیں۔ کنویں کا قطر معلوم کرو۔

۲۶۸۔ اُس بُڑے سے بُڑے کعب کے کنارہ کا طول کیا ہوگا جو ذیل کے ابعاد کے ایک قائم مخروط میں سے کاٹا جاسکتا ہے: قاعدہ کا قطر ۱۲ انچ ارتفاع ۱۸ انچ، ڈوٹ: کعب کا قاعدہ مخروط کے قاعدہ پر واقع ہوگا۔

۲۶۹۔ چار مسادی دائروں کے مرکز ۶۹ مربع فٹ ۶۲ مربع انچ رقبہ کے ایک مربع کے زاویائی نقاط ہیں اور ان کے نصف قطر مربع کے ضلع کے مسادی ہیں۔ ان کی مشترکہ جگہ پر اگر پھولوں کا چمن لگایا جائے تو اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۷۰۔ مثلثی قاعدہ کے ایک مخروط مصلع کا ہر کنارہ ۱۲ ۳۱ فٹ ہے : اُس بڑے سے بڑے اسطوانہ کا قطر معلوم کرو جو اُس میں سے اس طرح کاٹا جاسکتا ہے کہ اسطوانہ کا ارتفاع اس کے قطر کے مساوی ہو۔

۲۷۱۔ قریب ترین مکعب فٹ تک پل کی ایک کمان میں بندش کی مقدار معلوم کرو جس کا نصف ۳۰ فٹ ارتفاع $\frac{1}{4}$ فٹ دہازت ۳ فٹ اور عرض ۲۷ فٹ ہے نیز ۳۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کے حساب سے اس کی تعمیر کے اخراجات معلوم کرو۔

۲۷۲۔ قاعدہ کے متوازی متوی تراشوں سے ایک مخروط کو پانچ مساوی حصوں میں تقسیم کرو اور ہر ایک حصہ کا ارتفاع معلوم کرو۔ مخروط کا ارتفاع ۲۰ انچ ہے۔

۲۷۳۔ مکعب وضع کا ایک صندوق مع ڈھکن لکڑی کے تختوں کا بنا ہوا ہے اور اس کا وزن ۱۰ پونڈ اور اندرونی وتر ۳ فٹ ہے : اُس کی دہازت معلوم کرو اگر مکعب فٹ تختوں کا وزن ۳۰ پونڈ ہو۔

۲۷۴۔ ایک مثلثی انبار میں گولوں کی تعداد معلوم کرو۔ ہر ایک گولہ کا قطر ۶ انچ ہے اور کل انبار میں گولوں کی بیس نہیں ہیں اور سب سے بالائی تہ میں صرف ایک ہی گولہ ہے۔ نیز انبار کی بلندی معلوم کرو۔

۲۷۵۔ ایک مخروط کا قاعدہ ۱۲ انچ قطر کا ایک دائرہ ہے اور اُس کی بلندی بھی ۱۲ انچ ہے اس میں سے گزرنے اور قاعدہ کو مرکز سے ۳ انچ کے فاصلہ پر کاٹنے والی متوی سطح کے ذریعہ مخروط میں سے ایک ایسی چھانک کاٹ لی گئی جس میں مرکز شامل نہیں ہوتا : اس چھانک کی جسامت معلوم کرو۔

۲۷۶۔ دائرہ کے اندر بنی ہوئی چار ضلعی شکل کی تنصیف اُس کے ایک وتر سے ہوتی ہے اور دوسرا وتر اُس کی تثلیث کرتا ہے۔ دو متصلہ ضلعوں کے درمیان زاویہ منفرجہ بنتا ہے اور یہ تثلیث کرنے والے وتر کے مقابل میں ہے اور ان ضلع کے طول بالترتیب ۱ اور ۲ ہیں۔

بتاؤ کہ اس کا رقبہ = $\frac{1}{2} [3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}] - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2})$

۲۷۷- ۹ فٹ بلند ایک مخروطی خیمہ بنانے کے لئے کتنے مربع گز کپڑے کی ضرورت ہوگی اس طرح کہ ۶ فٹ کا ایک آدمی اس میں مرکز سے ۲ فٹ کے فاصلہ پر کسی بھی جگہ بغیر جھکے کھڑا رہ سکے۔ (۳۱۴۱۶ = ۳۲)

۲۷۸- دائری وضع کے ایک خزانہ آب کے بازو افق کے ساتھ ۳۰ فٹ میلان رکھتے ہیں اور اس کی افقی تہ کا قطر ۶۰ فٹ ہے: اگر اس میں ۱۰ فٹ گہرائی تک پانی ہو تو بتاؤ کہ وہ کتنے گیلن ہوگا؟

۲۷۹- ایک نصف دائری کمانی پل کا فصل ۴۰ فٹ اور عرض ۲۵ فٹ ہے۔ کمان کی چٹائی کی دہازت میں چوٹی سے جہت کی طرف اس طرح زیادہ ہوتی جاتی ہے کہ چوٹی کے ہر رخ پر کی منحنی کے پہلے ۱۰ فٹ پر دہازت ۳ انچ ہے۔ اور ہر طرف دوسرے ۱۰ فٹ پر ۶ انچ اور اسی طرح جہت کے مقام تک طول میں ہر ۱۰ فٹ کی زیادتی کے لیے دہازت میں ۳ انچ کی زیادتی ہوتی ہے۔ ۲۸ روپیہ فی ۱۰۰ کعب فٹ کے حساب سے قیمت دریافت کرو (۳۱۴۱۶ = ۳۲)

۲۸۰- ایک فئورنٹائی مجسم کا قاعدہ مربع اور بالائی سرا ایسا منظم منٹن ہے جس کے چار متبادلہ ضلع قاعدہ کے ضلعوں کے متوازی ہیں۔ مجسم کا ارتفاع ۶ فٹ قاعدہ کا ضلع ۵ فٹ اور بالائی سرے کا ضلع ۱ فٹ ہے۔ اس کا حجم معلوم کرو۔

۲۸۱- مویشیوں کے لیے پینے کا پانی رکھنے کے ایک برتن کا طول اور عرض بالائی سرے پر بالترتیب ۱۳ فٹ اور ۳ فٹ ہے اور تہ پر اس کے ابعاد ۱۰ فٹ ۶ انچ ہیں نیز اس کی گہرائی ۱ فٹ ہے اور اس کے بازو اور سرے کے کنارے ایک ہی ہیں: اگر پانی کی گہرائی ۷ انچ ہو تو اس میں کتنے گیلن پانی ہوگا؟

۲۸۲- ایک رتھ ایسے چھ تاروں کو ایک درمیانی تار کے گرد موڑ کر بنایا گیا ہے جن میں سے ہر ایک کا قطر $\frac{1}{4}$ انچ ہے۔ درمیانی تار بالکل سیدھا ہے اور دوسرے تاروں کا ایک چکر ۸ انچ میں ہوتا ہے: ایسے

ایک گز رستے کا حجم دریافت کرو۔

۲۸۳۔ چار کردوں کا ایک انبار اس طرح بنایا گیا ہے کہ تین کرے قاعدہ پر اور ایک ان کے اوپر رکھا گیا: ہر ایک کا قطر ۱۰ فٹ ہے: انبار کی انتصابی بلندی معلوم کرو۔

۲۸۴۔ ۴ اینچ قطر کی ایک کامل لکچر اور رسی کا چٹا بنایا گیا اور اس میں بارہ کامل چکر ہیں: رسی کا طول فٹ میں معلوم کرو۔

۲۸۵۔ $\frac{1}{8}$ اینچ دبیر اور دائری تراش کا پتیلی تار کا وزن ۴ ادنس فی فٹ ہے: اس تار کے اتنے طول کا وزن دریافت کرو جو ۳ فٹ قطر کے اسطوانہ کے گرد پچیس کامل چکر پلینے کے لیے درکار ہوگا۔

۲۸۶۔ ۲۰ میں اڈھال کی ایک سڑک ایک پہاڑ کی پشت میں سے کٹی گئی ہے جس کے بازوؤں کے آثار ۱۰ میں ہیں۔ سڑک کا طول ۵۰۰ فٹ عرض ۳۰ فٹ اور بازو انتصابی ہیں اس میں کٹائی کی مقدار دریافت کرو۔

۲۸۷۔ ایک ٹھوس کرہ سے ایک کروی قطع کاٹ کر نکال لیا گیا اس طرح کہ خارج شدہ کروی سطح، کرہ کی سطح کا $\frac{1}{14}$ ہے: بناؤ کہ کرہ کا کونسا کسری حصہ نکال لیا گیا۔

۲۸۸۔ ایک سلخ کو جس کی تراش ۱ صنلے کا مثلث مساوی الاضلاع ہے موڑ کر اندر دنی نصف قطر کا ایک دائری حلقہ بنایا گیا۔ سلخ کا ایک رخ حلقہ کے مستوی پر عمود دار ہے اُن دو حلقوں کے جموں کا تناسب معلوم کرو جو اس طرح بنائے جاسکتے ہیں۔

۲۸۹۔ ایک مخروط بنایا لے کا ارتفاع ۶ اور قاعدہ کا نصف قطر ۱ ہے اس کو اس طرح تھا گیا کہ اس کا محور انتصابی ہے۔ پھر اس میں اتنی گہرائی تک پانی ڈال دیا گیا کہ اس میں نصف قطر کا ایک وزنی کرہ ڈالنے سے پانی اس فضا کو کلیتہً گھیر لیتا ہے جو کرہ اور مخروط کے درمیان ہوتی ہے اگر کرہ کلیتہً پانی میں ڈوب جائے تو مطلوبہ پانی کی مقدار معلوم کرو۔

۲۹۰۔ مربع قاعدہ کے ایک منشور کے کناروں کو کاٹ چھانٹ کر ایک

محزوط مضلع کا مقطع بنایا جاتا ہے اس طرح کہ اس کا بالائی حصہ منظم مشن (جو ابتدائی مربع چوٹی کے اندر بنا ہوا ہے) میں تبدیل ہو جاتا ہے اور تہ میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی اس کا حجم معلوم کرو۔ (ارتفاع = ع، مربع کا ضلع = د)

۲۹۱۔ کسی کٹے میں مٹی کی مقدار تقریباً معلوم کرنے کے لیے ضابطہ

$$(ح) = \frac{ش}{۳} \{ (ق_۱ + ق_۲ + ق_۳ + \dots + ق_n) + ۲ + (ق_۱ + ق_۲ + ق_۳ + \dots + ق_n) \}$$

ثابت کرو اور مستعملہ علامتوں کا مفہوم سمجھاؤ۔

۲۹۲۔ ایک بندوق کی نالی مقطوع محزوط کی وضع کی ہے جس کا پچھلا مجموعی قطر ۵۸۳۶ انچ اور دبانہ پر مجموعی قطر ۵۷۶۲ انچ ہے۔ اس کے اندرونی سولخ کا قطر ہر جگہ ۵۶۲ انچ ہے۔ بندوق کی اس نالی میں کے تانبے کا وزن معلوم کرو اگر نالی کے بیرونی ابعاد کے مساوی تانبے کی ایک ٹھوس سلخ کا وزن ۲ پلاٹ ۶ اولس ہوتا ہو اور اگر نالی کی دھات میں صرف ۵۱۲ فی صد تانبا موجود ہو۔

۲۹۳۔ کسی نہر کی بن بنی کے ایک رخ پر دو طغیانی پھاٹک ہیں۔ نہر کو ابتدائی سطح سے ۸ فٹ بلندی تک پانی سے ڈیڑھ منٹ میں بھرا جاتا ہے۔ اگر نہر کی بن بنی کا طول ۱۷۶ فٹ اور عرض ۱۲ فٹ ہو اور پانی ۱۱ میل فی گھنٹہ کی کیساں شرح سے بہے تو دونوں طغیانی پھاٹکوں کا سطحی رقبہ دریافت کرو۔

۲۹۴۔ ۴ فٹ طول اور ۸ ہنڈرڈ ویٹ وزنی ایک گردونہ کی مجھے ضرورت ہے۔ اور یہ ایسے خوش تراش پتھر کا بنایا جائیگا جس کی کثافت انسانی ۲ ۱/۲ ہے۔ اس کا قطر کیا ہونا چاہیے؟

۲۹۵۔ ایک محزوطی گلاس کی گہرائی ۴ انچ اور بالائی حصہ پر کا عرض ۳ انچ ہے۔ اس میں پانی بھرا جاتا ہے۔ اگر ۱/۲ انچ قطر کی ایک شیشہ کی سلخ کو

اس کے اندر اس قدر داخل کیا جائے جتنی دُور تک کہ وہ جاسکتی ہے اور اُسے انصباً پکڑا جائے تو بتاؤ کہ کتنا پانی بہ جائیگا ؟
 ۲۹۲۔ ایک مخروط کے مقطوع کے سروں کے قطر بالترتیب ۲۰ فٹ اور ۱۶ فٹ اور مقطوع کا ارتفاع ۵ فٹ ہے۔ سروں کی متوازی سطحوں کے ذریعہ مقطوع کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ چھوٹے سرے سے ان سطحوں کے فاصلے معلوم کرو۔

۲۹۷۔ سنگ فار کا ایک ستون مربع قاعدہ کے مخروط مضلع کی وضع کا ہے اس کی جسامت اتنے ہی مکعب فٹ ہے جتنے سطحی فٹ ایک ایسے مربع میں ہیں جس کا مضلع انتصابی بلندی کے برابر ہے نیز مخروط مضلع کے قاعدہ کے اضلاع اس کے بائل کنارہ کے نصف کے برابر ہیں۔ ستون کے ابعاد دریافت کرو اور ۱۰ آنہ فی مربع فٹ کے حساب سے اس پر روغن کروانے کے اخراجات معلوم کرو۔

۲۹۸۔ ایک مرغولہ دار کمائی میں نو کال چکریں۔ اس کی انتصابی بلندی ۱۷ انچ اور اس کی عرضی تراش کا قطر ۱۸ انچ ہے اور مرغولہ کا اوسط نصف قطر ۸ انچ ہے اور مجسم دو متوازی الافق سطحوں سے گھرا ہوا ہے : اس کا حجم معلوم کرو۔

۲۹۹۔ مثلث مساوی الساقین کی وضع کے ایک میدان کا ناپ ہر مساوی ساق پر ۲۰۰ گز اور قاعدہ پر ۲۴۰ گز ہے : بتاؤ کہ اُس رسی کا طول کیا ہونا چاہیے جس کا ایک سر مثلث کے راس پر اور دوسرا ایک گھوڑے کے منہ کے قریب اس طرح باندھا گیا ہے کہ وہ میدان کے ٹھیک ٹھیک پہلے حصہ پر چر سکے ؟

۳۰۰۔ مقطوع مخروط کی وضع کا ایک برتن ہے جو اپنے چھوٹے سرے پر رنگا ہوا ہے اس کا حجم ۸۶۷۷ مکعب فٹ اور گہرائی ۲۱ انچ اور بالائی سرے اور قاعدہ کے قطروں کی نسبت ۷ : ۵ ہے۔ اس کے اندر ایک ایسا گولار کھا گیا جس کے حجم کو تعبیر کرنے والا عدد سطح کو تعبیر کرنے والے عدد کا

۲۱ گنا ہے۔ ثابت کرو کہ برتن کے قطر تقریباً ۳۵ اور ۲۵ انچ ہیں اور گولے کا قطر ۱۵ انچ ہے۔ نیز اُس پانی کا حجم معلوم کرو جو گولے کو ٹھیک ٹھیک ڈھک لینے کے لیے کافی ہوگا۔

۳۰۱۔ ایک مقام پر زمین کا کیساں اُستار ۶ افقی بہا انتصابی ہے۔ یہاں مٹی کا ایک ٹیلہ بنایا جائیگا۔ اس طرح کہ بااُئی حصہ افقی اور ۱۸ فٹ ضلع کے مربع و ب ج د کی وضع کار ہوگا۔ کونے ر اور ب میں سے ہر ایک زمین کی ابتدائی سطح سے ۷ فٹ اور ج اور د میں سے ہر ایک ۱۰ فٹ انتصابی بلندی پر ہونگے۔ ٹیلہ کے رخوں کے اتارا افقی بہا انتصابی (۴۵) ہوئے۔ اس کی بنیاد کے لیے مطلوبہ مٹی کا حجم کعب فٹوں میں معلوم کرو۔

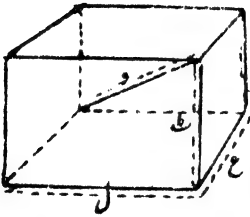
۳۰۲۔ اگر ۱۸ فٹ ضلع کے مربع کے اندر دنی دائرہ کو نکال دیا جائے اور بقیہ شکل کو ایک وتر کے گرد گھمایا جائے تو اس طرح پیدا ہونے والے جسم کا حجم معلوم کرو۔ جواب کعب فٹوں میں اعشاریہ کے تین مقامات تک ظاہر کرو۔

۳۰۳۔ ۳ انچ اور ۱ انچ قطر کے دو گولے ایک افقی سطح پر اس طرح رکھے ہوئے ہیں کہ ایک انتصابی نقطہ دونوں کے مرکوزوں میں سے گزرتا ہے۔ مخروطی وضع کا ایک کھوکھلا تین بھی دونوں گولوں کو چھوتا ہوا اس افقی سطح پر رکھا ہوا ہے۔ مخروط اپنے بالائے تحت کھوکھلے مخروط میں کی ہوا کا حجم معلوم کرو۔

باب سی و ہشتم

ضابطوں کا مجموعہ۔ مجہات کے حجم اور سطحیں

۲۰۳۔ مستطیلی مجہات



$$(۱) ح = ل \times ع \times ح$$

$$(۲) ح = ق \times ق = ق \times ع = ق \times ل$$

$$(۳) ح = ق \times ق \times ق$$

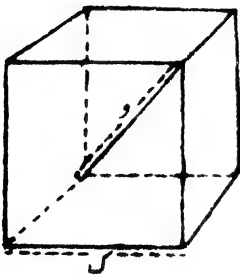
$$(۴) س = ۲(ل \times ع + ل \times ح + ع \times ح)$$

$$(۵) د = \sqrt{ل^۲ + ع^۲ + ح^۲}$$

جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح، ل = طول، ع = عرض، ح = دیباہت
یا گہرائی، ق = قاعدہ کا رقبہ، ق = بازو کا رقبہ، ق = سرے کا رقبہ،

د = وتر

مکعب



$$(۱) ح = ک^۳$$

$$(۲) س = ۶ک^۲$$

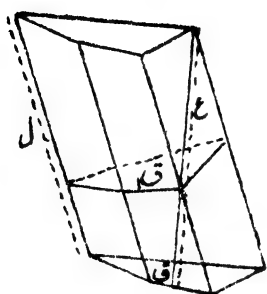
$$(۳) د = ک\sqrt{۳}$$

جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح،

ک = کنارہ، د = وتر

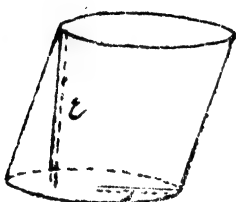
منشور اور اسطوانہ

$$(۱) ح = ق \times ع$$



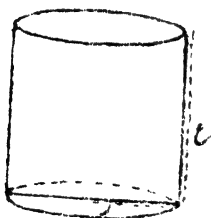
(۲) $ح = ق \times ل$
 (۳) $مس = ط \times ل + ۲ ق$
 جہاں $ح =$ حجم $مس =$ مجموعی سطح $ق =$
 قاعدہ کا رقبہ $ط =$ عمودی تراش کا
 رقبہ $ع =$ ارتفاع $ل =$ طول $ط =$ عمودی
 تراش کا احاطہ

مستدیر اسطوانہ



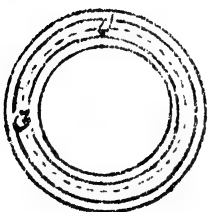
$ح = \pi ر ع$
 جہاں $ح =$ حجم $ر =$ قاعدہ کا نصف قطر
 $ع =$ ارتفاع

قائم مستدیر اسطوانہ



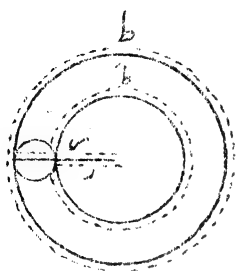
(۱) $ح = \pi ر ع$
 (۲) $مس = \pi ر (ع + ر)$
 جہاں $ح =$ حجم $مس =$ مجموعی سطح
 $ر =$ قاعدہ کا نصف قطر $ع =$ ارتفاع

حلقہ



(۱) $ح = ق \times ل$
 (۲) $مس = ط \times ل$
 جہاں $ح =$ حجم $مس =$ مجموعی سطح
 $ق =$ عمودی تراش کا رقبہ $ل =$ طول
 یا وسط محیط $ط =$ عمودی تراش کا احاطہ

اسطوانہ منقطع



$$(۱) \text{ ح } = \frac{\pi}{4} (س + ر)^2 (س - ر)$$

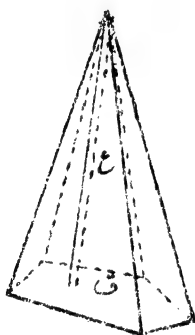
$$(۲) \text{ ح } = \frac{\pi}{4} (ط + ط) (ط - ط)$$

$$(۳) \text{ س } = \frac{\pi}{4} (س - ر)^2$$

$$(۴) \text{ س } = \frac{\pi}{4} (ط - ط)^2$$

جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح، ر = بیرونی نصف قطر
 ر = اندرونی نصف قطر، ط = بیرونی محیط، ط = اندرونی محیط۔

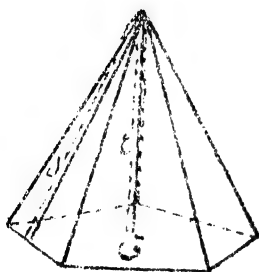
مخروط مضلع اور مخروط



$$\text{ح} = \frac{1}{3} ق ع$$

جہاں ح = حجم، ق = قاعدہ کا رقبہ
 ع = ارتفاع۔

قائم منتظم مخروط مضلع

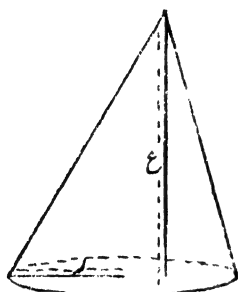


$$(۱) \text{ ح } = \frac{1}{3} ق ل$$

$$(۲) \text{ س } = \frac{1}{4} ق ل + ق$$

جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح
 ق = قاعدہ کا رقبہ، ط = قاعدہ کا محیط
 ل = اعلیٰ بلندی

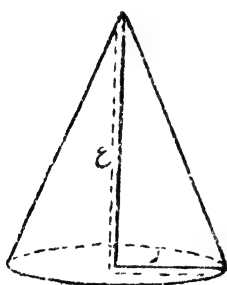
مستدیر مخروط



$$ح = \pi \times \frac{1}{3} \times ر^2 \times ع$$

جہاں ح = حجم، ر = قاعدہ کا نصف قطر
ع = ارتفاع

قائم مستدیر مخروط

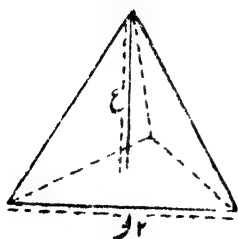


$$(۱) ح = \pi \times \frac{1}{3} \times ر^2 \times ع$$

$$(۲) س = \pi \times ر \times (ر + \sqrt{ر^2 + ع^2})$$

جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح
ع = ارتفاع، ر = قاعدہ کا نصف قطر۔

منظلم چہار سطحی

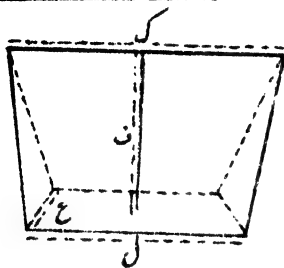


$$(۱) ح = \frac{1}{3} \times ر^2 \times ع$$

$$(۲) س = ر^2 \times \sqrt{۳}$$

$$(۳) ع = \frac{1}{\sqrt{۳}} \times ر$$

جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح، ر = کنارہ، ع = ارتفاع



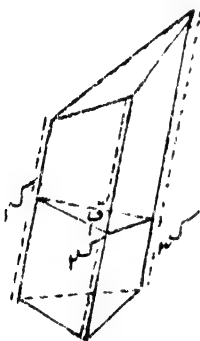
مستطیلی قاعدہ کا فائدہ

$$(۱) \text{ ح } = \frac{\text{ع} \times \text{ن}}{۲} (\text{ک} + \text{ل})$$

$$(۲) \text{ ح } = \frac{\text{ق} \times \text{ل}}{۳} (\text{ک} + \text{ل})$$

جہاں ح = حجم، ل = قاعدہ کا طول
ع = قاعدہ کا عرض، ک = کنارہ، ق = عمودی تراش کا رقبہ۔

منحرف نما قاعدہ کا فائدہ یا منشور مثلثی کا ترچھا مقطع

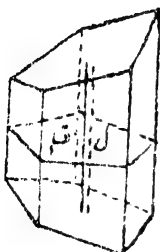


$$\text{ح} = \frac{\text{ق} \times \text{ل}}{۳} (\text{ک} + \text{ک} + \text{ک})$$

جہاں ح = حجم، ق = عمودی تراش کا رقبہ

ک، ک، ک = تین متوازی کناروں کے طول ہیں۔

کوئی سے قائم مثلث منشور کا ترچھا مقطع



$$(۱) \text{ ح } = \frac{\text{ق} \times \text{ل}}{۲}$$

$$(۲) \text{ ح } = \frac{\text{ط} \times \text{ل}}{۲}$$

جہاں ح = حجم، ط = طریقی سطح،

ق = عمودی تراش کا رقبہ،

ل = اوسط طول، ط = عمودی تراش کا احاطہ۔

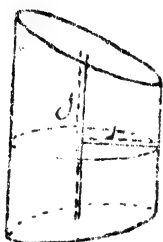
نوٹ: اوسط طول سے مراد متوازی

کناروں کا اوسط طول ہے یعنی —

متوازی کناروں کا مجموعہ
متوازی کناروں کی تعداد

قائم مستطیر اسطوانہ کا ترچھا مقطع

$$(1) \pi r l$$



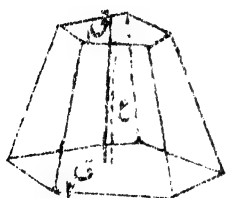
(۲) $\pi r^2 l$ = مس
جہاں πr^2 = منحنی سطح
 r = عمودی تراش کا نصف قطر
 l = اوسط طول۔

منشور نما



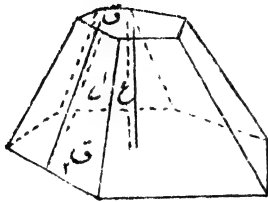
$\frac{c}{3} (q^2 + Q^2 + qQ)$ = ح
جہاں $\frac{c}{3}$ = حجم 'ع' = ارتفاع
 q اور Q = سروں کے رتبے
 qQ = سروں کی متوازی وسطی تراش کا رقبہ۔

محزوط مضلع کا مقطع اور محزوط کا مقطع



$\frac{c}{3} (q^2 + Q^2 + qQ)$ = ح
جہاں $\frac{c}{3}$ = حجم 'ع' = ارتفاع
 q اور Q = سروں کے رتبے ہیں۔

قائم منظم مضلع مخروط کا مقطوع



$$(۱) \text{ ح } = \frac{ع}{۳} (ق + ق + ق + ق + ق)$$

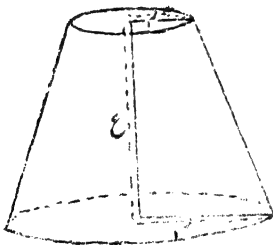
$$(۲) \text{ س } = \frac{۱}{۲} ل (ط + ط)$$

جہاں ح = حجم، س = طرفی سطح ع =

ارتفاع ق اور ق = سرروں کے رقبے،

ط اور ط = سرروں کے احاطے ل = مائل بلندی یا ارتفاع

قائم مستدیر مخروط کا مقطوع



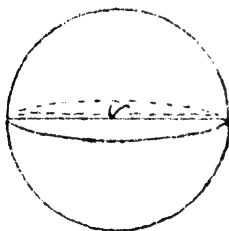
$$(۱) \text{ ح } = \frac{ع}{۳} \pi (ر^۲ + ر^۲ + ر^۲)$$

$$(۲) \text{ س } = \frac{۱}{۲} ل \pi (ط + ط)$$

$$(۳) \text{ س } = \pi ل (ر + ر)$$

جہاں ح = حجم، س = سطح، ر اور ر =

سرروں کے نصف قطر ط اور ط = سرروں کے محیط ل = مائل ارتفاع یا بلندی



کرہ

$$(۱) \text{ ح } = \frac{۴}{۳} \pi ر^۳$$

$$(۲) \text{ ح } = \frac{۲}{۳} \pi ر^۳$$

$$(۳) \text{ س } = \pi ر^۲$$

$$(۴) \text{ س } = ۲ \pi ر$$

جہاں ح = حجم، س = سطح، ر = قطر، ر = نصف قطر

گروی خول

$$(1) \frac{\pi}{2} = \text{ح} (\text{سہا} - \text{سہا})$$

$$(2) \frac{\pi}{2} = \text{ح} (\text{سہا} - \text{سہا})$$

اور اگر خول کی دبازت اس کے بیرونی قطر کے مقابلہ میں بہت کم ہو تو۔

$$(3) \pi = \text{ح} \text{ سہا} \text{ تقریباً}$$

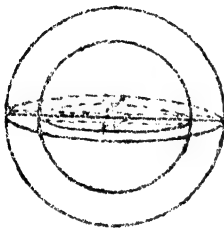
نیز اگر خول کی دبازت بیرونی نصف قطر کے تقریباً مساوی ہو تو۔

$$(4) \frac{\pi}{2} = \text{ح} \text{ سہا} \text{ تقریباً}$$

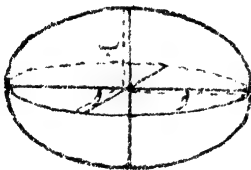
جہاں $\text{ح} = \text{حجم}$ $\text{سہا} = \text{بیرونی قطر}$

$\text{سہا} = \text{اندرونی قطر}$ $\text{سہا} = \text{بیرونی نصف}$

$\text{قطر} = \text{اندرونی نصف قطر} = \text{دبازت}$



چپٹا کرہ نما

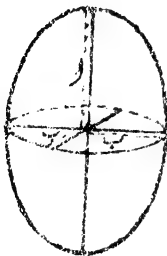


$$\frac{\pi}{2} = \text{ح} (\text{سہا} - \text{سہا})$$

جہاں $\text{ح} = \text{حجم}$ $\text{سہا} = \text{نصف محور اعظم}$

$\text{سہا} = \text{نصف محور اصغر}$

لمبوتر اکرہ نما

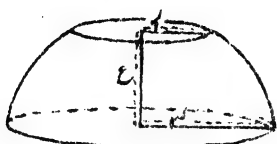


$$\frac{\pi}{2} = \text{ح} (\text{سہا} - \text{سہا})$$

جہاں $\text{ح} = \text{حجم}$ $\text{سہا} = \text{نصف محور اعظم}$

$\text{سہا} = \text{نصف محور اصغر}$

منطقہ کرہ



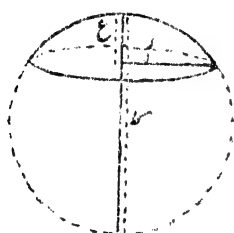
$$(۱) \text{ ح } = \frac{\pi}{4} \{ ۲ر + (۲ر + ۲ر) + ۲ع \}$$

$$(۲) \text{ مس } = \pi ر$$

جہاں ح = حجم، مس = منحنی سطح، ر اور
ر = سروں کے نصف قطر = ارتفاع، مس = کرہ کا قطر۔

قطوعہ کرہ

$$۲ = ۲(۲-۲) = ۲، بعد ۱۱ الفاع اور$$



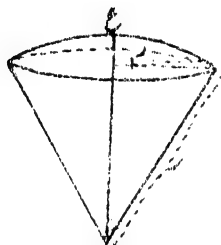
$$(۱) \text{ ح } = \frac{\pi}{4} (۲ر + ۲ر + ۲ع)$$

$$(۲) \text{ ح } = \frac{\pi}{4} (۲ر - ۲ر + ۲ع)$$

$$(۳) \text{ مس } = \pi ر$$

جہاں ح = حجم، مس = منحنی سطح،
ر = قطعہ کے قاعدہ کا نصف قطر =
ارتفاع، مس = کرہ کا قطر۔

قطاع کرہ



$$(۱) \text{ ح } = \frac{\pi}{4} ر$$

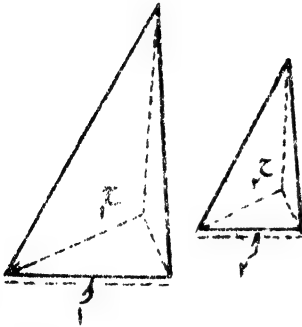
$$(۲) \text{ ح } = \frac{\pi}{4} ر$$

$$(۳) \text{ مس } = \pi \{ ۲ر + (۲ر - ۲ر) + ۲ع \}$$

جہاں ح = حجم، مس = مجموعی سطح کرہ کا
نصف قطر اور منقطعہ کرہ (جو قطاع کا قاعدہ
بناتا ہے) کے ارتفاع اور منحنی سطح۔

نوٹ: ضابطہ (۲) ضابطہ (۱) سے اخذ ہوتا ہے کیونکہ مس = ۲π ر

مقشابہ مجسمات



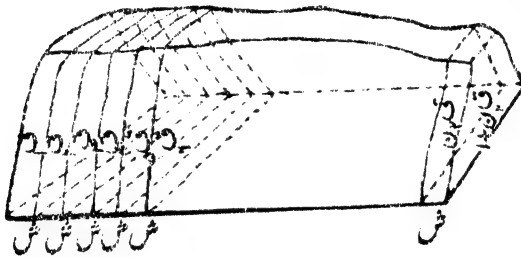
$$(۱) \text{ ح } : \text{ ح } = \text{ ل } : \text{ ل } = \text{ ل } : \text{ ل }$$

$$(۲) \text{ س } : \text{ س } = \text{ ل } : \text{ ل } = \text{ ل } : \text{ ل }$$

$$(۳) \text{ ل } : \text{ ل } = \text{ ل } : \text{ ل } = \text{ ل } : \text{ ل }$$

$$(۴) \text{ ل } : \text{ ل } = \text{ ل } : \text{ ل } = \text{ ل } : \text{ ل }$$

جہاں ح اور ح حجم س اور س سطحیں اور ل اور ل بالترتیب پہلے اور دوسرے مقشابہ مجسمات کے متناظر خطی ابعاد ہیں۔
غیر منتظم مجسمات جن کے مقابل سرے متوازی مستویوں میں واقع ہوں وہ بالی
مستوی شکلیں ہوتے ہیں۔



$$\text{ح} = \frac{\text{ق}_۱ + \text{ق}_۲ + \text{ق}_۳ + \dots + \text{ق}_ن}{۲} + \text{ق}_ن (۱)$$

$$\{ \text{ق}_۱ + \text{ق}_۲ + \dots + \text{ق}_ن \}$$

جہاں ح = حجم ۲ ن = مساوی حصوں کی تعداد جن میں مجسمہ کا طول سروں کی متوازی مستویوں
سے منقسم کیا جاتا ہے ش = متوازی مستویوں کا درمیانی فضل مشترک ق۱، ق۲، ق۳، ...
ق۱، ق۲، ق۳، ... بالترتیب شکل کی عرضی تراشوں کے قیاس میں جو متوازی مستویوں سے بنتی ہیں۔

جداول

| عدد | مربع | مکعب | جذر المربع | جذر المكعب |
|-----|------|------|------------|------------|
| ۱ | ۱ | ۱ | ۱۵۰۰۰۰ | ۱۵۰۰۰۰ |
| ۲ | ۴ | ۸ | ۱۵۲۵۹۹ | ۱۵۳۱۲۲۱۲۵ |
| ۳ | ۹ | ۲۷ | ۱۵۴۲۲۲ | ۱۵۷۳۲۰۵۰۸ |
| ۴ | ۱۶ | ۶۴ | ۱۵۵۸۷۴ | ۲۵۰۰۰۰۰۰ |
| ۵ | ۲۵ | ۱۲۵ | ۱۵۷۰۹۹ | ۲۵۲۲۹۰۷ |
| ۶ | ۳۶ | ۲۱۶ | ۱۵۸۱۷۱ | ۲۵۴۲۹۴۹ |
| ۷ | ۴۹ | ۳۴۳ | ۱۵۹۱۲۹ | ۲۵۶۲۵۷۵ |
| ۸ | ۶۴ | ۵۱۲ | ۲۵۰۰۰۰ | ۲۵۸۲۸۴۳ |
| ۹ | ۸۱ | ۷۲۹ | ۲۵۰۰۸۰ | ۳۵۰۰۰۰۰۰ |
| ۱۰ | ۱۰۰ | ۱۰۰۰ | ۲۵۱۵۴۴ | ۳۵۱۶۲۲۸ |
| ۱۱ | ۱۲۱ | ۱۳۳۱ | ۲۵۲۲۳۹ | ۳۵۳۱۹۹۲ |
| ۱۲ | ۱۴۴ | ۱۷۲۸ | ۲۵۲۸۹۴ | ۳۵۴۶۶۲۰ |
| ۱۳ | ۱۶۹ | ۲۱۹۷ | ۲۵۳۵۱۳ | ۳۵۶۰۵۵۵ |
| ۱۴ | ۱۹۶ | ۲۷۴۴ | ۲۵۴۱۰۱ | ۳۵۷۴۱۹۹ |
| ۱۵ | ۲۲۵ | ۳۳۷۵ | ۲۵۴۶۹۴ | ۳۵۸۷۷۹۸ |
| ۱۶ | ۲۵۶ | ۴۰۹۶ | ۲۵۵۱۹۸ | ۳۶۰۰۰۰۰۰ |
| ۱۷ | ۲۸۹ | ۴۹۱۳ | ۲۵۵۷۱۲ | ۳۶۱۲۳۱۱ |
| ۱۸ | ۳۲۴ | ۵۸۳۲ | ۲۵۶۲۲۶ | ۳۶۲۴۲۹۴ |
| ۱۹ | ۳۶۱ | ۶۸۵۹ | ۲۵۶۷۴۲ | ۳۶۳۵۸۹۰ |
| ۲۰ | ۴۰۰ | ۸۰۰۰ | ۲۵۷۲۵۴ | ۳۶۴۷۲۱۴ |

$$۳۵۷۲۵۹۴۵۴۴ = \pi$$

مساحت (حصہ سوم) باب سی و ہفتم ۳۰۳ ضابطوں کا مجموعہ۔ محجمات کے حجم اور سطحیں

$$1544225385.9 = \pi$$

$$958694.22011 = \pi^2$$

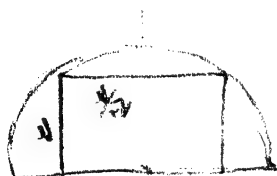
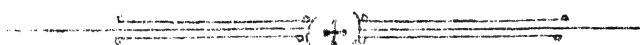
$$.53183.98862 = \frac{1}{\pi}$$

$$.51013211836 = \frac{1}{\pi^2}$$

ایک مکعب فٹ خالص پانی کا وزن ۶۲.۴۱۳۷ اونس (اور دوپائی) = ۱۰۰۰ اونس تقریباً

ایک گیال کے ناپ میں ۲۴۴.۶۲۵۴ مکعب انچ = ۱۶۰.۴۶ مکعب فٹ
 $\frac{1}{\pi} = ۲۴۴.۶۲۵۴$ مکعب انچ تقریباً

$$۰.۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ = \frac{1}{244.6254}$$



$$x^2 = (x+2)(x-2)$$

$$x^2 + 3x + 1 = 100$$

$$x = 9.5$$

- ۲۷- ۶۸ روپیہ ۱۵ آنے $\frac{5}{16}$ اپائی - ۲۸- ۲۴۶۶ انچ تقریباً - ۲۹- ۳۶۱ کعب فٹ تقریباً -
 ۳۰- ۱۱۵۱۵ انچ، ۱۳۱۵۱ انچ - ۳۱- ۱۰ فٹ ۱۰ انچ تقریباً ۳۲- ۹۵۷۶ گیلن -
 ۳۳- $\frac{4}{9}$ ۳۶۶۰ کعب گز ۳۴- ۹ ٹن ۹ ہنڈر ڈویٹ اکوارٹر و پونڈ ۱۲۵ اوش -
 ۳۵- ۴۲۰۰۰۰ ۴۲۰۰۰۰ انچ ۳۶- ۴۰۸ فٹ تقریباً ۳۷- ۱۴ کعب فٹ -
 ۳۸- ۳۲۴ روپیہ ۶ آنے $\frac{1}{2}$ اپائی ۳۹- ۲۵ کعب فٹ ۴۰- ۴۲۸ کعب انچ -
 ۴۱- ۳۹۱۳ کعب انچ - ۴۲- ۱۳۳۶۲۹ کعب انچ ۴۳- ۲۲۰۶۹۸ کعب انچ -
 ۴۴- ۲۶۴۵ کعب انچ ۴۵- ۹۷۶ کعب انچ ۴۶- ۸۶۸ کعب انچ -
 ۴۷- ۶ انچ ۴۸- ۴ فٹ ۴۹- ۴ انچ

سوالات امتحان ۲۲

- ۱- ۶۲۱۶ انچ - ۲- ۳۸۶۳۸ اٹن - ۳- ۳۷۴۸۷۴ کعب فٹ -
 ۴- $\frac{9}{11}$ ۳۳۳ کعب فٹ - ۵- $\frac{4}{11}$ ۲۸۶۲ کعب فٹ -
 ۶- ۲۵۹۸ کعب فٹ - ۷- ۱۸۴۸ کعب فٹ -
 ۸- $\frac{4}{9}$ ۳۵۹۸۲ کعب گز، $\frac{1}{11}$ فٹ ۱۰- ۲۵۹۵ کعب فٹ -
 ۱۱- ۶۲۴ کعب فٹ تقریباً ۱۲- ۲۱۴۸ ٹن ۱۳- ۱۶۹ کعب فٹ تقریباً
 ۱۴- $\frac{3}{11}$ ۱۵۳ کعب فٹ ۱۵- ۳۳۸ کعب فٹ تقریباً ۱۸ روپیہ تقریباً -
 ۱۶- ۱۰۴ فٹ ۱۷- ۳۳۶۴۷۹ کعب فٹ، ۱۰۱۲ روپیہ ۷ آنے ۶ پائی -
 ۱۸- ۲۳۶۲۶۲ کعب فٹ تقریباً ۱۹ روپیہ ۱۱ آنے ۸ پائی تقریباً -
 ۱۹- ۳۳۴۵۰ کعب فٹ ۲۰- ۱۱۰۴ کعب فٹ تقریباً ۲۱- ۱۵۰۰ کعب فٹ
 ۲۲- ۱۵۴۰۲۳ ایکر ۲۳- $\frac{3}{11}$ ۳۲۴۱۸ فٹ ۲۴- $\frac{5}{11}$ ۱۶۴۳ کعب فٹ
 ۲۵- $\frac{1}{11}$ ۱۱۹۵ کعب فٹ، $\frac{13}{11}$ ۴۸۴ کعب فٹ -
 ۲۶- ۵۶۹ انچ ۲۸- $\frac{15}{11}$ ۱۲۴۰ کعب فٹ ۲۹- ۳۹۵۳۹۵ پونڈ -
 ۳۰- ۹۰ کعب فٹ ۳۱- ۲۸۹ تقریباً ۳۲- $\frac{1}{2}$ ۱۲۵ کعب فٹ، ۵ کعب فٹ
 ۳۳- ۱۵۱۴۹ انچ ۳۴- $\frac{5}{11}$ ۴۴۹۰ گز ۳۵- $\frac{3}{2}$ ۳۳۹ پونڈ -
 ۳۶- ۴۰۰۰۰ مربع انچ ۳۷- ۵۷۴ گیلن تقریباً ۳۸- ۳۶۱ فٹ تقریباً

- ۳۹ - ۱۵۱۶۹ پونڈ - ۴۰ - ۵۶۲۵ گیلن - ۴۱ - $\frac{۱۰۱۸}{۲}$ - ۴۲ - $\frac{۴}{۱۱}$ انچ - ۴۳ - $\frac{۵}{۲}$ - ۴۴ - ۲۴۱۰ کعب فٹ - ۴۵ - ۶۴۴ روپیہ - ۴۶ - ۱۰ آنہ - ۴۷ - ۱۰ پائی
 ۴۸ - ۲۰۰۰ - ۴۹ - ۱۲۱۲۵ - ۵۰ - ۱۲۱۲۵ - ۵۱ - ۱۲۱۲۵ - ۵۲ - ۱۲۱۲۵ - ۵۳ - ۱۲۱۲۵ - ۵۴ - ۱۲۱۲۵ - ۵۵ - ۱۲۱۲۵ - ۵۶ - ۱۲۱۲۵ - ۵۷ - ۱۲۱۲۵ - ۵۸ - ۱۲۱۲۵ - ۵۹ - ۱۲۱۲۵ - ۶۰ - ۱۲۱۲۵
 ۶۱ - ۱۲۱۲۵ - ۶۲ - ۱۲۱۲۵ - ۶۳ - ۱۲۱۲۵ - ۶۴ - ۱۲۱۲۵ - ۶۵ - ۱۲۱۲۵ - ۶۶ - ۱۲۱۲۵ - ۶۷ - ۱۲۱۲۵ - ۶۸ - ۱۲۱۲۵ - ۶۹ - ۱۲۱۲۵ - ۷۰ - ۱۲۱۲۵
 ۷۱ - ۱۲۱۲۵ - ۷۲ - ۱۲۱۲۵ - ۷۳ - ۱۲۱۲۵ - ۷۴ - ۱۲۱۲۵ - ۷۵ - ۱۲۱۲۵ - ۷۶ - ۱۲۱۲۵ - ۷۷ - ۱۲۱۲۵ - ۷۸ - ۱۲۱۲۵ - ۷۹ - ۱۲۱۲۵ - ۸۰ - ۱۲۱۲۵
 ۸۱ - ۱۲۱۲۵ - ۸۲ - ۱۲۱۲۵ - ۸۳ - ۱۲۱۲۵ - ۸۴ - ۱۲۱۲۵ - ۸۵ - ۱۲۱۲۵ - ۸۶ - ۱۲۱۲۵ - ۸۷ - ۱۲۱۲۵ - ۸۸ - ۱۲۱۲۵ - ۸۹ - ۱۲۱۲۵ - ۹۰ - ۱۲۱۲۵
 ۹۱ - ۱۲۱۲۵ - ۹۲ - ۱۲۱۲۵ - ۹۳ - ۱۲۱۲۵ - ۹۴ - ۱۲۱۲۵ - ۹۵ - ۱۲۱۲۵ - ۹۶ - ۱۲۱۲۵ - ۹۷ - ۱۲۱۲۵ - ۹۸ - ۱۲۱۲۵ - ۹۹ - ۱۲۱۲۵ - ۱۰۰ - ۱۲۱۲۵

منبری (۲۳)

- ۱ - ۴ کعب فٹ ۱۰۲۸ کعب انچ - ۲ - ۱۲ کعب فٹ ۵۰۹ کعب انچ - ۳ - ۴ کعب فٹ ۲۹۲ کعب انچ - ۴ - ۳ کعب گز ۲۲ کعب فٹ ۶۶۸ کعب انچ - ۵ - ۱۰ فٹ ۶ - ۶ گز ۳ انچ - ۶ - ۱۱ مربع فٹ ۳۶ مربع انچ - ۷ - ۸ مربع فٹ ۴۸ مربع انچ - ۸ - ۱۰ مربع فٹ ۵۳ کعب انچ - ۹ - ۱۳ کعب فٹ ۱۰۱۲ کعب انچ - ۱۰ - ۵۳ کعب فٹ ۸۱۲ کعب انچ - ۱۱ - ۵۹ کعب فٹ ۵۴۵۶ کعب انچ - ۱۲ - ۳ کعب گز ۲۵ کعب فٹ ۱۶۳۲ کعب انچ - ۱۳ - ۱۳ کعب انچ - ۱۴ - ۱۲ کعب فٹ ۱۵ - ۱۵ کعب فٹ ۱۶ - ۱۶ کعب فٹ ۱۷ - ۱۷ کعب فٹ ۱۸ - ۱۸ کعب فٹ ۱۹ - ۱۹ کعب فٹ ۲۰ - ۲۰ کعب فٹ ۲۱ - ۲۱ کعب فٹ ۲۲ - ۲۲ کعب فٹ ۲۳ - ۲۳ کعب فٹ ۲۴ - ۲۴ کعب فٹ ۲۵ - ۲۵ کعب فٹ ۲۶ - ۲۶ کعب فٹ ۲۷ - ۲۷ کعب فٹ ۲۸ - ۲۸ کعب فٹ ۲۹ - ۲۹ کعب فٹ ۳۰ - ۳۰ کعب فٹ ۳۱ - ۳۱ کعب فٹ ۳۲ - ۳۲ کعب فٹ ۳۳ - ۳۳ کعب فٹ ۳۴ - ۳۴ کعب فٹ ۳۵ - ۳۵ کعب فٹ ۳۶ - ۳۶ کعب فٹ ۳۷ - ۳۷ کعب فٹ ۳۸ - ۳۸ کعب فٹ ۳۹ - ۳۹ کعب فٹ ۴۰ - ۴۰ کعب فٹ ۴۱ - ۴۱ کعب فٹ ۴۲ - ۴۲ کعب فٹ ۴۳ - ۴۳ کعب فٹ ۴۴ - ۴۴ کعب فٹ ۴۵ - ۴۵ کعب فٹ ۴۶ - ۴۶ کعب فٹ ۴۷ - ۴۷ کعب فٹ ۴۸ - ۴۸ کعب فٹ ۴۹ - ۴۹ کعب فٹ ۵۰ - ۵۰ کعب فٹ ۵۱ - ۵۱ کعب فٹ ۵۲ - ۵۲ کعب فٹ ۵۳ - ۵۳ کعب فٹ ۵۴ - ۵۴ کعب فٹ ۵۵ - ۵۵ کعب فٹ ۵۶ - ۵۶ کعب فٹ ۵۷ - ۵۷ کعب فٹ ۵۸ - ۵۸ کعب فٹ ۵۹ - ۵۹ کعب فٹ ۶۰ - ۶۰ کعب فٹ ۶۱ - ۶۱ کعب فٹ ۶۲ - ۶۲ کعب فٹ ۶۳ - ۶۳ کعب فٹ ۶۴ - ۶۴ کعب فٹ ۶۵ - ۶۵ کعب فٹ ۶۶ - ۶۶ کعب فٹ ۶۷ - ۶۷ کعب فٹ ۶۸ - ۶۸ کعب فٹ ۶۹ - ۶۹ کعب فٹ ۷۰ - ۷۰ کعب فٹ ۷۱ - ۷۱ کعب فٹ ۷۲ - ۷۲ کعب فٹ ۷۳ - ۷۳ کعب فٹ ۷۴ - ۷۴ کعب فٹ ۷۵ - ۷۵ کعب فٹ ۷۶ - ۷۶ کعب فٹ ۷۷ - ۷۷ کعب فٹ ۷۸ - ۷۸ کعب فٹ ۷۹ - ۷۹ کعب فٹ ۸۰ - ۸۰ کعب فٹ ۸۱ - ۸۱ کعب فٹ ۸۲ - ۸۲ کعب فٹ ۸۳ - ۸۳ کعب فٹ ۸۴ - ۸۴ کعب فٹ ۸۵ - ۸۵ کعب فٹ ۸۶ - ۸۶ کعب فٹ ۸۷ - ۸۷ کعب فٹ ۸۸ - ۸۸ کعب فٹ ۸۹ - ۸۹ کعب فٹ ۹۰ - ۹۰ کعب فٹ ۹۱ - ۹۱ کعب فٹ ۹۲ - ۹۲ کعب فٹ ۹۳ - ۹۳ کعب فٹ ۹۴ - ۹۴ کعب فٹ ۹۵ - ۹۵ کعب فٹ ۹۶ - ۹۶ کعب فٹ ۹۷ - ۹۷ کعب فٹ ۹۸ - ۹۸ کعب فٹ ۹۹ - ۹۹ کعب فٹ ۱۰۰ - ۱۰۰ کعب فٹ

سوالات امتحان نمبری (۲۳)

- ۱- ۹۳۵۳۰۷ کعب فٹ
- ۲- $\frac{2}{9}$
- ۳- ۵۰۹۱۱ کعب فٹ
- ۵- ۸۱۶۱۸۹۸ کعب فٹ
- ۸- ۱۱۷۳۲ کعب فٹ
- ۹- ۱۸۸۵۶۱۸ کعب فٹ
- ۱۰- ... ۲۸۸۷ کعب فٹ
- ۱۱- ۳۷۳۲ کعب فٹ تقریباً
- ۱۲- $\frac{2}{3}$ ۱۶۶ کعب فٹ
- ۱۳- ۲۰۳۶۴۶۷ کعب انچ
- ۱۴- ۲۷۰۸ کعب انچ
- ۱۵- ۳۸۵۷۹ کعب فٹ
- ۱۶- $\frac{1}{4}$ ا ب ع ۱۲:۱۷ $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{5}$ ب
- ۱۷- ۲۷۳۲ کعب فٹ
- ۱۸- ۲۷۳۲ کعب فٹ
- ۱۹- ۶۳۶۳۹۴ کعب فٹ
- ۲۰- ۳۶۳۹۹ کعب فٹ
- ۲۱- $\frac{1}{18}$ ۱۴۹۳ کعب فٹ
- ۲۲- ۱۰۶۹۶۶۶ پونڈ شلنگ
- ۲۳- $\frac{1}{4}$ ۴۱ کعب فٹ
- ۲۴- ۲۹۱۵۹۳ کعب فٹ
- ۲۵- $\frac{2}{15}$ ۱۱۶ کعب فٹ
- ۲۶- $\frac{5}{2}$ ۳۷ کعب انچ
- ۲۷- $\frac{3}{2}$ ۳۳۹ کعب انچ
- ۲۸- $\frac{3}{2}$ ۳۳۹ کعب انچ
- ۲۹- $\frac{1}{5}$ ۲۰ کعب انچ
- ۳۰- ۶۲۶۸ گیلن تقریباً
- ۳۱- $\frac{5}{2}$ کعب فٹ
- ۳۲- ۲۵۹۷۸ کعب انچ
- ۳۳- ۶۶۲ کعب فٹ تقریباً
- ۳۴- $\frac{3}{4}$ ۱۸ فٹ ۳۰۲۲۹ فٹ ۱۹۵ فٹ ۱۰۶۰۴
- ۳۵- ۳۲۱ کعب انچ تقریباً
- ۳۶- ۳۲۵۸۵۱۲ کعب انچ
- ۳۷- ۶۳۵۳۹ کعب انچ
- ۳۸- ۱۹۳۰۵۹۷۱ کعب انچ
- ۳۹- ۱۵۶۷۰۵ گیلن

نمبری (۲۴)

- ۱- ۱۰۰۸ کعب انچ
- ۲- ۲ کعب فٹ ۱۲۶۹ کعب انچ
- ۳- ۱۵۳۶ کعب انچ
- ۴- ۵۵۳۵۲۵ کعب انچ
- ۵- ۴۱۲ کعب انچ
- ۶- ۱۱۳۵۸۹۰۶۲۵ کعب انچ
- ۷- ۱۵۵۸۸ کعب فٹ

سوالات امتحان ۲۴

- ۱- $\frac{1}{3}$ اکعب انچ ۲- $\frac{1}{2}$ اکعب فٹ ۲۲۸ اکعب انچ ۳- $\frac{12}{13}$ اکعب میٹر
- ۵- ۱۱۵۵ اکعب انچ ۲۶۲ اکعب انچ ۶- $\frac{49}{198}$ انچ ۷- $\frac{1}{2}$ اکعب انچ
- ۸- ۵۹ اکعب انچ ۱۹۱ اکعب انچ ۲۲۹ اکعب انچ ۹- ۳۵ اکعب فٹ
- ۱۰- ۹۹۵۹۲ اکعب انچ ۱۱- ۳۶۰ اکعب انچ ۳۶۲ اکعب انچ ۱۰۰ اکعب انچ
- ۱۲- ۹۶۹۹۲۸ اکعب انچ ۱۳- ۳۲۲۰ اکعب انچ

نمبری (۲۵)

- ۱- ۹۳۵۲۰۰ اکعب فٹ ۲- ۳۳۵۹۸ اکعب فٹ
- ۳- ۳۱۳۳۲ اکعب انچ ۴- ۳۰۶۹۰۹ اکعب فٹ
- ۵- ۱۱۲۵۹۲ اکعب فٹ ۶- ۱۸۵۰۵ اکعب فٹ

سوالات امتحان ۲۵

- ۱- اس کے حجم کا ۲۰۶۲۸۶ ۳۰۶۲۸۶ ۹۹۳۳۵۶۸ پرلڈ ۳- ۳۶ اکعب فٹ
- ۴- ۲۷۷۷۷ اکعب انچ ۵- $\frac{53}{54}$ اکعب فٹ

نمبری (۲۶)

- ۱- ۵۹۵ اکعب فٹ ۲- ۵۵۵۳۵ اکعب فٹ ۳- ۱۴۱۴ ٹن
- ۴- ۱۴۶۶۵۶ اکعب گز ۵- ۲۶۶ اکعب انچ ۳۹۲ اکعب انچ
- ۶- ۲۹۲۳۲۸ اکعب انچ ۷- ۴۳۷ گیلن تقریباً ۸- ۶۵۰ اکعب فٹ
- ۹- $\frac{1}{4}$ اکعب گز

سوالات (۲۶) ب

- ۱- ۱۹۶۳۲۲ کعب فٹ ۲- ۵۹۶۵۹ کعب اینچ ۳- ۷ کعب فٹ تقریباً۔
 ۴- ۹۶۹ کعب فٹ تقریباً ۵- ۹۹۹۰ کعب اینچ ۶- ۶۲۵۹ کعب فٹ۔
 ۷- ۴۲۹ کعب فٹ۔ ۸- ۵۷۵ کعب فٹ ۹- ۳۸۶۴ کعب فٹ۔
 ۱۰- ۵۵۶۱۰ کعب گز ۱۱- ۵۱۰ کعب اینچ ۱۲- ۱۱۲۹ کعب اینچ ۸۲۶۴
 کعب اینچ ۱۳- ۲۷۰۴ کعب اینچ ۱۴- ۳۱۵۶۴ کعب فٹ۔

سوالات امتحان ۲۶

- ۱- ۵۰۶۲۰۵ گیلن ۲- ۸۴۲ پونڈ ۳- شلنگ $\frac{1}{5}$ پنس۔
 ۴- ۱۰۱۰۰ کعب فٹ ۵- ۲۹۶۸۰ کعب اینچ ۶- $\frac{2}{3}$ ۷- ۵۸۰ کعب گز
 ۸- ۲۶۶۴ کعب فٹ ۹- $\frac{2}{3}$ ۱۰- ۵۱۶ کعب گز ۱۱- ۲۶۶۴ کعب گز
 ۱۲- ۲۶۶۴ کعب اینچ ۱۳- ۱۰۰ کعب اینچ۔
 ۱۴- ۴۷۲ کعب گز ۱۵- ۳۳۳۱ کعب فٹ۔
 ۱۶- ۹۲۵۹۲۹ کعب فٹ ۱۷- ۱۰۰۰۰ کعب فٹ۔
 ۱۸- ۱۹۸ کعب فٹ ۱۹- ۱۲۶ کعب فٹ ۲۰- ۲۰۲ کعب فٹ۔
 ۲۱- ۳ کعب فٹ ۲۲- ۱۵۹ کعب فٹ ۲۳- ۶۵۱ کعب فٹ۔
 ۲۴- ۲۸۰۲۶ کعب گز ۲۵- ۶۰۰ کعب فٹ ۲۶- ۶۴۸ کعب فٹ تقریباً۔
 ۲۷- ۱۳ کعب فٹ تقریباً ۲۸- $\frac{1}{13}$ عمر ۲۹- (۱۸۰ + ۱۸۰) (۱۸۰ + ۱۸۰)۔
 ۳۰- ۴۶۴۰۰ کعب فٹ تقریباً ۳۱- ۱۴۷ کعب فٹ ۳۲- ۱۶۲۶۳۸ کعب فٹ۔
 ۳۳- ۱۲۵۰۰۰ روپیہ ۳۴- ۱۲۶۱۵ کعب فٹ تقریباً۔
 ۳۵- ۳۱۵۶۳ کعب اینچ ۳۶- ۵۶۲ کعب گز ۳۷- ۱۹۸ کعب گز ۳۸- ۳۸ کعب اینچ۔

- ۳۹۔ ۱۲ ۳۷۰۔ کعب انچ تقریباً ۴۰۔ ۵ پونڈ ۳۹ اونس (اور ڈوپائس) تقریباً
 ۴۱۔ ۵ ۳۷۲، کعب فٹ ۴۲۔ ۱۳۶ گنا تقریباً ۴۴۔ ۲۵۰۵ انچ۔
 ۴۵۔ ۴ ہندسہ ڈویٹ ۳ کوارٹر ۲۲ پونڈ ۴ اونس۔
 ۴۶۔ ۱ میل ۱۰۰ گز افٹ ۳ ۵/۹ انچ ۴۷۔ ۲۵ ۲۸۲۶ کعب فٹ۔
 ۴۸۔ ۵ ۹۱۷ کعب فٹ ۵۱۔ ۴۸ فٹ ۵۲۔ ۵ ۲ انچ۔
 ۵۳۔ ۵۸۰۶۰۰ انچ فی گھنٹہ ۵۴۔ ۳۰ پونڈ ۲ شلنگ ۲ پنس تقریباً۔
 ۵۵۔ ۱۲۶۹ انچ تقریباً ۲۳۶۹ انچ تقریباً ۵۶۔ ۹۱ گیلن تقریباً۔
 ۵۷۔ ۹۵۸ روپیہ ۹ آنہ ۵۸۔ ۱۳ روپیہ ۸ آنہ ۶ پانی۔
 ۶۰۔ ۹۶۵۴ کعب فٹ تقریباً ۶۱۔ ۱۴۱۶۸ کعب گز تقریباً۔
 ۶۲۔ ۹۲ پونڈ ۶۳۔ ۱/۲ ۶۸ ۹۵۴ کعب فٹ ۶۴۔ ۶۶ مرتبہ۔
 ۶۵۔ ۱/۲ ۷۰ ۷۰۹ کعب فٹ تقریباً ۶۶۔ ۲۵۹۳ انچ ۶۷۔ ۱/۲ ۳۶۲۱ کعب

نمبری (۲۷)

- ۱۔ ۱/۲ ۳۸۱ کعب فٹ ۲۔ ۱۶۶۳۳ کعب فٹ ۳۔ ۱۲۰۶۳۶۲ کعب انچ۔
 ۴۔ ۳۶۳۷۹ کعب گز ۵۔ ۷ فٹ ۶۔ ۶ انچ ۷۔ ۱۶۵۸۷ کعب انچ۔
 ۸۔ ۳۷۰۶۴۰ کعب انچ ۹۔ ۱۹۰۹ گولیاں ۱۰۔ ۱۰۶۵۴ گیلن تقریباً۔
 ۱۱۔ ۹ ہندسہ ڈویٹ ۲ کوارٹر ۱۱ ۱/۲ پونڈ ۱۲۔ ۳۴۴۲ مٹ ۱۳۔ ۱۱۳۷۷ کعب فٹ
 ۱۴۔ ۱۰۱۵۸۲ پونڈ ۱۵۔ ۲۵۵۶۹۹ کعب انچ ۱۶۔ ۱۸۶۰۵۰ پونڈ۔
 ۱۷۔ ۹۶۵۸۸۰۹ پونڈ ۱۸۔ ۱/۲ ۹۶۵۴ کعب انچ ۱۹۔ ۵۶۶۹۳۱ کعب انچ۔

سوالات امتحان ۲۷

- ۱۔ ۳ ۱/۲ کعب فٹ ۲۔ ۱۵۲۵۹۹ انچ ۳۔ ۶۶۶۹۔
 ۵۔ ۱۴ ۱/۲ کعب فٹ ۶۔ ۱/۲ ۴ انچ ۷۔ ۴۸۵۱ کعب انچ۔

- ۸ - ۲۳.۵۲۳ کعب میل تقریباً ۹ - ۲۵۵۳ انچ ۱۰ - ۲۶۹۳.۴۶۲ انچ -
 ۱۱ - $\frac{1}{3}$ - ۱۲ - ۲۳۹۹.۱۵ پونڈ ۱۳ - ۲ فٹ ۶ انچ ۱۴ - $\frac{5}{8}$ - پونڈ -
 ۱۵ - ۱۴۱۳۲۱ فٹ ۱۶ - $\frac{191491}{1013}$ یا $\frac{3}{8}$ تقریباً -
 ۱۷ - $\frac{2}{11}$ - ۱۸ - ۱۶ گولیاں ۱۹ - ۲۳ کعب فٹ ۲۰ - ۸۶۲۰ اشخاص -
 ۲۱ - $\frac{112}{3}$ کعب فٹ ۲۲ - ۱۵۰۳۰.۵۸ پونڈ ۲۳ - ۶۶۶۶ انچ -
 ۲۴ - ۲۲۰۴.۶۶۶ انچ ۲۵ - ۲۰۱ پونڈ $\frac{3}{8}$ ۱۳ اونس ۲۶ - نصف قطر ۲۰.۶ سو -
 ۲۷ - ۲۸ کعب فٹ ۲۸ - ۸۵۵۴ انچ ۲۹ - ۲۰۶۳ گیلن ۳۰ - ۶۶۶۶ کعب فٹ
 ۳۱ - ۱۲۹۹۶۸۴ کعب انچ ۳۲ - ۱۹۶ پونڈ تقریباً ۳۳ - ۱۶۸ پونڈ $\frac{1}{4}$ ۵ اونس
 ۳۴ - $\frac{11}{3}$ کعب فٹ ۳۵ - ۲۰۶۰۰ پونڈ -

نمبری (۲۸)

- ۱ - $\frac{20}{11}$ کعب انچ ۲ - $\frac{5}{2}$ - ۱۹ کعب انچ ۳ - $\frac{11}{11}$ کعب انچ
 ۴ - $\frac{2}{3}$ - ۱۰ کعب انچ ۵ - $\frac{1}{2}$ - ۱۱۳ کعب فٹ ۶ - $\frac{11}{11}$ کعب فٹ
 ۷ - ۹۲ کعب انچ، $\frac{1}{2}$ - ۲۲۹۲ کعب انچ ۸ - $\frac{15}{11}$ - ۱۳۵ کعب انچ
 ۹ - $\frac{114}{546}$ کعب انچ، $\frac{15}{11}$ - ۱۳۵ کعب انچ ۹ - ۹۵۲۹ کعب انچ تقریباً
 ۱۰ - ۸۸۰۶۶۶ کعب انچ ۱۱ - ۵ گیلن ۱۲ - $\frac{1}{2}$ کعب فٹ
 ۱۳ - ۱۸۰ کعب فٹ، $\frac{5}{8}$ - ۱۸۰ کعب فٹ - $\frac{11}{11}$ کعب فٹ
 ۱۴ - ۱۳ کعب فٹ ۱۳۶ کعب انچ ۱۵ - $\frac{1}{11}$ - ۸۲۱ کعب انچ -

سوالات امتحان ۲۸

- ۱ - $\frac{8}{11}$ کعب فٹ ۲ - $\frac{5}{12}$ - ۳ - $\frac{23}{56}$ کعب فٹ -
 ۴ - $\frac{8}{11}$ کعب فٹ ۵ - ۳۶۹۶۹۱۹ کعب انچ ۶ - ۲۳۵۱ کعب انچ
 ۷ - ۳۳۵۱ کعب انچ، ۳۶۹۲ کعب انچ، ۳۶۹۲ کعب انچ -

- ۶ - $\frac{1}{2}$ - ۱۲۰ کعب انچ ۹۲ کعب انچ ۹۲ کعب انچ ۸ - ۴۰۰ کعب
 ۹ - ۲۰۵۸۸ پونڈ تقریباً ۱۰ - ۱۲ انچ ۱۱ - ۲۰۶۹۰ کعب فٹ -
 ۱۲ - $\frac{1}{2}$ - ۲۲۶۲ کعب فٹ ۹۲ کعب فٹ ۱۳ - ۱۸ گیلن -
 ۱۳ - ۲۶۵۲ کعب انچ تقریباً - ۱۵ - $\frac{1}{3}$ - ۴۵۸ کعب فٹ -
 ۱۴ - ۳۴۵ کعب انچ - ۱۶ - ۳۷۷ کعب فٹ -
 ۱۸ - ۴۵۴۰۰ کعب انچ ۱۹ - ۴۶۹۹ فٹ ۲۰ - ۱۸۶۵ پونڈ -
 ۲۱ - $\frac{1}{2}$ - ۱۸۸ کعب فٹ ۲۲ - $\frac{1}{2}$ - ۲۲۱۳ کعب انچ ۲۳ - ۱۹۸۰ کعب انچ

نمبری (۲۹)

- ۱ - ۸:۳۴۳ - ۲ - افٹ ۳ انچ ۳ - $\frac{1}{100}$ - ۹ کعب انچ -
 ۴ - ۳۲۷۶ پونڈ ۵ - ۱۵ افٹ ۶ - ۱۵۵۴۴ انچ ۷ - ۱۲۶ انچ
 ۸ - ۵:۴ - ۹ - $\frac{1}{10}$ فٹ ۱۰ - ۸:۴ - ۱۱ - ۲۳۸ فٹ
 ۱۲ - ۸۵۳۲ فٹ ۱۶ - ۲۱۶ فٹ ۱۵ - ۱۵۱۵ فٹ

سوالات امتحان ۲۹

- ۱ - ۹۸ کعب تقریباً ۲ - خود کا ۲۰۶۰۳ - ۳ - ۱۹:۴ -
 ۴ - ۱۶۵۲ انچ ۵ - ۱۲۵:۶۴ - ۸ - ۲۷۷ فٹ تقریباً
 ۹ - ۱۶۹ فٹ ۱۰ - ۱۶۱۲ انچ ۱۱ - ۱۲۵۹۴ انچ ۱۲ - ۱۰۶۲۳۹ انچ
 ۱۱ - ۲۲۰ پونڈ ۱۲ - ۵:۳ - ۱۴ - ۱۳۵۸ انچ ۱۵ - ۱۳۵۹۴ انچ
 ۱۵ - ۸۱ انچ ۱۰۸ انچ ۱۶ - $\frac{1}{2}$ کعب انچ ۱۷ - ۳۵۴۸ انچ

نمبری (۳۰)

- ۱ - $\frac{1}{2}$ - ۵ مربع فٹ ۲ - ۹۶ مربع فٹ ۱۲۳ مربع انچ -

- ۳- ۲۹ مربع گز ۸ مربع فٹ ۱۰۲ مربع انچ ۴- ۷۷ مربع فٹ ۶ مربع انچ -
 ۵- ۲۰ مربع گز ۱ مربع فٹ ۷۲ مربع انچ ۶- ۵۰ مربع گز ۹۶ مربع انچ -
 ۷- ۲ شلنگ $\frac{21}{4}$ پینس ۸- ۷۷ مربع فٹ تقریباً ۹- ۲۷۷ مربع فٹ تقریباً -
 ۱۰- ۱۰۰۰ مربع انچ ۱۱- ۱۲۰۰ مربع انچ ۱۲- ۹۶ مربع فٹ ۱۰۰ مربع انچ
 ۱۳- ۱۵۴۹ مربع انچ ۱۴- ۱۵ پونڈ ۶ شلنگ ۸ پینس ۱۵- ۲۵۰۰ مربع فٹ
 ۱۸- ۲۳۹۰ مربع فٹ ۱۹- ۱۲۷۸۲ مربع فٹ ۲۰- ۶۵۶۷۹۵ مربع فٹ
 ۲۱- ۹۱۶۷۷ مربع فٹ ۲۲- ۳ پونڈ ۷ شلنگ $\frac{1}{4}$ پینس ۲۳- ۱۰ مربع انچ -
 ۲۴- ۱۱۵۲ مربع انچ ۲۵- ۲۲۳۳ مربع انچ ۲۶- ۲۰ مربع فٹ -
 ۲۷- ۲۲۷۳۰۱۲۷ مربع فٹ ۲۸- ۶۲۷۸۰۷۲ مربع انچ ۲۹- ۱۹۶۰ مربع انچ
 ۳۰- ۱۲۱۸ مربع انچ تقریباً ۳۱- ۱۱ مربع انچ ۳۲- ۱۰ پونڈ ۱۰ شلنگ ۷ پینس
 ۳۳- ۹۶۸۱۳۴۱۳ مربع انچ ۳۴- ۲۹۶۷۲۱۱ مربع انچ ۳۵- ۲۸۲۹ مربع انچ تقریباً
 ۳۶- ۹۷۵۸ مربع انچ ۳۷- ۱۶۸۰ مربع انچ ۳۸- $\frac{115}{4}$ مربع فٹ -
 ۳۹- $\frac{23}{4}$ مربع فٹ ۴۰- ۹۶۰۰ مربع فٹ ۴۱- ۴۸۰۰ مربع انچ -
 ۴۲- ۲۰۹ مربع فٹ ۴۳- ۶۱ مربع فٹ ۴۴- ۱۲۱ مربع انچ -
 ۴۵- ۱۷ پونڈ ۱۱ شلنگ ۳ پینس ۴۶- ۲۵۶ مربع انچ -

سوالات امتحان

- ۱- ۳۷ پونڈ ۱۲ شلنگ $\frac{1}{4}$ پینس ۲- ۸۲۸۲ مربع فٹ ۱۲ مربع فٹ ۳۴۱ کعبہ
 ۳- ۸۹ مربع تقریباً ۴- ۲ پونڈ ۱۱ شلنگ ۲ پینس ۵- ۱۰ پونڈ ۱۰ شلنگ $\frac{1}{4}$ پینس
 ۶- ۱۱ شلنگ ۳ پینس ۷- ۱۳۴۱۳۴۱۳ مربع انچ ۸- ۲۹۶۷۲۱۱ مربع فٹ ۹- ۶۵۶۷۹۵ مربع فٹ
 ۱۰- ۱۰۷۲۷۷۷ مربع فٹ تقریباً ۱۱- ۱۰ پونڈ ۱۰ شلنگ ۱۳- ۹۰ مربع فٹ -
 ۱۲- $\frac{115}{4}$ مربع فٹ $\left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right\}$ ۱۵- ۲۵ روپیہ ۸ آنہ ۲ پائی -
 ۱۶- ۱۷۷۳۰۵۰۸ مربع فٹ ۱۷- ۶۵۳۷۸۸ پونڈ تقریباً -

- ۱۸- ۱۷۷۷۸ مربع فٹ ۱۹- ۶۵۵ مربع انچ ۲۰- ۱۶۰ روپیہ تقریباً۔
 ۲۱- ۸۵ روپیہ ۱۱ آنہ ۲ پائی ۲۲- ۲۱ مربع فٹ ۲۳- ۱۲۵۶۶ مربع فٹ
 ۲۴- ۲۳۵۶۹۹ مربع فٹ ۲۵- ۱۱۱۳ مربع فٹ ۲۶- ۸۶۱۹۱۵ مربع انچ ۲۳۷۱
 مربع انچ ۲۷- $۳۲\frac{۳}{۴}$ مربع فٹ ۲۸- ۱۰ فٹ ۷ فٹ ۷ فٹ ۸ فٹ -
 ۲۹- ۲۶۷۷ مربع فٹ تقریباً۔

نمبری (۳۱)

- ۱- ۶۶ مربع فٹ ۲- $۵۰\frac{۱۹}{۲۸}$ مربع فٹ ۳- $۸\frac{۱۳}{۴۲}$ مربع فٹ
 ۴- $۲۳۲۵\frac{۵}{۲}$ مربع انچ ۵- $۱۲\frac{۲}{۳}$ مربع فٹ ۶- $۵۴\frac{۱}{۱۱}$ مربع فٹ
 ۷- $۱۰\frac{۱}{۴}$ انچ ۸- ۷ انچ ۹- ۳ انچ ۱۰- $۳\frac{۱}{۴}$ انچ ۱۱- ۷ انچ
 ۱۲- ۴ پونڈ ۶ شلنگ ۹ پینس ۱۳- ۲۴۰ مربع انچ ۱۴- ۱:۲-
 ۱۵- ۱۵۳۵۹۲ مربع انچ ۱۶- ۲۳۵۶۳۶ مربع انچ ۱۹- ۳۹۶ مربع انچ-
 ۲۰- $۵۰۳\frac{۳۷}{۴۹}$ مربع انچ ۲۱- $۷۹\frac{۱}{۴۹}$ مربع انچ ۲۲- $۶\frac{۱}{۴}$ انچ-

سوالات امتحان ۳۱

- ۱- $۵۷۹\frac{۱۷}{۱۹}$ مربع فٹ ۲- ۱ انچ ۲ انچ ۳- ۴ ۴- ۲:۱-
 ۵- ۱۴۶۳۵۷۷ انچ ۷- $۱۹\frac{۱}{۱۱}$ انچ ۸- $۱۸۳\frac{۱۹}{۱۹۹}$ مربع انچ ۹- ۸۰۰ روپیہ

نمبری (۳۲)

- ۱- ۵۳۷۹ مربع فٹ ۲- $۷۷\frac{۱۱}{۱۴}$ مربع فٹ ۳- $۸\frac{۳۱}{۴۹}$ مربع فٹ
 ۴- ۶ انچ-

نمبری (۳۳)

- ۱- ۳ مربع فٹ ۳۰ مربع انچ ۲- ۵ مربع فٹ $\frac{1}{4}$ ۷۷ مربع انچ۔
- ۳- ۶ مربع فٹ $\frac{3}{4}$ ۶۹ مربع انچ ۴- ۷ مربع فٹ ۴۸ مربع انچ۔
- ۵- ۲ مربع فٹ $\frac{1}{2}$ ۱۳۹ مربع انچ ۶- ۱۴ مربع فٹ $\frac{1}{2}$ ۹۲ مربع انچ۔
- ۷- ۸ مربع فٹ $\frac{5}{8}$ ۷۷ مربع انچ ۸- ۳ مربع فٹ ۱۱۸ مربع انچ۔
- ۹- ۴۴ مربع فٹ $\frac{1}{2}$ ۲۸ مربع انچ ۱۰- ۹۶ مربع فٹ ۳۶ مربع انچ۔
- ۱۱- ۱۳ مربع فٹ ۶۴ مربع انچ ۱۲- ۱ مربع فٹ $\frac{1}{2}$ ۱۳۸ مربع انچ۔
- ۱۳- ۴۱ مربع فٹ $\frac{1}{2}$ ۱۳۰ مربع انچ ۱۴- ۱۱۰ مربع فٹ ۱۳۲ مربع انچ۔
- ۱۵- ۷ انچ ۱۶- ۶ انچ ۱۷- ۵ انچ ۱۸- ۵ انچ ۱۹- ۷ انچ۔
- ۲۰- ۲۲۱ انچ۔

سوالات امتحان ۳۳

- ۱- ۲۸ و ۲۳۶ مربع فٹ تقریباً ۲- $\frac{1}{2}$ ۷۷ مربع انچ۔
- ۳- ۲۲۱ و ۲۶۹ مربع انچ ۴- ۱۲ و ۱۲۰ مکعب فٹ ۵- ۱۲ پونڈ۔
- ۶- ۳ پونڈ ۹ شلنگ ۱۲ و ۷ پنس ۷- $\frac{1}{4}$ ط ۸- $\frac{1}{4}$ ۸۳ فٹ۔
- ۹- $\frac{1}{4}$ ۹۳ مربع گز تقریباً۔

نمبری (۳۴)

- ۱- ۸۷ مربع انچ ۲- ۶ مربع فٹ ۳- ۶ مربع فٹ ۱۶ مربع انچ۔
- ۴- ۸۵ مربع فٹ ۸۰ مربع انچ ۵- ۹ مربع فٹ ۱۳۴ مربع انچ۔
- ۶- ۱۱۳ مربع فٹ ۴۲ مربع انچ ۷- ۳۷ مربع فٹ ۶۲ مربع انچ۔

- ۸۔ ۶۰ مربع فٹ ۵۰ مربع انچ ۹۔ $\frac{1}{2}$ - ۲۶۷ مربع انچ۔
 ۱۰۔ ۷ مربع فٹ $\frac{3}{4}$ - ۱۳ مربع انچ ۱۱۔ ۹ پونڈ ۱۱ شلنگ $\frac{43}{84}$ - ۶ پنس۔
 ۱۲۔ ۱۱۱۱۵۰۵۰۵۰ مربع انچ۔

سوالات امتحان ۳۲

- ۱۔ $\frac{3}{4}$ - ۷ مربع انچ ۲۔ ۱۱۰۰ مربع فٹ ۴۔ ۱۹۶۳۵۵ مربع انچ تقریباً۔
 ۵۔ ۲۲۶۶۶۲ مربع فٹ۔

نمبری (۳۵) ا

- ۱۔ ۶۱۶ مربع انچ ۲۔ ۶۸ مربع فٹ ۶۲ مربع انچ ۳۔ ۳۸ مربع فٹ ۷۲ مربع انچ۔
 ۴۔ ۱۱ مربع گز ۴ مربع فٹ $\frac{1}{4}$ - ۱۲۱ مربع انچ ۵۔ ۴ مربع فٹ ۴۰ مربع انچ۔
 ۶۔ ۲۶ مربع فٹ ۱۰۶ مربع انچ ۷۔ ۳۸ مربع فٹ ۷۲ مربع انچ۔
 ۸۔ ۴۵۸۳ مربع فٹ تقریباً ۹۔ ۷ انچ - ۱۰۔ ۴۵۸ انچ۔
 ۱۱۔ ۱ فٹ ۲ انچ ۱۲۔ ۱۲۵ مربع فٹ $\frac{1}{2}$ - ۱۰۲ مربع انچ۔
 ۱۳۔ ۴ پونڈ ۱۲ شلنگ $\frac{9}{11}$ - ۴ پنس ۱۴۔ ۶ پونڈ ۷ شلنگ $\frac{3}{4}$ - ۳ پنس۔
 ۱۵۔ ۲۵۰۲ انچ ۱۶۔ $\frac{1}{2}$ - ۲۵۴ مربع انچ ۱۷۔ ۳ پونڈ ۱۸۔ ۲۱۵۶۶ مربع انچ۔
 ۱۹۔ ۲۱ : ۲۰ : ۲۱ - ۲۱۵۶۶ مربع انچ۔

نمبری (۳۵) ب

- ۱۔ ۹۰ مربع انچ ۲۔ ۱۰۱۵۲ مربع انچ ۳۔ ۸۵۲۵ مربع انچ۔
 ۴۔ ۱ مربع فٹ ۶۶ مربع انچ ۵۔ ۲۲۵۸۸ مربع انچ ۶۔ ۸۴۳۸۸ مربع انچ۔
 ۷۔ ۲ مربع فٹ $\frac{3}{4}$ - ۱۰۵ مربع انچ ۸۔ ۴۵۲ مربع فٹ $\frac{1}{2}$ - ۸۲ مربع انچ۔

- ۵- ۱۶۶ فٹ $\frac{1}{2}$ انچ یا ۸۵ فٹ ۶-۵۶ انچ ۸- ۳۸۳۷ مربع انچ
- ۹- ۳۲۰۵ مربع انچ ۱۱- ۲۰۸۳ کعب فٹ ۱۹ روپیہ ۸ آنہ ۱۲- $\frac{1}{4}$ فٹ
- ۱۳- ۳۱۲ $\frac{1}{4}$ کعب فٹ ۱۴- ۵۰ مربع گز ۱۶- ۶ فٹ ۴۷۷
- ۱۷- ۲۲۰ ٹن ۱۹ کعب فٹ ۲۰- ۱۹۲۳ مربع انچ
- ۲۱- $\frac{1}{2}$ انچ ۲۲- ۲۶۹ فٹ ۲۳- ۳۲۳ فٹ ۲۴- ۳۱ فٹ
- ۲۵- ۱۶۵۳ مربع فٹ ۲۶- $\frac{1}{2}$ ۹۸۰ پونڈ ۲۷- $\frac{1}{8}$ مربع انچ
- ۲۸- ۱۵ انچ ۲۹- ۱۰۰ گز ۳۰- ۷۸۷ مربع گز ۳۱- ۶۴
- ۳۲- ۳۲۹۰۰۰ ۳۳- ۱۳۱۸۵ مربع فٹ ۳۴- ۱۹۲۴۵۰ مربع فٹ
- ۳۵- ۹ کعب فٹ تقریباً ۳۶- $\frac{1}{4}$ ۱۳۷۷۷۷ تقریباً
- ۳۷- ۲۵۴۴ مربع فٹ ۳۸- $\frac{1}{4}$ ۱۲۷۷ فٹ ۳۹- ۱۲۷۷ فٹ ۴۰- ۲۵۴۴
- ۴۱- ۲۸۶۱ گیلن ۴۲- $\frac{1}{2}$ ۳۱ اونس فٹ
- ۴۳- ۲۰۷۷۷۷ ۴۴- ۱۲۷۷ ۴۵- ۲۵۴۴ گز ۴۶- ۲۵۴۴
- ۴۷- ۲۰۷۷۷۷ مربع فٹ تقریباً ۴۸- ۲۵۴۴ فٹ ۴۹- نہیں
- کیونکہ من متوازی الاضلاع میں سے ہر ایک کا رقبہ کی متماثل آگائی ہوا ضروری نہیں
- ۵۰- ۹۲۵۰۰۰ مربع انچ ۵۱- ۳۰۷۷۷۷ گز ۵۲- ۲۵۴۴
- ۵۳- ۱۹۳۲ فٹ ۵۴- ۲۰۷۷ ۵۵- ۸۷۷۷۷۷ ایکڑ ۵۶- ۱۷۷۷۷۷
- ۵۷- ۲۵۴۴ پونڈ ۵۸- ۲۵۴۴ شلنگ ۵۹- ۱۲۷۷۷۷ مربع فٹ
- ۶۰- ۳۵۸۳۲۹۶ ایکڑ ۶۱- ۱۹۶۳۵۰ مربع انچ ۶۲- ۸۲۲۶۷۷ کعب انچ
- ۶۳- ۲۱۰ روپیہ ۸ آنہ تقریباً ۶۴- ۲۰۷۷۷۷ گز یا ۱۰۲۵۴۴ گز
- ۶۵- ۲۹۸۵۸۳ مربع فٹ ۶۶- ۲۵۴۴ ۶۷- ۲۵۴۴ مربع فٹ
- ۶۸- ۲۰۷۷۷۷ مربع انچ ۶۹- ۲۵۴۴ ۷۰- ۲۵۴۴ فٹ
- ۷۱- ۱۹۳۱۳۷۷ مربع فٹ ۷۲- ۱۸۳۱۷۷۷ مربع فٹ ۷۳- ۳۱۲۲
- ۷۴- $\frac{1}{4}$ فٹ اور ۹ فٹ ۷۵- ۱۲۰۰ مربع فٹ ۷۶- ۲۲۷۷۷۷ فٹ ۷۷- ۲۰۷۷۷۷

- ۷۷ - ۸۲۷۷ مربع انچ ۷۸ - ۲۵۳۵ ایکڑ ۸۰ - ۲۵۰۳۳ فٹ تقریباً -
 ۸۱ - ۳۶۰۹۹ فٹ ۲۲ فٹ ۸۲ - ۲۲۸ - کعب فٹ ۲۶ کعب فٹ
 ۸۳ - ۱۰۶۳ - ۱۰۶۳ مربع فٹ ۸۴ - ۸۵۷۰۶۵۵ - ۸۵۷۰۶۵۵ (۲۷۱ + ۲۷۱) فٹ ۲۷۱ مربع فٹ
 ۸۶ - ۳۴۱۲۱۱ - ۸۷ - ۶۹۵۲ فٹ تقریباً ۸۸ - ۱۸۷۷۷۵ مربع گز -
 ۹۰ - ۲۶ - روپیہ ۱۳ آنہ ۳۰ پائی ۹۱ - ۶ - انچ ۹۲ - ۱۳۷۰۹۷۶ کعب انچ -
 ۹۲ - ۱۳۳۳۰ - مربع فٹ ۹۳ - ۲۲۴۵۲۶ مربع زنجیر ۹۴ - ۸۸۶۵۸۱ - مربع فٹ
 ۹۵ - ۱۲۱ - ۹۶ - ۲۶۱۹ - ۹۷ - ۸۵۴۹۶ - ایکڑ -
 ۹۸ - ۲۵ - انچ ۹۹ - ۹۹۶۰ - مربع فٹ ۱۰۰ - ۱۷۰۰ - کعب فٹ ۱۰۱ - ۱۱۷۰۰ -
 ۱۰۱ - ۲۰۱ - کیلیہ ۱۰۲ - ۳۰ - فٹ ۱۰۳ - ۱۰۳ - ۱۱۷۰۰ - کعب فٹ -
 ۱۰۴ - ۶۷۰۳۱۹ - فٹ ۱۰۵ - ۸۳۹۵۵۳ - مربع فٹ -
 ۱۰۶ - ۱۸۳۷۷۱ - فٹ ۱۰۷ - ۱۸۷۰۰ - کعب فٹ ۱۰۸ - ۱۱۷۰۰ - فٹ تقریباً
 ۱۰۸ - ۸۳۶۷۵۰ - مربع کڑی ۱۰۹ - ۱۰۰۰ - گز ۱۱۰ - ۱۱۰۰۰ - مربع کڑی
 ۱۱۱ - ۷۲۷۱۴ - پونڈ ۱۱۲ - ۴۴۰۰ - کعب فٹ ۱۱۳ - ۳۵۴۰ - مربع گز -
 ۱۱۴ - ۲۵۸۲ - ۱۱۵ - ۴۶۶۹ - فٹ ۱۱۶ - ۱۰۷۵۰۴ - انچ -
 ۱۱۷ - ۳ - فٹ ۱۱۸ - ۳۸۰۵ - ایکڑ ۱۱۹ - ۲۶۷۲۸ - کعب فٹ -
 ۱۲۰ - ۳۷۳ - پونڈ تقریباً ۱۲۱ - ۹ - انچ ۱۲۲ - ۶۰۰ - مربع گز -
 ۱۲۳ - ۱۹۹۵۱۰۲ - مربع زنجیر ۱۲۴ - ۹۶ - پونڈ ۱۲۵ - ۷۶۴۵۲ -
 ۱۲۶ - ۲۸ - فٹ ۱۲۷ - ۲۰۸۰۶۰۲۶ - ۱۲۸ - ۵۱۳۳ - ۱۲۹ - ۷۶۴۵۲ - کعب فٹ
 ۱۳۰ - ۵۷۴۲ - انچ تقریباً ۱۳۱ - ۱۵۴۵۰ - اوش ۱۳۲ - ۱۳۰ - ۳۱۴۷۱۸ - کعب فٹ
 ۱۳۱ - ۳۲۷۴ - ۱۳۲ - ۱۳۰۰ - مربع فٹ ۱۳۳ - ۳۰ - فٹ ۱۳۴ - ۵۵۰۰ - فٹ
 ۱۳۴ - ۵۵۰۰ - فٹ ۱۳۵ - ۱۱۷۰۰ - انچ تقریباً ۱۳۶ - ۶۵۳۲۶ - انچ = میل
 ۱۳۷ - ۲۲۶۵۵ - مربع انچ تقریباً ۱۳۸ - ۱۷۷۰۰ - کعب فٹ -
 ۱۳۹ - ۱۹۵۶۸۲۶۴ - کعب انچ ۱۴۰ - ۸۷۳۲ - فٹ ۱۴۱ - ۲۶۸۰۰ - مربع گز
 ۱۴۲ - ۶۸۱۳۵۲ - مربع فٹ ۱۴۳ - ۳۰۷۸۰ - چھوٹی سرحد سے احاطہ
 بندی کا فاصلہ ۱۴۴ - ۶۵۴۵۰ - زنجیر ۱۴۵ - ۲۰۰ - کعب فٹ ۱۴۶ - ۶۴۰۰ -

فہرست اصطلاحات

مساحت

(حصہ دوم و سوم)



| | | | |
|--------------------|------------------|--------------------|----------------|
| A | | Batter | سلاخی - ڈھال |
| Adjacent faces | متصلہ رخ | Bending | خمیدگی |
| Alternate sides | متبادل اضلاع | Boiler | جوشکارہ |
| Angle of elevation | زاویہ ارتفاع | Bung diameter | درمیانی قطر |
| | ارتفاعی زاویہ | Buoy | پیراک |
| Angular points | راسی نقطے | C | |
| Annulus | حلقة | Canal lock | نہر کی پٹی |
| Apex | راس (نوش) | Cast iron | ڈھلا ہوا لوہا |
| Aquarium (cistern) | آبی خانہ | Circular cylinder | مستدیر اسطوانہ |
| Aquarium (house) | آستان | Common vertex | مشترک راس |
| Arch | کمان - محراب | Complete coils | کامل چکر |
| Arch masonry | محرابی چٹائی | Cone | مخروط |
| Axis | محور (جمع محاور) | Contents | سامان |
| B | | Conterminous edges | متصلہ کنارے |
| Balcony | برآمدہ - جھروکا | Convexity | تحدب |
| Base | قاعدہ | Convex surface | محدب سطح |

| | | | |
|-----------------------|------------------------|---------------------------|----------------------------|
| Cross-section | عمودی تراش | Fifths | نُصَبات |
| Cube root | جذر الکعب | Fire place | آتش دان |
| Cuboid | کعب نما | Flood gate | طغیانی دریا - طغیانی چٹانک |
| Curb | پہیہ - چکر - چک | Floor tile | فرشی کھڑا - فرشی چرکا |
| Curved surface | منحنی سطح | Flue (of a chimney) | دود راہ |
| Cutting | نُحائی | Fluted columns | نابدار اُسطوانے |
| Cylindrical ring | اُسطوانہ نما حلقہ | Foot (of a perpendicular) | پایہ - پائیں |
| D | | Formation level | سطح تیاری |
| Dam | بند | Fourth (in duo-decimal) | رُبع چوتھائی |
| E | | Fourths | رُبعیات |
| Eaves | اولتی | Fraction | کسر |
| Edge | کور - کنارہ | Freestone | خوش تراش پتھر |
| Electric pump | برقی پمپ | Frustum | مقطوع |
| Ellipse | قطع ناقص | Frustum of a cone | خُزوط کا مقطوع |
| Elliptical arch | ناقصی کمان | Frustum of a pyramid | مقطوع مخروط |
| Embankment | پُشتہ | | خُزوط یا سطح کا مقطوع |
| Enclosure | احاطہ | | ہریم کا مقطوع - ہریم |
| End | سرا | G | |
| Excavation | کھدائی | Gabled | دو پا کھا کینے دار |
| Exposed surface | کھلی سطح - بے پندہ سطح | Gable end (of a house) | اُکینشا (مکان کا) |
| Extrados (of an arch) | پُشت (محراب) | Generating line | ایک کوئی خط |
| F | | Gimlet | سرا |
| Face | رُخ | Grain (a weight) | اگرین |
| Fall | اُتار | Granite | سنگ خارا |
| Fall of 1 in 20 | ۲۰ میں اکا اُتار | | |

| | | | |
|------------------------|-------------------------|--------------------|-------------------------------|
| Great circle | دائرہ بزرگ - دائرہ کبیر | Mean circumference | اوسط محیط |
| H | | Mensuration | مساحت |
| Haunch | پہلو (کمان یا محراب کا) | Mid-section | وسطی تراش |
| (of an arch) | | Monolith | ایک تخت - یک نختہ |
| Head diameter | بالائی قطر | | |
| Head (of a window) | سیر دریاچہ | N | |
| Height | ارتفاع - بلندی | Numerical value | عددی قیمت |
| Hemisphere | نصف کرہ | O | |
| Hemispherical | نصف گروی | Oblate spheroid | چپنا کرہ نما |
| Hexagonal | مستدسی | Oblique | ترجما |
| Horizontal planes | متوازی الافاق سطح | Oblong | مستطیل - مستطیلی |
| I | | P | |
| Intrados (of an arch) | شکم - پہلو | Pair | زوج - جوڑا |
| L | | Parabola | قطع مکانی |
| Lateral | جانبی - طرئی | Parallelopiped | متوازی السطوح - متوازی السطوح |
| Level (Adj) | ہموار - سطح - چورس | Plane surface | مستوی سطح |
| Limiting case | انتہائی صورت | Pole | قطب |
| Lines of intersection | خطوط تقاطع | Polyhedron | کثیر السطوح |
| Lining | استکاری | Pontoon | پنٹون |
| Longitude | طول - بلند - طول | Primes | اولیات (اثناعشریہ) |
| Longitudinal elevation | طولی ارتفاع | (in duo-decimals) | |
| M | | Prism | قشور |
| Major axis | محور اعظم - محور اکبر | Prismoid | قشور نما |
| Masonry | چٹائی | Projectile | مرمی (واحد) - مریات (جمع) |
| Masonry bridge | چٹائی پل | Prolate spheroid | لمبو ترا کرہ نما |
| Mast | مستول | Pyramid | مخروط - مضلع - ہرم |

| R | | | |
|--------------------------------|-----------------------------|------------------|----------------------------------|
| Railway cutting | ریلوے کٹائی | Spiral spring | مرفوط دار کمانی |
| Rectangular solid | مستطیلی مجسمہ | Spire | مینار |
| Rectilinear | مستقیم الاضلاع شکل | Springing level | سطح جست |
| figure | مستقیم اضلعی شکل | Sub soil | زیر زمین |
| Regular rectilinear | منظم مستقیم اضلعی شکل | T | |
| figure | | Tank | لکھٹہ - تالاب |
| Reservoir | خزانہ آب - پین خزانہ | Terms | رقوم |
| Ridge (of a hill) | پشت کوه | Tetrahedron | ذو اربعہ السطح - چوٹی - چار سطحی |
| Ridge (of a roof) | اگرسی | Thirds | ثلاثیات |
| Right circular cone | قائم مستدیر مخروط | Trapezoidal | منحرف نما |
| Rings cylindrical | اسطوانی - حلقے | Trench | خندق |
| Rise (of an arch) | ارتفاع یا چوٹ کا (محراب کا) | Triangular prism | منشور مثلثی |
| Roller | اگر دوندہ - میلن | U | |
| S | | Unit | ایکانی |
| Seconds | ثانویات (اثنا عشریہ کا) | V | |
| (in duo-decimals) | | Vertical angle | راسی زاویہ |
| Segmental arch | قطعی کمان | Voussoir | محرابہ - ڈاٹھیہ |
| Shaft (of a pillar or chimney) | تنہ | Vulgar fraction | کسر عام |
| Shell | خول | W | |
| Slant height | مائل ارتفاع - برجی بلندی | Waggon | واگن |
| Solidity | جسامت - حجم | Water coure | بد درو - جل مدرگ |
| Solid measure | مجسمی ناپ | Wedge | فادہ |
| Solids | مجسمات | Wrought iron | پتھوں لوہا |
| Solid second | ثانوی ثانی | Z | |
| Spherical shell | اگر دوی خول | Zone of a sphere | منطقہ کمرہ |
| Spheroid | اگرہ نما | | |

اغلاطانا

مساحت

حصہ دوم وسوم

| صحيح | غلط | شکل | شکل | صحيح | غلط | شکل | شکل |
|----------|----------|----------|-----|---------|---------|-----------|-----|
| ق | ق | شکل | ۸۳ | ۱۴۴۷ | ۱۴۴۷ | شکل | ۱۲ |
| اب | اب | ۱۸ | " | آب | اب | ۸ | ۲۰ |
| ہ | ہ | پہلی شکل | ۸۹ | ف | ف | شکل | ۲۵ |
| (۲۴+۸×۲) | (۱۲+۸×۲) | ۱۶ | ۹۰ | بارہواں | بارہواں | ۲۵ | ۲۷ |
| پشت | پشت | ۷ | ۹۱ | علی | علی | پہلی شکل | ۳۸ |
| ۱۱ | ۱۱ | شکل | " | کہ | کر | ۲۱ | ۳۹ |
| ارتفاع | ارتفاع | ۱۱ | ۱۰۳ | گڑ گڑ | . | شکل | ۴۶ |
| ض | ض | شکل | ۱۰۵ | پہتہ | پہتہ | ۱۰ | ۵۴ |
| ل | ل | " | ۱۰۹ | دوسرا | دوسرا | ۱۲ | ۵۸ |
| ر | ر | " | ۱۱۰ | وتر | وتر | ۱۱ | ۷۲ |
| = | = | ۸ | ۱۱۱ | لا ادا | . | دوسری شکل | ۷۳ |
| ۲۵۲ | ۲۵۲ | ۱۱ | ۱۱۲ | وزن | وزن | ۲۵ | ۷۵ |

| صحیح | غلط | صحیح | غلط | صحیح | غلط | صحیح | غلط |
|----------|----------|-------|-----|---------------------|---------------|------|-----|
| ۱۸ | ۰۰ | نکھل | ۱۷۹ | م و ۳ | نکھل | ۱۱۲ | ۱۱۲ |
| ۲۵ | ۷۲۵ | " | ۱۸۰ | یکسال | یکسال | ۲۲ | ۱۱۷ |
| ۱ | ۱ | ۳ | ۱۸۱ | ۱۵۳۴۵۰۷۹ = ۱۵۳۴۵۰۷۹ | ۲۲ | ۱۲۲ | ۱۲۲ |
| ۸۵۷۵ | ۸۵۷۰۵ | ۹ | " | میں انتصابی | میں انتصابی | ۵ | ۱۲۷ |
| ج | ج | ۱۳ | ۱۸۸ | میں - | میں - | " | " |
| ۲۰ | ۲۰ | پیشگی | ۱۹۰ | ۱ فٹ | ۱ فٹ | ۱۷ | ۱۳۲ |
| ہنڈروویٹ | ہنڈروویٹ | ۲۱ | ۱۹۲ | ۶ | ۶ | نکھل | ۱۳۲ |
| ارتفاع | ارتفاع | ۱۲ | ۲۰۸ | دفعہ ۱۶۶ | دفعہ ۱۶۶ | ۱۸ | ۱۴۳ |
| محروط | محروط | ۵ | ۲۱۷ | (Avoir) ہو | (Avoir) | ۷ | ۱۴۸ |
| ۲۰۰ | ۲۰۰ | نکھل | ۲۱۸ | ۳ | ۳ | نکھل | ۱۵۵ |
| ۳۰ | ۳۰ | " | " | ع | ع | " | " |
| ۲۲۰ | ۲۲۰ | ۱ | ۲۲۱ | ۳ | ۳ | " | ۱۵۸ |
| بلندی دی | بلندی دی | ۹ | ۲۲۳ | ۶ | ۶ | " | ۱۵۹ |
| ل | ل | نکھل | " | گ | گ | نکھل | ۱۶۱ |
| + ط | + ط | ۳ | ۲۲۴ | ۲ | ۲ | نکھل | ۱۶۲ |
| - ط | - ط | " | " | دفعہ ۱۶۲ | دفعہ ۱۶۲ | ۲۲ | ۱۶۵ |
| = ط | = ط | ۷ | " | ا سے | ا سے | ۶ | ۱۷۰ |
| ۱۰ | ۱۰ | نکھل | ۲۲۵ | جسامتوں | جسامتوں | ۳ | ۱۷۳ |
| ۷ | ک | ۰ | ۲۳۱ | د | د | نکھل | " |
| ۱۱ × ۱۱ | ۱۱ + ۱۱ | ۱۶ | ۲۳۵ | ع | ع | " | " |
| ۱۱ | ۱۱ | ۹ | ۲۳۷ | ۱۰ = ۱۰ | ۱۰ = ۱۰ | ۱۷ | ۱۷۶ |
| ۲۰ | ۲۰ | ۱۷ | ۲۳۸ | ۱ | ۱ | ۱۶ | ۱۷۷ |
| ۱ | ۱ | نکھل | " | خ | خ | ۲۱ | ۱۷۸ |

| صحیح | غلط | صحیح | غلط | صحیح | غلط | صحیح | غلط |
|-----------|----------|------|-----|------------|------------|------|-----|
| سم اور سم | . | ۲۹۹ | ۲۵ | ۲۵ | ۱۷ | ۲۳۱ | ۱۷ |
| سم اور سم | . | ۳۰۰ | ۲۵ | ۲۵ | ۱ | ۲۵۰ | ۱ |
| ۲۷۲ | ۲۷۲ | ۸ | ۸ | اُن کا | اُس کا | ۱۰ | ۲۵۸ |
| ۲۷۲ | ۲۷۲ | ۲۰ | ۲۰ | گولیاں | گولے | ۲۳ | ۲۵۹ |
| ۲۷۲ | ۲۷۲ | ۱۰ | ۳۰ | کی گولیوں | کے گولیوں | " | " |
| ۲۷۲ | ۲۷۲ | ۷ | ۳۰ | اولتی | اولتی | ۵ | ۲۶۳ |
| ۳۲۷ | ۳۲۷ | ۱۹ | ۳۰ | ۸ فٹ | ۸ فٹ | ۸ | ۲۶۵ |
| ۱۷ | ۱۷ | ۲ | ۳۰ | قطر کے | قطر | ۵ | ۲۶۷ |
| ۱۱۲ | ۱۱۲ | ۱۳ | " | جن میں | جس میں | ۲ | ۲۷۳ |
| ۸۶۳-۲۰ | ۸۶۳۲۰ | ۲ | ۳۱۲ | ٹھوس کی | ٹھوس | ۱۴ | ۲۷۵ |
| ۲۳۱۳ | ۲۳۱۳ | ۷ | ۳۱۳ | ۵ | ۵ | ۱۳ | ۲۷۶ |
| ۱۷۳۲۰۵۰۸ | ۱۷۳۲۰۵۰۸ | ۲۲ | ۳۱۴ | چھٹا | چھاٹا | ۳ | ۲۷۸ |
| ۶۲ | ۶۲ | ۸ | ۳۱۷ | مستویوں | سطحوں | ۱۷ | ۲۷۹ |
| ۱۷ | ۱۷ | ۱۳ | ۳۱۸ | مکعب | مکعب فٹ | ۱ | ۲۸۲ |
| ۲۰ | ۲۰ | ۲۵ | ۳۱۹ | بنیاد بھی | بھی بنیاد | ۹ | ۲۸۵ |
| ۱۰۱۶۲ | ۱۰۱۶۲ | ۳ | ۳۲۰ | صرف | صرف | ۱۵ | ۲۸۶ |
| کیلے | کیلے | ۹ | " | گرد | رگرد | ۲۳ | ۲۸۷ |
| ۷۲۵۱۲ | ۷۲۵۱۲ | ۱۳ | " | انتصابی | انتصابی | ۲ | ۲۹۱ |
| ۳۵۸۰۵ | ۳۵۸۰۵ | ۱۵ | " | اتارا افقی | اتارا افقی | ۸ | ۲۹۱ |
| ۵ | ۵ | ۱۱ | ۳۲۱ | (۵) و | (۵) و | ۸ | ۲۹۲ |
| ۵۰۵۶ | ۵۰۵۶ | ۱۸ | " | ۱ | ۱ | ۳ | ۲۹۳ |
| ۵۱۹۶۱۵ | ۵۱۹۶۱۵ | ۲۵ | " | ق اور ق | ق اور ق | ۲۹۷ | ۲۹۷ |
| ۴۵۸۹۸ | ۴۵۸۹۵ | ۱۰ | ۳۲۲ | ق اور ل | ق ل | ۲۹۸ | ۲۹۸ |

| صحیح | غلط | صحیح | غلط | صحیح | غلط | صحیح | غلط |
|------|------|------|-----|--------|--------|------|-----|
| ۲۶۴ | ۲۶۴ | ۲۲۳ | ۲۲۳ | (۳۱+۹) | (۳۱+۵) | ۱۸ | ۳۲۲ |
| مکعب | مکعب | ۲۰ | ۲۰ | ۱۸۰ | ۱۹ | ۱۹ | ۱۹ |
| . | . | . | . | فت | فت | ۲۵ | . |

